

Erläuterungen und Aufgaben

<u>Zeichenerklärung:</u>	[] - Drücke die entsprechende Taste des Graphikrechners!
	[] ^S - Drücke erst die Taste [SHIFT] und dann die entsprechende Taste!
	[] ^A - Drücke erst die Taste [ALPHA] und dann die entsprechende Taste!
Schwere Aufgaben sind mit einem * gekennzeichnet.	

Folgen in rekursiver Darstellung

Im *Hauptmenü* gelangst du mit der Taste [8] in den *Rekursions-Modus*.

Um Folgen in rekursiver Form einzugeben, wählst du mit der Taste [F3] den Menüpunkt TYPE und anschließend [F2].

Es erscheint der *Folgen-Editor* für einfache Rekursionen. Das $n+1$ -te Folgenglied lässt sich hier in Abhängigkeit von n -ten Folgenglied eingeben.

```

Recursion
an+1:
bn+1:

[EXIT] [DEL] [TYPE] [NAME] [RANG] [TABL]
    
```

Beispiel: $a_{n+1} = 2(a_n - 5)$ $a_1 = 8$

[2] [(] [F4] [F2] [-] [5] [)] [EXE]

Um n , a_n oder b_n einzugeben, musst du mit [F4] den Menüpunkt n, a_n, \dots aufrufen und dann die entsprechende Funktionstaste drücken.

```

Recursion
an+1B2(an-5)
bn+1:

[EXIT] [DEL] [TYPE] [NAME] [RANG] [TABL]
    
```

Dem Graphikrechner fehlt jetzt noch der Folgenanfang, damit er die anderen Folgenglieder berechnen kann. Daher rufst du mit der Taste [F5] den Menüpunkt RANG auf und gelangst zur *Tabellenbereichsanzeige*.

Du drückst dort die Taste [F2], um die Folge mit a_1 beginnen zu lassen. (Mit [F1] würdest du a_0 als Folgenanfang wählen.)

Ferner gibst du in der *Tabellenbereichsanzeige* den Start- und Endwert ein, um festzulegen, welche Folgenglieder angezeigt werden sollen.

[1] [EXE]
 [1] [5] [EXE]
 [8] [EXE]

```

Table Range n+1
Start:1
End:15
a1:8
b1:0
anStr:0
bnStr:0
[a0] [a1]
    
```

Nachdem du mit [EXIT] zum *Folgen-Editor* zurückgekehrt bist, wählst du den Menüpunkt TABL mit [F6], um die Folgenglieder in einer Wertetabelle anzeigen zu lassen.

Mit der Cursor-Taste [▼] kannst du die zunächst nicht sichtbaren Zeilen der Wertetabelle ansehen.

Wie bei den Wertetabellen, die du im *Tabellen-Modus* erstellst, wird der Inhalt des mit den Cursor-Tasten hervorgehobenen Tabellenfeldes noch mal genauer rechts unten im Display dargestellt.

$n+1$	$3n+1$
1	8
2	6
3	2
4	-6

FORM DEL WEB G·CON G·FLT 1

1. Aufgabe:

Wie lautet der Wert von a_{15} ?

Mit [EXIT] kehrst du zurück zum *Folgen- Editor*.

2. Aufgabe*:

Welchen Wert müsste a_0 besitzen, wenn die Folge mit a_0 beginnen und die Werte der anderen Folgenglieder gleich bleiben sollten ?

Überprüfe dein Ergebnis, indem du in der *Tabellenbereichsanzeige* a_0 als Folgenanfang wählst und als Startwert 0 eingibst !

Im *Folgen- Editor* löschst du mit [▲] [F2] [F1] die eingegebene Folge.

3. Aufgabe:

Gib die Folge $a_{n+1} = a_n + 5$ mit $a_1 = -7$ ein und bestimme den Wert von a_{20} !

Graphische Darstellung von Folgen

Um die Folgenglieder der Wertetabelle graphisch darzustellen, rufst du mit [V-Window]^S das *Betrachtungsfenster* auf.

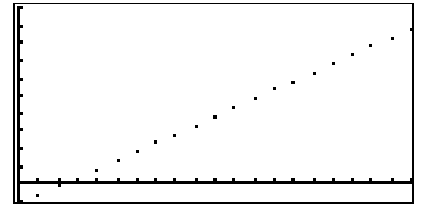
Dort gibst du wie im *Graphik-Modus* den Bereich ein, der graphisch dargestellt werden soll. Der Folgenindex n wird auf der x-Achse aufgetragen, der Wert a_n der Folgenglieder auf der y-Achse.

