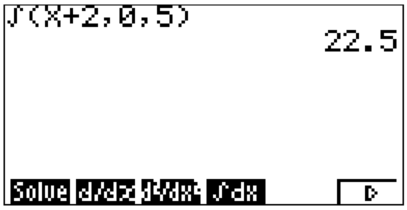
Lösung 3: Integralberechnung - Reise ins All

Lösungen

1. Aufgabe:

$$\int_3^4 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = \int_3^4 x^{-\frac{1}{2}}\,dx = \left[2\sqrt{x}\right]_3^4 = 2\sqrt{4} - 2\sqrt{3} = 0{,}536$$

2. Aufgabe:



Zur Integralberechnung gibst du im *Funktionsanalysemenü* das Integralzeichen, die Funktion und jeweils nach einem Komma die Integrationsgrenzen ein.

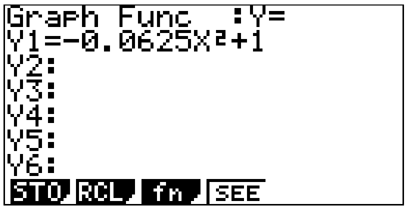
[F4] [X,θ,T][+] [2] [,] [0] [,] [5] [ )] [EXE]

$$\int_0^5 (x+2)\,dx = 22{,}5$$

3. Aufgabe :

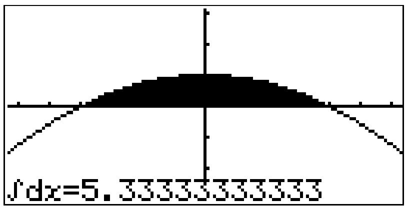
Der Wert des Integrals ist negativ, weil die Funktion innerhalb der Integrationsgrenzen negativ ist.

4. Aufgabe*:



Zum Speichern der Funktion im *Funktionsspeicher* musst du nicht in den *Run-Modus* wechseln, du kannst im *Graphik-Modus* bleiben.
Du gibst die Funktion im *Graphik-Editor* ein, ohne sie mit [EXE] zu speichern. Bei blinkendem Cursor drückst du die Tasten [OPTN] [F6] [F1] und speicherst die Funktion mit [F1] [F2] auf dem 2. Speicherplatz.

Mit [EXIT] kehrst du zurück zum *Graphik-Editor*, speicherst dort die eingegebene Funktion mit [EXE] und lässt sie mit [F6] zeichnen.
Danach wählst du mit [G-Solv]^S [F6] [F3] den Menüpunkt ∫dx der *Graph-Solve-Funktion*. Bewegst du den orangefarbenen Zeiger entlang des Graphen, erkennst du, dass die Integrationsgrenzen bei den Nullstellen $x = -4$ und $x = 4$ liegen, und speicherst sie jeweils mit [EXE].
Der Inhalt der vom Graphen und der x-Achse eingeschlossenen Fläche beträgt 5,33.

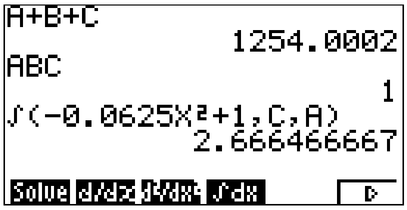


Im *Run-Modus* ist die Lösung der Aufgabe schwieriger, da zuerst die Integrationsgrenzen bestimmt werden müssen.

5. Aufgabe:

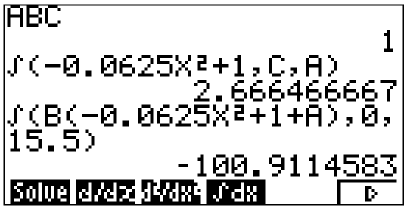
A +B + C = 1254,0002

ABC = 1



$$\int_C^A (-0{,}0625\,x^2 + 1)\,dx = 2{,}6665$$

$$\int_0^{15{,}5} B(-0{,}0625\,x^2 + 1 + A)\,dx = -100{,}91$$

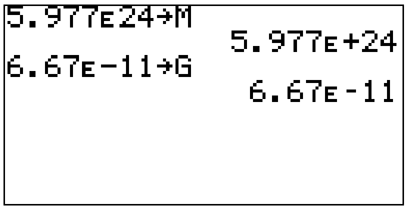


Bei den Integralberechnungen hast du hoffentlich den *Funktions-speicher* bei der Eingabe der Funktionen verwendet.

