



ClassPad- Workshop Wahrscheinlichkeit

Merkblatt zu Wahrscheinlichkeiten mit dem ClassPad

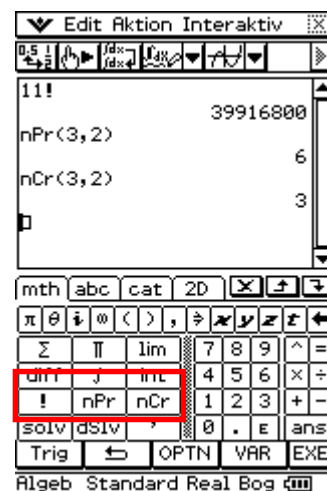
Im Statistik- Menü des ClassPad sind, neben der Regression, eine Vielzahl von statistischen Berechnungen und graphischen Darstellungen möglich. Die meisten Optionen im Statistik-Menü gehen jedoch weit über die im Bildungsplan beschriebenen Inhalte hinaus.

Hier werden nur die Optionen näher erläutert, die für die Wahrscheinlichkeitsrechnung der **Klassenstufen 9 und 10** (G8) von Bedeutung sind. Teilweise sind diese Optionen auch über das **Main** - Menü aufrufbar.

1) Kombinatorische Hilfsmittel

Im Main-Menü lassen sich über das Keyboard im Register *math* – *CALC* folgende Operationen durchführen:

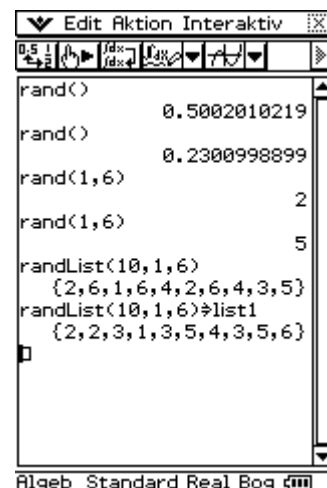
- **!**: Berechnung der Fakultät einer natürlichen Zahl. (Zuerst die Zahl eingeben.)
- **nPr**: Berechnung der Anzahl der Permutationen $[n! / (n-k)!]$. (Beispiel: $n=3, k=2$)
- **nCr**: Berechnung der Anzahl der Kombinationen $[n \text{ über } k]$. (Beispiel: $n=3, k=2$)



2) Erzeugung von Zufallszahlen (sog. Pseudozufallszahlen)

Im Main-Menü lassen sich Zufallszahlen erzeugen. Man hat dabei zwei Möglichkeiten:

- Gibt man nur **rand**¹ ein und bestätigt mit EXE, dann erzeugt der GTR eine Zufallszahl zwischen 0 und 1 mit 10 Dezimalstellen.
- Gibt man jedoch **rand(a,b)** ein (a, b sind natürliche Zahlen, $a < b$) und bestätigt mit EXE, dann erzeugt der GTR eine Zufallszahl zwischen a und b.



Möchte man eine ganze Liste mit Zufallszahlen füllen, z.B. für 10 Würfe mit einem Würfel, so lässt sich diese mit der Funktion **randList(n,a,b)** erzeugen. Die Werte lassen sich auch in einer bestimmten Liste speichern (siehe Screenshot).

¹ Funktionen lassen sich entweder direkt über das Keyboard (abc) eingeben, oder über den Katalog (cat) auswählen.

3) Berechnung von Binomialverteilungen

Mit dem ClassPad lassen sich binomiale Wahrscheinlichkeiten und binomiale Summendichten (aufsummierte Wahrscheinlichkeiten) für einen oder mehrere Werte berechnen.

a) Berechnung von Einzelwahrscheinlichkeiten $B_{n;p}(x)$

- Mit der Funktion **binomialPDF(x, n, p)** lässt sich die Einzelwahrscheinlichkeit für ein bestimmtes x berechnen. n ist die Gesamtlänge der Binomialkette und p die Trefferwahrscheinlichkeit.

