

Lösungen der Aufgaben

1. Aufgabe:

Eine Folge der Form $a_n = q^n$ mit einer reellen Zahl $q \neq 0$ nennt man geometrische Folge.

2. Aufgabe:

Die Folge $a_n = 0,8^{n-1}$ konvergiert gegen den Grenzwert 0.

3. Aufgabe*:

Du rufst im *Folgen-Editor* den Menüpunkt RANG mit [F5] auf, um zur *Tabellenbereichsanzeige* zu gelangen, und gibst dort den Start- und Endwert für n ein, dessen Folgenglieder angezeigt werden sollen.

[1] [EXE]
[2][0] [EXE]

Du verlässt die *Tabellenbereichsanzeige* mit [EXIT] und wählst im *Folgen-Editor* den Menüpunkt TABL mit [F6], um die Folgenglieder anzeigen zu lassen.

Nachdem du mit [EXIT] zum *Folgen-Editor* zurückgekehrt bist, wiederholst du die Vorgehensweise analog, indem du in der *Tabellenbereichsanzeige* für den Startwert 20000 und den Endwert 20020 eingibst.

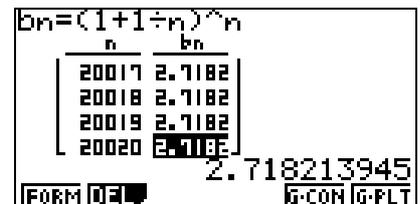
Die Folge $b_n = (1 + 1/n)^n$ konvergiert gegen die Zahl $e = 2,71828$.

4. Aufgabe:

Aus der Wertetabelle ist zu entnehmen, dass das 30. Reihenglied den Wert $s_{30} = 4,9938$ besitzt.

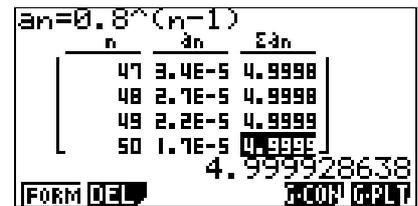
Mit der Summenformel für geometrische Reihen gilt:

$$s_{30} = \sum_{k=1}^{30} 0,8^{k-1} = \frac{1 - 0,8^{30}}{1 - 0,8} = 4,9938$$



5. Aufgabe:

$$\sum_{k=1}^{\infty} 0,8^{k-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 0,8^n}{1 - 0,8} = \frac{1 - \lim_{n \rightarrow \infty} 0,8^n}{0,2} = \frac{1 - 0}{0,2} = 5$$



n	an	Σan
47	3.4E-5	4.9998
48	2.7E-5	4.9998
49	2.2E-5	4.9999
50	1.7E-5	4.999928638

6. Aufgabe:

Nachdem du in der Tabellenbereichsanzeige als Startwert 11 eingegeben hast, lässt du die neue Wertetabelle anzeigen.

In der Zeile n = 20 erscheint in der rechten Spalte die Summe der Folgenglieder von a₁₁ bis a₂₀.

$$\sum_{k=11}^{20} 0,8^{k-1} = 0,4792$$



n	an	Σan
17	0.0281	0.4242
18	0.0225	0.4467
19	0.018	0.4648
20	0.0144	0.4792248368

Das Buch

7. Aufgabe:

Für die Anzahl der Buchseiten, die Bastian am n-ten Tag schreibt, gilt a_n = 2n-1.

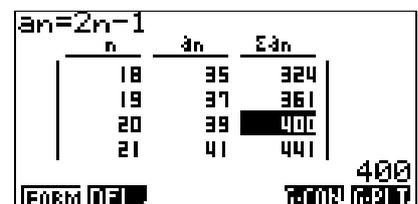
8. Aufgabe*:

Du gibst die Folge a_n = 2n-1 im *Folgen-Editor* für explizite Darstellung ein.

Damit in der Wertetabelle neben den Folgengliedern auch die Reihenglieder angezeigt werden, muss im *Set up* die Einstellung Σ Display: On bestehen.

In der *Tabellenbereichsanzeige*, musst du als Startwert 1 wählen, damit in der Wertetabelle die Summe der Seiten, die seit dem ersten Tag geschrieben wurden, angezeigt werden. Als Endwert gibst du beispielsweise 50 ein.

Nach 20 Tagen ist das Buch mit 400 Seiten fertig.

n	an	Σan
18	35	324
19	37	361
20	39	400
21	41	441

9. Aufgabe:

Nach 10 Tagen sind 100 Seiten des Buches fertig und damit 25%.

n	a _n	Σa _n
8	15	64
9	17	81
10	19	100
11	21	121

100

10. Aufgabe*:

Du siehst in der Wertetabelle, dass nach k Tagen k² Seiten geschrieben worden sind.

Nach 300 Tagen würde Bastian also 90000 Seiten geschrieben haben.

Versuchst du Aufgabe zu lösen, indem du in der *Tabellenbereichsanzeige* als Endwert 300 eingibst, wird die Speicherkapazität des Graphikrechners überschritten.

11. Aufgabe:

Für die nach n Tagen fertig gestellten Seiten des Buches gilt:

$$s_n = \sum_{k=1}^n 2k - 1 = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}[1 + (2n - 1)] = n^2$$

$$s_n = 400 \Rightarrow n = 20$$

12. Aufgabe*:

Die Formel $s_n = \frac{n}{2}[2a_1 + d(n - 1)]$ gibt an, wie viele Seiten nach n Tagen fertig gestellt sind, wenn Bastian am ersten Tag mit a₁ Seiten beginnt und diese jeweils um d Seiten steigert.

Für d = 1, n = 20 und s_n = 400 folgt:

$$400 = 10(2a_1 + 1 \cdot 19) \text{ und } a_1 = (40 - 19) / 2 = 10,5$$

Schreibt Bastian jeden Tag eine Seite mehr, muss er mit 10,5 Seiten am ersten Tag beginnen, um nach 20 Tagen 400 Seiten fertig zu haben.

Zur Überprüfung mit dem Graphikrechner gibst du die Folge $a_n = 10,5 + 1 \cdot (n - 1) = n + 9,5$ ein und lässt die Reihenglieder in der Wertetabelle anzeigen.

n	a _n	Σa _n
18	27.5	342
19	28.5	370.5
20	29.5	400
21	30.5	430.5

400