

Erläuterungen und Aufgaben

Zeichenerklärung: [] - Drücke die entsprechende Taste des Graphikrechners!
 []^S - Drücke erst die Taste [SHIFT] und dann die entsprechende Taste!
 []^A - Drücke erst die Taste [ALPHA] und dann die entsprechende Taste!
 Schwere Aufgaben sind mit einem * gekennzeichnet.

Berechnen von Integralen

Im *Run-Modus* des Graphikrechners lassen sich verschiedene Arten arithmetischer Rechnungen durchführen. Unter anderem stehen Rechnungen mit Funktionen, Matrizen, komplexen Zahlen und mehreren Zahlensystemen zur Verfügung. Bei Funktionen kann der Rechner neben der Bestimmung von 1. und 2. Ableitungen in einzelnen Punkten auch die Werte von bestimmten Integralen berechnen.

Im *Hauptmenü* gelangst du mit der Taste [1] in den *Run-Modus*.

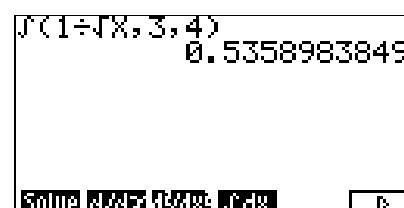
Drückst du die Taste [OPTN], erscheint unten im Display ein Menü, in dem du Funktionen und Operationen aufrufen kannst. Mit der Taste [F4] wählst du den Menüpunkt CALC, um zum *Funktionsanalysemenü* zu gelangen.



Dort drückst du die Taste [F4] und auf dem Display erscheint links oben das Integralzeichen. Anschließend gibst du die zu integrierende Funktion in Abhängigkeit der Variablen x ein, sowie jeweils nach einem Komma (*Achtung*: kein Punkt, sondern [,]) die Integrationsuntergrenze und –obergrenze.

Beispiel: $\int_3^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

[F4] [1] [÷] [√]^S [X,θ,T] [,] [3] [,] [4] [)] [EXE]



1. Aufgabe:
 Berechne das Integral mit Hilfe der Stammfunktion !

2. Aufgabe:
 Berechne mit dem Rechner das Integral $\int_0^5 (x + 2) dx$!

Speichern von Funktionen

Möchtest du bestimmte Funktionen häufiger verwenden, kannst du sie im *Funktionsspeicher* abspeichern.

Du drückst die Taste [OPTN] und wählst mit den Tasten [F6] [F6] [F3] den Menüpunkt FMEM, um zum *Funktionsspeichermenü* zu gelangen.

Nun gibst du eine Funktion ein.

Beispiel: $y = -0,2 x^3 + x - 1,4$

[(-)][0][.][2][X,θ,T] [^][3][+][X,θ,T] [-][1][.][4]

Ohne [EXE] zu drücken, wählst du zum Speichern bei blinkendem Cursor den Menüpunkt STO mit [F1] und anschließend den Speicherplatz.

Mit [F1] speicherst du die Funktion beispielsweise als f_1 auf dem 1. Speicherplatz.

Der Rechner zeigt die Belegung des *Funktionsspeichers* an.

Nachdem du die Taste [AC^{ON}] gedrückt hast, gibst du das Integral der gespeicherten Funktion in den Grenzen von -2 bis 2 ein.

[OPTN] [F4] [F4] [OPTN] [F6] [F6] [F3] [F2] [F1]
[,] [(-)][2][,] [2][)] [EXE]

Die auf einem Speicherplatz befindliche Funktion erscheint an der blinkenden Cursorposition, wenn du im *Funktionsspeichermenü* den Menüpunkt RCL mit der Taste [F2] und anschließend den gewünschten Speicherplatz wählst.

```
-0.2X^3+X-1.4
STO RCL fn SEE
```

```
== Function Memory ==
f1:-0.2X^3+X-1.4
f2:
f3:
f4:
f5:
f6:
STO RCL fn SEE
```

```
∫(-0.2X^3+X-1.4,-2,2)
-5.6
STO RCL fn SEE
```

Berechnen von Integralen im *Graphik-Modus*

Du wechselst nun mit den Tasten [MENU] [F5] in den *Graphik-Modus*, der bereits auf dem 1. Arbeitsblatt beschrieben wurde.