Bemerkung:

Man kann im Statistik-Menü direkt (mit seq) eine Liste mit den $B_{n;p}(x)$ erzeugen, dabei muss man jedoch die Binomialformel **explizit** eingeben, denn ein Zugriff auf **binomialPDF(x, n, p)** ist meines Wissens hier **nicht** möglich².

Beispiel³:

$$\text{Seq}(n\text{Cr}(10,x)*0.2^x*0.8^{(10-x)},x,0,10,1)$$

b) Berechnung von Summendichten $\Sigma B_{n;p}(x)$, für x = 0 bis k

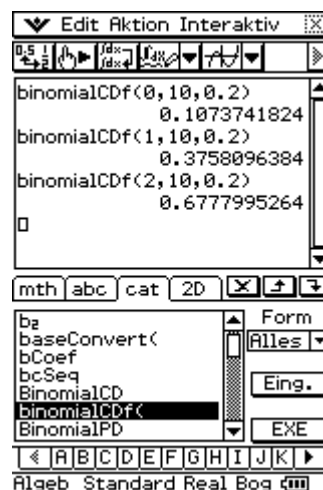
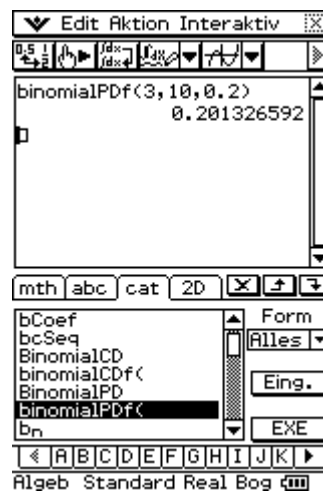
- Mit der Funktion **binomialCDF(x, n, p)** lässt sich die Summendichte von 0 bis zum Wert x berechnen. n ist wieder die Gesamtlänge der Binomialkette und p die Trefferwahrscheinlichkeit.

Bemerkung:

Man kann im Statistik-Menü direkt (mit seq) eine Liste mit den $B_{n;p}(x)$ erzeugen (s.o.). Erzeugt man dann mit (**cuml**) eine **kumulierte** Liste, so hat man eine Liste mit den aufsummierten Wahrscheinlichkeiten⁴.

4) Graphische Darstellung von Binomialverteilungen

- Im Statistik-Menü werden die Daten in Listen eingegeben bzw. berechnet. Im Beispiel finden sich in list1 die Einzelwahrscheinlichkeiten, in list2 die Summen und in list3 die x-Werte von 0 bis 10.
- Einstellungen werden über *Grafik einst. – Einstellung* vorgenommen.

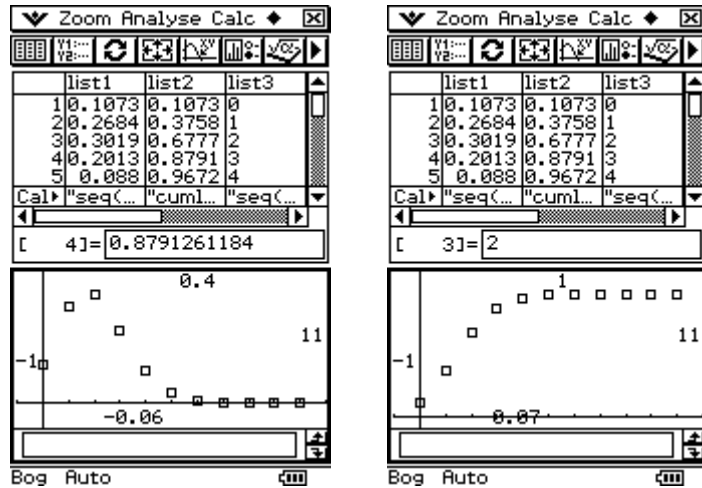


² Am einfachsten ist es, die erste Liste ins Tabellenkalkulations-Menü zu importieren und dort in der nächsten Spalte die Funktion binomialPDF() zu nutzen. (siehe Screenshots zu den Übungsaufgaben.

