

## Erläuterungen und Aufgaben

<u>Zeichenerklärung:</u>	[ ] - Drücke die entsprechende Taste des Graphikrechners!
	[ ] <sup>S</sup> - Drücke erst die Taste [SHIFT] und dann die entsprechende Taste!
	[ ] <sup>A</sup> - Drücke erst die Taste [ALPHA] und dann die entsprechende Taste!
Schwere Aufgaben sind mit einem * gekennzeichnet.	

### Folgen und Reihen

Im *Rekursions-Modus* des Graphikrechners lassen sich Folgen und Reihen untersuchen. Diese können sowohl in expliziter als auch in rekursiver Form eingegeben werden.

Im *Hauptmenü* gelangst du mit der Taste [ 8 ] in den *Rekursions-Modus*.

Es erscheint der *Folgen-Editor*.

Befindet sich links im Display eine Eingabemöglichkeit für  $a_n$  und  $b_n$ , lassen sich Folgen nur in expliziter Darstellung eingeben.

Befindet sich links im Display eine Eingabemöglichkeit für  $a_{n+1}$  und  $b_{n+1}$  bzw. für  $a_{n+2}$  und  $b_{n+2}$ , lassen sich Folgen in rekursiver Darstellung eingeben. In diesem Fall wählst du den Menüpunkt TYPE mit der Taste [F3] und gelangst mit [F1] zum *Folgen-Editor* für explizite Darstellung.

```

Recursion
an:
bn:

[SEL] [DEL] [TYPE] [n] [RANG] [TABEL]
    
```

```

Select Type

F1: an=An+B
F2: an+1=An+Bn+C
F3: an+2=An+1+Ban+...

[an] [an+1] [an+2]
    
```

### Folgen in expliziter Darstellung

Beispiel:  $a_n = 0,8^{n-1}$

[ 0 ] [ . ] [ 8 ] [ ^ ] [ ( ] [F4] [ - ] [ 1 ] [ ) ]  
[EXE]

Der Folgenindex n muss mit der Taste [F4] eingegeben werden.

```

Recursion
an0.8^(n-1)
bn:

[SEL] [DEL] [TYPE] [n] [RANG] [TABEL]
    
```

#### 1. Aufgabe:

**Wie nennt man eine solche Folge ?**

Du rufst mit der Taste [F5] den Menüpunkt RANG auf, um zur *Tabellenbereichsanzeige* zu gelangen.

Dort kannst du wählen, welche Folgenglieder angezeigt werden sollen, indem du einen Start- und einen Endwert für n eingibst.

[ 1 ] [EXE]  
[ 1 ][ 5 ] [EXE]

Nachdem du mit [EXIT] zum *Folgen-Editor* zurückgekehrt bist, wählst du den Menüpunkt TABL mit [F6], um die Folgenglieder in einer Wertetabelle anzeigen zu lassen.

Mit der Cursor-Taste [▼] kannst du die zunächst nicht sichtbaren Zeilen der Wertetabelle ansehen.

Wie bei den Wertetabellen, die du im *Tabellen-Modus* erstellst, wird der Inhalt des mit den Cursor-Tasten hervorgehobenen Tabellenfeldes noch mal genauer rechts unten im Display dargestellt.

Willst du Folgenglieder für größeres  $n$  anzeigen lassen, vergrößerst du den Endwert in der *Tabellenbereichsanzeige*. Damit die Kapazität des Graphikrechners nicht überschritten wird, solltest du gegebenenfalls auch den Startwert erhöhen.

Zuerst kehrst du mit [EXIT] zum *Folgen-Editor* zurück, bevor du mit [F5] den Menüpunkt RANG wählst.

[ 1 ][ 0 ][ 0 ][ 0 ] [EXE]  
[ 1 ][ 0 ][ 1 ][ 0 ] [EXE]

Die neue Wertetabelle erscheint nach Drücken der Tasten [EXIT] [F6].

**2. Aufgabe:**  
Gegen welchen Grenzwert konvergiert die Folge  $a_n$  ?

Mit [EXIT] gelangst du wieder zum *Folgen-Editor*, in dem du mit der Cursor-Taste [▼] die 2. Zeile hervorhebst.

Dort gibst du die Folge  $b_n = (1 + 1/n)^n$  ein.

In jedem Editor des Graphikrechners ist eine eingegebene Gleichung aktiviert, wenn das Gleichheitszeichen einen anderen Hintergrund hat wie die gesamte Zeile. Ist der Hintergrund gleich, ist die Gleichung deaktiviert. Der Status lässt sich durch Wahl des Menüpunktes SEL wechseln, wenn die entsprechende Zeile mit den Cursor-Tasten hervorgehoben ist.