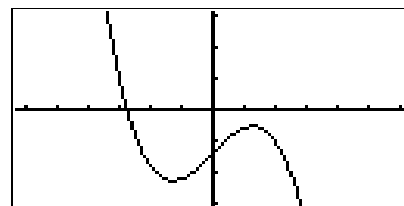
Im *Graphik-Editor* sollte rechts oben im Display $Y=$ angezeigt sein und im *Betrachtungsfenster* die *Normale Einstellung* bestehen. Ist das nicht der Fall, kannst du dies mit den Tasten [F3] [F1] bzw. [V-Window]^S [F1] [EXIT] erreichen.

Mit der Taste [►] erzeugst du im *Graphik-Editor* einen blinkenden Cursor, an dessen Position nach Drücken der Tasten [OPTN] [F6] [F1] [F2] [F1] die gespeicherte Funktion erscheint.

```
Graph Func :Y=
V1:
V2:
V3:
V4:
V5:
V6:
SEL DEL TYPE COLR GMEN DRAW
```

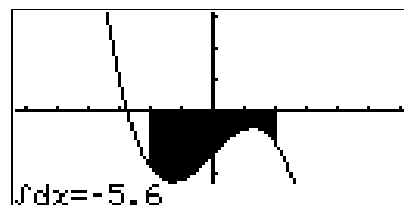
```
Graph Func :Y=
V1:-0.2X^3+X-1.4
V2:
V3:
V4:
V5:
V6:
STO RCL fn SEE
```

Mit [EXE] speicherst du sie im *Graphik-Editor* und wählst zum Zeichnen den Menüpunkt DRAW mit [F6].



Integrale lassen sich im *Graphik-Modus* mit der *Graph-Solve-Funktion* bestimmen. Diese rufst du auf mit der Taste [G-Solv]^S. Anschließend wählst du mit den Tasten [F6] [F3] den Menüpunkt $\int dx$.

Mit den Cursor-Tasten [►] und [◄] verschiebst du den orangefarbenen Zeiger entlang des Graphen an die Position $x = -2$ und drückst zur Registrierung der unteren Integrationsgrenze die Taste [EXE]. Das gleiche machst du für die obere Grenze bei $x = 2$.



Links unten im Display erscheint der Wert des Integrals.

3. Aufgabe:

Warum ist der Wert des Integrals negativ ?

4. Aufgabe*:

Speichere die Funktion $f(x) = -0,0625x^2 + 1$ im *Funktions-speicher* auf dem 2. Speicherplatz und bestimme im *Graphik-Modus* den Inhalt der Fläche, welche vom Graphen und der x-Achse eingeschlossen wird !

Warum ist es sinnvoller, diese Aufgabe im *Graphik-Modus* zu lösen als im *Run-Modus* ?

Speichern von Zahlenwerten

Im *Run-Modus* lässt sich jedem Buchstaben des Alphabets mit der Taste [→] ein Zahlenwert zuweisen.

Beispiel:

[4] [→] [A] ^A [EXE]	A = 4
[1] [.] [2] [5] [EXP] [3] [→] [B] ^A [EXE]	B = $1,25 \cdot 10^3$
[2] [EXP] [(-)] [4] [→] [C] ^A [EXE]	C = $2 \cdot 10^{-4}$

4→A	4
1.25E3→B	1250
2E-4→C	2.E-04

Jeder Buchstabe behält seinen Wert, bis ihm ein neuer Wert zugewiesen wird und steht allen Rechnungen als Konstante zur Verfügung.

5. Aufgabe:

Berechne $A + B + C$!

Berechne ABC !

Berechne $\int_C^A (-0,0625 x^2 + 1) dx$!