³ Im Befehl **seq** wird zunächst der Funktionsterm, dann die Variable x, dann Start- und Endwert und zum Schluss der Wert, um den x in jedem Schritt erhöht wird, eingegeben.

⁴ Natürlich kann man auch hier ins Tabellenkalkulations-Menü ausweichen und dort weiter rechnen.

- Für die graphische Darstellung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung eignen sich insbesondere die Grafiktypen **PunktePlot** und **xyPolygon**.
- Das Zeichnen der Grafik wird mit Klick auf das erste Icon gestartet.

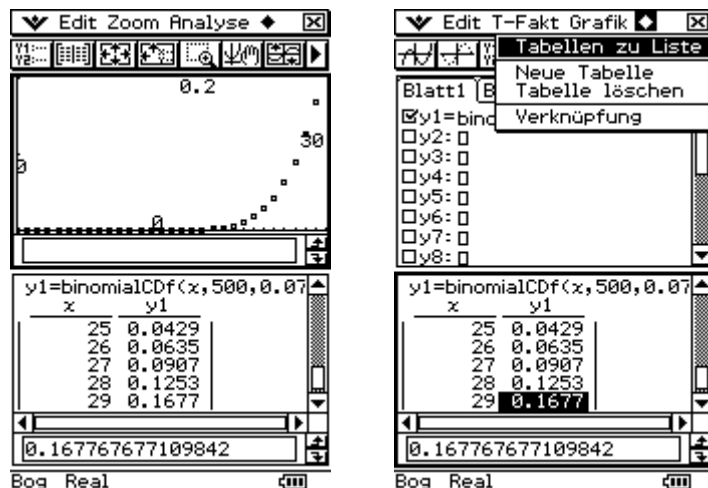


Bemerkung:

Seit dem aktuellen Update ist auch eine Nutzung von **binomialCdf** und **binomialPpdf** im Grafikmenü möglich.

- Variables x: $y1=binomialCdf(x,10,0.25)$
- Variable Länge der Binomialkette (n): $y1=binomialCdf(3,x,0.4)$
- Variable Trefferwahrscheinlichkeit (p): $y1=binomialCdf(5,20,x)$

Es lässt sich dann ein Schaubild zeichnen und eine Wertetabelle berechnen, die dann bei Bedarf auch in Listen übertragen werden kann.





ClassPad- Workshop Wahrscheinlichkeit

Übungsaufgaben zum Thema Wahrscheinlichkeiten mit dem ClassPad

AUFGABE 1 Zufallszahlen

- Simulieren Sie das Werfen eines Würfels 240-mal und bestimmen Sie für die sechs Zahlen jeweils die absoluten Häufigkeiten.
- Simulieren Sie das Werfen zweier Tetraeder 200-mal und bestimmen Sie jeweils die relativen Häufigkeiten für die möglichen Augensummen.

AUFGABE 2 Berechnen Sie folgende binomiale Wahrscheinlichkeiten

- a) $B_{12;0,4}$ für $X = 5$ b) $B_{80;0,75}$ für $X \geq 60$ c) $B_{120;1/3}$ für $X \leq 50$ d) $B_{30;1/6}$ für $3 \leq X \leq 10$

AUFGABE 3

Ein Tetraeder soll daraufhin getestet werden, ob er ideal ist. Man wirft den Tetraeder 800-mal und notiert sich wie oft die Zahl 4 erscheint. Falls die Anzahl der Vierer mindestens 170 aber höchstens 230 beträgt, geht man davon aus, dass der Tetraeder ideal ist. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Tetraeder obwohl er ideal ist nicht als solcher erkannt wird.

AUFGABE 4

Ein idealer Würfel wird n mal geworfen und registriert wie oft eine Eins erscheint. Wie oft muss der Würfel geworfen werden, damit die Wahrscheinlichkeit für vier Treffer maximal wird?

AUFGABE 5

Wie oft muss man aus einem Skatspiel mindestens eine Karte mit zurücklegen ziehen, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80% mindestens dreimal ein Pik zieht?

AUFGABE 6

Welchen Winkel muss der Sektor für die Zahl 1 bei einem Glücksrad mindestens haben, damit man bei 50 Drehungen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% mindestens 6-mal die Zahl 1 erhält?