Reise ins All

6. Aufgabe:

Die Zuweisung der Konstanten erfolgt im *Run-Modus*.



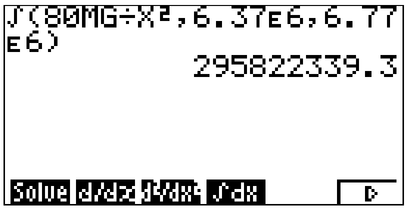
[5][.][9][7][7] [EXP] [2][4]   [→] [M]^A [EXE]
[6][.][6][7] [EXP] [(–)][1][1]   [→] [G]^A [EXE]

Um die Erdbeschleunigung an der Erdoberfläche in m/s^2 zu erhalten, solltest du den Erdradius in Metern einsetzen.

$$g(x) = \frac{G\,M}{6370000^2}\,\tfrac{m}{s^2} = 9{,}82\,\tfrac{m}{s^2}$$

7. Aufgabe*:

$$W = \int_{6{,}37\cdot 10^6}^{6{,}77\cdot 10^6} \frac{80MG}{x^2}\,dx = 2{,}96\cdot 10^8$$

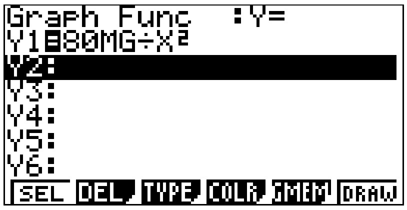


Die Arbeit, die nötig ist, um Rebekka zur Raumstation Mondblick zu bringen, beträgt $2{,}96\cdot 10^8$ J.

Da das Raumschiff mit Rebekka schwerer ist, wird in der Praxis mehr Treibstoff benötigt. Dieser vergrößert die Gesamtmasse zusätzlich, welche nach oben transportiert werden muss.

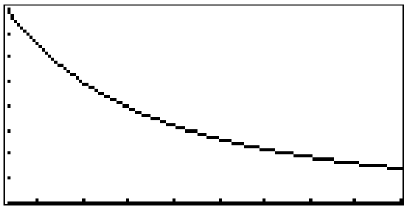
8. Aufgabe*:

Im *Graphik-Modus* rufst du mit der Taste [V-Window]^S das *Betrachtungsfenster* auf und gibst dort die angegebenen Einstellungen ein.



Anschließend gibst du die Funktion im *Graphik-Editor* ein. Hierbei kannst du den *Funktionsspeicher* verwenden, falls du die Funktion F zuvor dort gespeichert hast.

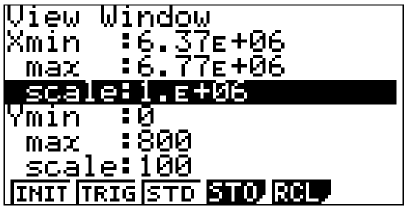
Zum Zeichnen wählst du den Menüpunkt DRAW mit der Taste [F6].



Bei der dargestellten Funktion handelt es sich um eine Hyperbel.

9. Aufgabe*:

Du solltest die Einstellung im *Betrachtungsfenster* so wählen, dass das Integrationsintervall einen möglichst großen Bereich auf dem Bildschirm abdeckt, um so mit dem Zeiger bei einer feineren Einteilung die Integrationsgrenzen möglichst genau zu treffen.



Legst du die Integrationsgrenzen an den Bildschirmrand wie bei der rechts sichtbaren Einstellung, lassen sich mit dem Zeiger die Integrationsgrenzen exakt treffen.

Für die nötige Arbeit ergibt sich dann genau wie in der 7. Aufgabe der Wert von $2{,}96 \cdot 10^8$ J.

10. Aufgabe:

Es gilt die Umrechnung $1 \text{ kWh} = 3600 \text{ kJ} = 3{,}6 \cdot 10^6 \text{ J}$.

Die zusätzlich benötigte Energie beträgt 82,2 kWh.

Bei einem Preis von 0,3 DM pro kWh würde diese Energie 24,70 DM kosten.

11. Aufgabe:

Berechnet Rebekka die zusätzlich benötigte Energie nach der Formel $E = mgh$ erhält sie folgenden Wert.

$$E = 80 \text{ kg} \cdot 9{,}82 \text{ m/s}^2 \cdot 400000 \text{ m} = 3{,}14 \cdot 10^8 \text{ J}$$