Berechne $\int_0^{15,5} B(-0,0625 x^2 + 1 + A) dx$!

Reise ins All

Rebekka träumt von einer Reise zur Weltraumstation Mondblick, welche sich 400 km über der Erdoberfläche befindet. Deshalb möchte sie berechnen, welche zusätzliche Energie benötigt wird, wenn sie mit einem Raumschiff mitfliegt. Rebekka wiegt zusammen mit ihrem Gepäck $m = 80$ kg.

Die Arbeit W , die verrichtet wird, um einen Körper von einem Ort x_1 zu einem Ort x_2 gegen eine Kraft $F(x)$ zu bewegen, lässt sich nur mit Integralrechnung bestimmen, wenn die Kraft entlang des Weges nicht konstant ist.

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$$

Die Erdanziehungskraft, gegen die Arbeit verrichtet werden muss, um Rebekka zur Weltraumstation zu bringen, nimmt mit dem Abstand x vom Erdmittelpunkt ab.

$$F(x) = m \cdot g(x) \quad \text{mit der Erdbeschleunigung} \quad g(x) = \frac{m_E \gamma}{x^2}$$

$$\text{Erdmasse } m_E = 5,977 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad \text{Gravitationskonstante } \gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

6. Aufgabe:

Weise den Konstanten M und G die Beträge von Erdmasse und Gravitationskonstante zu, d.h. $M = 5,977 \cdot 10^{24}$ bzw. $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$, und berechne die Erdbeschleunigung an der Erdoberfläche !

Der Erdradius beträgt 6370 km.

$$\text{Für die zu verrichtende Arbeit gilt also die Formel } W = \int_{x_1}^{x_2} \frac{m m_E \gamma}{x^2} dx .$$

Um die Arbeit in Joule zu erhalten, empfiehlt sich die Verwendung von SI-Einheiten.

$$\text{Der Betrag der Arbeit berechnet sich dann nach } W = \int_{x_1}^{x_2} \frac{80MG}{x^2} dx .$$

x gibt dabei den Abstand vom Erdmittelpunkt in Meter an.

$$x_1 = 6370000 = 6,37 \cdot 10^6 \quad x_2 = 6770000 = 6,77 \cdot 10^6$$

7. Aufgabe*:

Bestimme die Arbeit, die nötig ist, um Rebekka zur Raumstation Mondblick zu bringen, im *Run-Modus* !

Warum reicht der berechnete Wert an zusätzlicher Energie in der Praxis wohl nicht aus ?

8. Aufgabe*:

Stelle die Funktion $F(x) = \frac{80GM}{x^2}$ im *Graphik-Modus*

dar, indem du im *Betrachtungsfenster* die rechts angegebenen Einstellungen wählst !

Wie nennt man die dargestellte Funktion ?

Du kannst auf dem 1. Arbeitsblatt nachschauen, wie man im *Graphik-Modus* Funktionen graphisch darstellt und wie man mit dem *Betrachtungsfenster* umgeht.

```
View Window
Xmin : 6.37E+06
max  : 1.5E+07
scale: 1.E+06
Ymin : 0
max  : 800
scale: 100
INIT TRIG STD STO RCL
```

9. Aufgabe*:

Bestimme die benötigte Arbeit mit dem Menüpunkt $\int dx$ der *Graph-Solve-Funktion* !

Verändere die Einstellung im *Betrachtungsfenster*, um einen möglichst genauen Wert zu erhalten !

10. Aufgabe:

Rechne den in der 7. Aufgabe erhaltenen Energiewert in Kilowattstunden (kWh) um !

Wie teuer wäre diese Energie, wenn man sie aus der Steckdose zu einem Preis von 30Pf pro kWh beziehen könnte ?

11. Aufgabe:

Welchen Energiewert würde Rebekka erhalten, wenn sie keine Lust auf Integralrechnung hätte und die zusätzlich benötigte Energie nach der Formel $E = mgh$ mit $g = 9,82 \text{ m/s}^2$ und $h = 400 \text{ km}$ berechnete ?