GTR- Workshop Wahrscheinlichkeit

Lösungen zu den Übungsaufgaben zum Thema Wahrscheinlichkeit

AUFGABE 1 Zufallszahlen

Siehe Screenshots.

AUFGABE 2 binomiale Wahrscheinlichkeiten

a) 0,22703 b) 0,55971 c) 0,97754 d) 0,89046

AUFGABE 3

$$p = 0,25 \Rightarrow P(X \leq 169) + P(X \geq 231) = P(X \leq 169) + 1 - P(X \leq 230)$$

Es liegt eine $B_{800;0,25}$ - Verteilung vor. $\Rightarrow 0,00572 + 1 - 0,99301 = 0,01271 \approx 1,3 \%$.

AUFGABE 4

Der Erwartungswert $n \cdot p = 4$ liefert für $p = 1/6$ den Wert $n = 24$.

Man variiert n (Numtrial) für $p = 1/6$ und $X = 4$ um diesen Wert 24 herum.

Das Maximum wird bei $n = 23$ und $n = 24$ erreicht ($p = 0,21387$)

AUFGABE 5

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) \geq 0,8 \Rightarrow P(X \leq 2) \leq 0,2. B_{n;0,25} - \text{Verteilung}$$

Variation von Numtrial erfüllt erstmals für $n = 16$ die Bedingung.

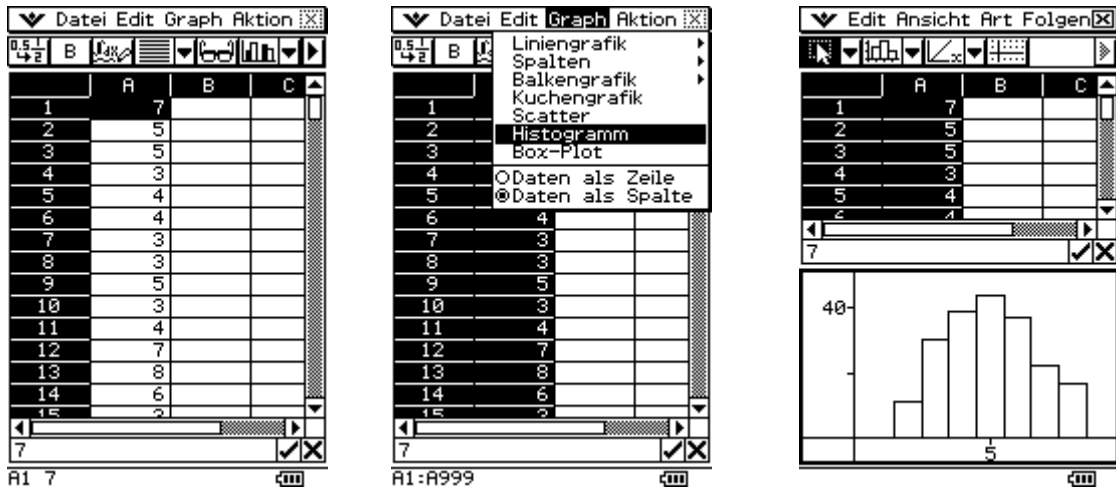
Man muss also mindestens 16 Karten ziehen.

AUFGABE 6

$$\text{Es liegt eine } B_{50;p} - \text{Verteilung vor. } P(X \geq 6) = 1 - P(x \leq 5) \geq 0,9 \Rightarrow P(x \leq 5) \leq 0,1.$$

Variation von p erfüllt erstmals für $p = 0,178$ (auf 3 Dezimalen) die Bedingung.

Somit muss der Winkel mindestens $0,178 \cdot 360^\circ \approx 64^\circ$ betragen.