[0] [EXE]
 [2][0] [EXE]
 [1] [EXE]
 [(-)][1][0] [EXE]
 [1][0][0] [EXE]
 [1][0] [EXE]

```
View Window
Xmin : 0
max : 20
scale: 1
Ymin : -10
max : 100
scale: 10
INIT TRIG STO STO RCL
```

Mit [EXIT] kehrst du zurück zum *Folgen-Editor* und lässt die Wertetabelle mit [F6] anzeigen.

Nun wählst du mit [F6] den Menüpunkt G·PLT, um die Folgenglieder graphisch darstellen zu lassen. Sollen die Folgenglieder verbunden dargestellt werden, wählst du in der Wertetabelle den Menüpunkt G·CON mit der Taste [F5].
Mit der *Trace-Funktion* (siehe 1. Arbeitsblatt) kannst du die Koordinaten der Folgenglieder in der graphischen Darstellung anzeigen lassen.



4. Aufgabe:

Wie nennt man den Folgentyp von a_n ?

5. Aufgabe*:

Gib eine explizite Darstellung für die Folge a_n an, also a_n in Abhängigkeit von n !

6. Aufgabe*:

Die ersten Glieder einer Folge a_n lauten:

$$a_1=256 \quad a_2=16 \quad a_3=4 \quad a_4=2$$

Gib eine rekursive Darstellung für die Folge a_n an und bestimme den Wert von a_{15} !

Wer wird Millionär

Melanie ist 18 Jahre alt und beschließt für die Zukunft zu sparen. Eine langfristige Geldanlage sichert ihr einen jährlichen Zinssatz von 7,5%.

Melanie legt jeden Tag eine Mark zurück. Jeweils nach Ablauf eines Jahres zahlt sie 365 DM auf ihr Konto ein.

Nach einem Jahr besitzt sie das im ersten Jahr zurückgelegte Geld, $a_1 = 365$. Nach zwei Jahren besitzt sie das verzinste Geld des ersten Jahres und die im zweiten Jahr zurückgelegten 365 DM, $a_2 = a_1 \cdot 1,075 + 365$. Im nächsten Jahr wird dieser Wert mit 7,5% verzinst, steigt also um den Faktor 1,075. Hinzu kommen die im letzten Jahr zurückgelegten 365 DM, $a_3 = a_2 \cdot 1,075 + 365$.

7. Aufgabe:

Stelle die Folge a_n , welche den Wert von Melanies Geld nach n Jahren angibt, in rekursiver Form dar und gib sie im *Folgen-Editor* für einfache Rekursionen ein !

8. Aufgabe:

Nach wie vielen Jahren ist Melanie Millionärin ?

9. Aufgabe:

Wie viel Geld besitzt Melanie im Alter von 77 Jahren ?

Es besteht noch eine alternative Möglichkeit, herauszufinden, wie viel Geld Melanie nach 59 Jahren besitzt.

Die 365 DM, welche Melanie nach dem ersten Jahr einzahlt, werden 58 Jahre verzinst, besitzen also den Wert $365 \cdot 1,075^{58}$ DM. Das Geld, das sie im zweiten Jahr einzahlt, wird nur 57 Jahre verzinst, besitzt also den Wert $365 \cdot 1,075^{57}$ DM usw. Die nach 59 Jahren eingezahlten 365 DM werden gar nicht verzinst und behalten ihren Wert $365 \text{ DM} = 365 \cdot 1,075^0 \text{ DM}$.

Zusammen ergibt sich für den Geldbetrag in DM:

$$365 \cdot 1,075^{58} + 365 \cdot 1,075^{57} + \dots + 365 \cdot 1,075^0 = \sum_{k=1}^{59} 365 \cdot 1,075^{k-1}$$

10. Aufgabe*:

Gib eine Reihe im *Folgen-Editor* für explizite Darstellung ein und lasse eine Wertetabelle erstellen, um zu bestimmen, wie viel Geld Melanie nach 59 Jahren besitzt !

Siehe im 6. Arbeitsblatt nach, wie du mit Folgen und Reihen in expliziter Darstellung arbeitest !

11. Aufgabe*:

Wie kannst du das Ergebnis von Aufgabe 9 und 10 herausfinden, ohne den *Rekursions-Modus* des Graphikrechners zu verwenden ?

Finde eine explizite Darstellung für die Folge a_n , welche Melanies Geldbetrag nach n Jahren angibt !

Die Summenformel für geometrische Reihen lautet: $\sum_{k=1}^n q^{k-1} = \frac{1-q^n}{1-q}$

12. Aufgabe*:

Wie viel DM müsste Melanie jeden Tag zurücklegen, um schon nach 59 Jahren Millionärin zu sein ?