Willst du nur die Folgenglieder von  $b_n$  anzeigen lassen und nicht die von  $a_n$ , hebst du mit der Cursor-Taste [▲] die 1. Zeile hervor und deaktivierst sie mit [F1] [F1], anschließend drückst du [EXIT].

```
Table Range n
Start:1
End :15
```

n	$a_n$
1	1
2	0.8
3	0.64
4	0.512

FORM DEL 1 G-CON G-FLT

```
Table Range n
Start:1000
End :1010
```

n	$a_n$
1000	1E-97
1001	1E-97
1002	9E-98
1003	7E-98

1000  
FORM DEL G-CON G-FLT

```
Recursion
an=a2n-1
bn=(1+1/n)^n
```

SEL DEL TYPE n RANG TABL

```
Recursion
an=0.8^(n-1)
bn=(1+1/n)^n
```

SEL BLUE ORNG GRN

**3. Aufgabe\*:**

Lasse die Folgenglieder von  $b_n$  zuerst für  $n = 1, 2, 3, \dots, 20$  und anschließend für  $n = 20000, \dots, 20020$  anzeigen?

Hast du eine Vermutung, gegen welchen Grenzwert die Folge  $b_n$  konvergiert?

Du löschst im *Folgen-Editor* die 2. Zeile mit [▼] [F2] [F1] und aktivierst die 1. Zeile mit [▲] [F1] [F1].

**Reihen in expliziter Darstellung**

Damit zu einer Folge auch die dazugehörigen Reihenglieder angezeigt werden, musst du im *Set up* die Grundeinstellung des Modus ändern.

Du rufst mit der Taste [SET UP]<sup>S</sup> das *Set up* auf.

Dort ist die 1. Zeile hervorgehoben. Mit der Taste [F1] wählst du die Einstellung  $\Sigma$  Display:On für die Anzeige der Reihenglieder.

```

Σ Display :On
Draw Type :Connect
Graph Func :On
Dual Screen :Off
Simul Graph :Off
Background :None
Plot/Line :Blue
On Off

```

Du kehrst mit [EXIT] zurück zum *Folgen-Editor* und wählst in der *Tabellenbereichsanzeige* den Startwert 1 und den Endwert 50.

Lässt du nun die Wertetabelle erstellen, erscheint jeweils links in einer Zeile der Index  $n$ , in der Mitte das Folgenglied  $a_n$  und rechts die Summe der ersten  $n$  Folgenglieder

$$s_n = \sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n 0,8^{k-1}.$$

n	$a_n$	$\Sigma a_n$
1	1	1
2	0.8	1.8
3	0.64	2.44
4	0.512	2.952

FORM DEL 1

**4. Aufgabe:**

Bestimme das 30. Reihenglied  $s_{30} = \sum_{k=1}^{30} 0,8^{k-1}$  aus der Wertetabelle und kontrolliere das Ergebnis mit der Summenformel für geometrische Reihen  $\sum_{k=1}^n q^{k-1} = \frac{1-q^n}{1-q}!$

**5. Aufgabe:**

Gegen welche Zahl konvergiert die Reihe  $s_n = \sum_{k=1}^n 0,8^{k-1}$ ?

Wählst du in der Tabellenbereichsanzeige als Startwert nicht den Wert 1, sondern einen anderen Startwert  $s$ , erscheint in der Wertetabelle rechts nicht die Summe der ersten  $n$  Folgenglieder, sondern die Summe der Folgenglieder von  $a_s$  bis  $a_n$ .

$$\sum_{k=s}^n a_k = a_s + \dots + a_n$$

### **6. Aufgabe:**

Bestimme  $\sum_{k=11}^{20} 0,8^{k-1}$ , indem du in der *Tabellenbereichsanzeige* den Startwert änderst !

## Das Buch

Bastian möchte ein Buch mit 400 Seiten schreiben. Da aller Anfang schwer ist, schreibt er am ersten Tag nur eine Seite. Am zweiten Tag schreibt er drei Seiten, am dritten Tag fünf. Mit jedem Tag steigt die Anzahl der Seiten, die Bastian schreibt, um zwei.

### **7. Aufgabe:**

Stelle eine arithmetische Folge  $a_n$  auf, welche die Anzahl der Seiten angibt, die Bastian am  $n$ -ten Tag schreibt !

### **8. Aufgabe\*:**

Bestimme mit dem Graphikrechner, nach wie vielen Tagen das Buch fertig ist !

### **9. Aufgabe:**

Wie viel Prozent des Buches ist nach der Hälfte dieser Tage fertig ?

### **10. Aufgabe\*:**

Wie viele Seiten hätte Bastian nach 300 Tagen geschrieben, wenn er bis dahin die Zahl der geschriebenen Seiten jeden Tag um zwei steigern würde ?

Sei  $a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$  eine arithmetische Folge mit Folgengliedabstand  $d$ , dann gilt für das  $n$ -te Glied der dazugehörigen Reihe:

$$s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = \frac{n}{2} [2a_1 + d(n-1)]$$

### **11. Aufgabe:**

Bestimme die Lösung von Aufgabe 8 mit Hilfe der obigen Formel, indem du  $s_n = 400$ ,  $a_1 = 1$  und  $d = 2$  einsetzt !

### **12. Aufgabe\*:**

Berechne mit Hilfe der obigen Formel, mit wie vielen Seiten Bastian am ersten Tag beginnen müsste, um nach 20 Tagen mit den 400 Seiten fertig zu werden, wenn er jeweils nur eine Seite jeden Tag mehr schreiben würde !  
Überprüfe dein Ergebnis mit dem Graphikrechner, indem du im *Folgen-Editor* eine arithmetische Folge mit Folgengliedabstand  $d = 1$  eingibst !