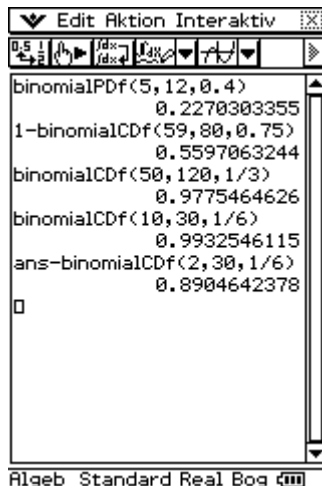
Spalte durch Klick auf A markieren

Mit dem Stift auf einen Balken des Histogramms klicken, dann erscheint unter der Grafik z.B. der Wert A: 1.5 .. 2.5 : 11 (Also ist der Wert 2 elfmal in der Liste). Jetzt mit dem Stift das Histogramm in die Zelle B1 ziehen. In Spalte B und C wird der Bereich begrenzt und in D finden sich die absoluten Häufigkeiten. In Spalte E lassen sich die relativen Häufigkeiten berechnen.



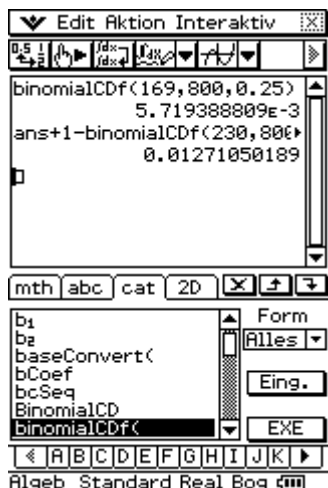
Spalte E muss markiert sein

AUFGABE 2



Die Funktionen $binomialPDF()$ und $binomialCDF()$ können über den Katalog aufgerufen werden.

AUFGABE 3



Alternative zur Tabellenkalkulation: Es lässt sich z.B. $\text{binomialCDF}(x, 500, 0.07)$ als Funktionsterm im Grafikmenü eingeben und eine Wertetabelle berechnen. Dies ist bei den nächsten Aufgaben möglich, da die Variable auch an anderer Stelle stehen darf.

AUFGABE 4

	A	B	C
1	20	0.2022	
2	21	0.2082	
3	22	0.2120	
4	23	0.2139	
5	24	0.2139	
6	25	0.2122	
7	26	0.2090	
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

=binomialIPdf(4, A1, 1/6)

AUFGABE 5

	A	B	C
6	6	0.8306	
7	7	0.7564	
8	8	0.6785	
9	9	0.6007	
10	10	0.5256	
11	11	0.4552	
12	12	0.3907	
13	13	0.3326	
14	14	0.2811	
15	15	0.2361	
16	16	0.1971	
17	17	0.1637	
18	18	0.1353	
19	19	0.1113	
20	20	0.0913	

=binomialCDF(2, A16, 0.2)

AUFGABE 6

	A	B	C
1	0.1	0.3839	
2	0.101	0.3931	
3	0.102	0.4024	
4	0.103	0.4116	
5	0.104	0.4209	
6	0.105	0.4301	
7	0.106	0.4394	
8	0.107	0.4486	
9	0.108	0.4578	
10	0.109	0.4669	
11	0.11	0.4760	
12	0.111	0.4851	
13	0.112	0.4942	
14	0.113	0.5032	
15	0.114	0.5121	

=1-binomialCDF(5, 50, A1)

	A	B	C
76	0.175	0.8916	63
77	0.176	0.8949	63.36
78	0.177	0.8981	63.72
79	0.178	0.9012	64.08
80	0.179	0.9042	64.44
81	0.18	0.9071	64.8
82	0.181	0.9100	65.16
83	0.182	0.9128	65.52
84	0.183	0.9155	65.88
85	0.184	0.9182	66.24
86	0.185	0.9208	66.6
87	0.186	0.9233	66.96
88	0.187	0.9257	67.32
89	0.188	0.9281	67.68
90	0.189	0.9304	68.04

89/500

In die erste Spalte wurden aus einer Liste Wahrscheinlichkeiten übertragen (mit Sequenzbefehl angelegt), in der zweiten Spalte die jeweils zugehörige Binomialverteilung berechnet und in der letzten Spalte wurde der zugehörige Winkel eingegeben (erste Spalte mal 360°)