Arbeitsblatt 10: Graphen von Ableitungen – Skaten im Park

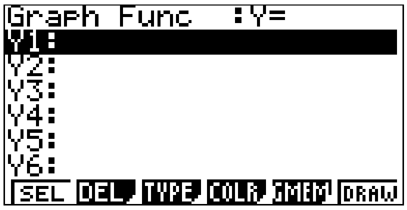
Erläuterungen und Aufgaben

Zeichenerklärung:	[ ] - Drücke die entsprechende Taste des Graphikrechners! [ ]^S - Drücke erst die Taste [SHIFT] und dann die entsprechende Taste! [ ]^A - Drücke erst die Taste [ALPHA] und dann die entsprechende Taste! Schwere Aufgaben sind mit einem * gekennzeichnet.

Graphische Darstellung von Ableitungen

Im *Graphik-Modus* des Graphikrechners kannst du nicht nur Funktionen graphisch darstellen, sondern auch deren Ableitungen. Die vielfältigen Möglichkeiten zur Analyse von Funktionsgraphen lassen sich somit auf die Graphen der Ableitungen anwenden.

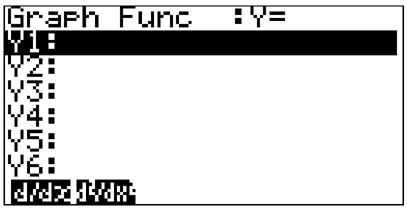
Im *Hauptmenü* gelangst du mit der Taste [5] in den *Graphik-Modus*.



Dort erscheint der *Graphik-Editor*. Um eine Funktionsgleichung in rechtwinkligen Koordinaten einzugeben, muss rechts oben im Display Y= angezeigt sein. Ist das nicht der Fall, kannst du diesen Gleichungstyp mit den Tasten [F3] [F1] wählen.

Beispiel:

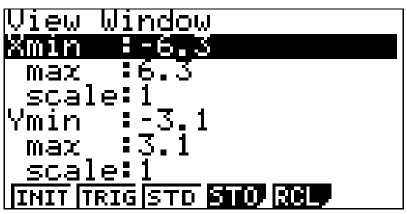
Es soll die 1. Ableitung der Funktion $y = 0{,}3x^2 - x - 7$ graphisch dargestellt werden.



Du drückst die Taste [OPTN] und rufst mit der Taste [F2] den Menüpunkt CALC auf, um zum *Differentialrechnungsmenü* zu gelangen. Mit [F1] bzw. [F2] kannst du das Symbol für die 1. bzw. 2. Ableitung wählen.

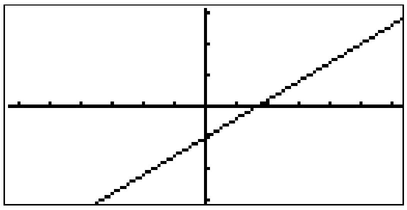
[F1] [0][.][3] [X,θ,T][x^2] [−] [X,θ,T] [−] [7]
[,] [X,θ,T] [ )] [EXE]

Nach der Funktion und einem Komma musst du die Variable x mit der Taste [X,θ,T] eingeben, um dem Rechner mitzuteilen, dass nicht die Ableitung an einem Punkt, sondern die gesamte Ableitungsfunktion gemeint ist.



Du drückst die Taste [V-Window]^S , um zum *Betrachtungsfenster* zu gelangen, und wählst dort mit der Taste [F1] den Menüpunkt INIT für die *Normale Einstellung*.

Nachdem du mit [EXIT] zum *Graphik-Editor* zurückgekehrt bist, lässt du die graphische Darstellung zeichnen, indem du mit der Taste [F6] den Menüpunkt DRAW aufrufst.



<u>1. Aufgabe:</u>
Welche Gleichung besitzt die Funktion der 1. Ableitung von $y = 0{,}3x^2 - x - 7$?

<u>2. Aufgabe:</u>
Was stellt der Rechner graphisch dar, wenn du im *Graphik-Editor* nach dem Komma statt x die Zahl 3 eingibst ?

Vom *Graphikbildschirm* gelangst du mit [EXIT] wieder zum *Graphik-Editor* und löscht dort die 1. Zeile mit [▲] [F2] [F1].

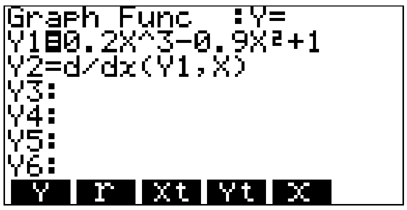
<u>Graphische Darstellung von Funktionen und Ableitungen</u>

<u>Beispiel:</u>

Es soll die Funktion $f(x) = 0{,}2x^3 - 0{,}9x^2 + 1$ und deren Ableitung graphisch dargestellt werden.

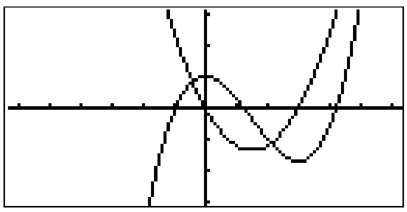
Du gibst die Funktion f in der 1. Zeile ein, die Ableitung f' in der 2. Zeile.

[0][.][2] [X,θ,T][∧][3] [−] [0][.][9] [X,θ,T][x^2] [+] [1] [EXE]
[OPTN] [F2] [F1] [VARS] [F4] [F1] [1] [,] [X,θ,T] [ )] [EXE]



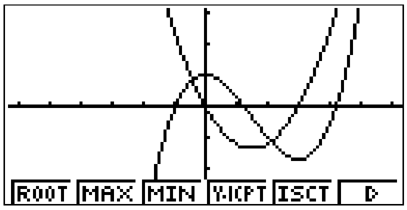
Um die Funktion in der 2. Zeile nicht erneut einzugeben, kannst du sie mit Y1 abkürzen. Dazu musst du das *VARS-Menü* mit den Tasten [VARS] [F4] aufrufen und die Taste [F1] für die Variable Y drücken. Der Rechner ersetzt dann bei Berechnungen Y1 durch die in der 1. Zeile eingegebene Funktion.

Mit [F6] lässt du die graphische Darstellung erstellen.

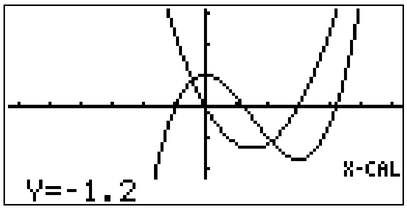


Die 1. Ableitung f' gibt die Steigung der Funktion f an.

Arbeitsblatt 10: Graphen von Ableitungen – Skaten im Park

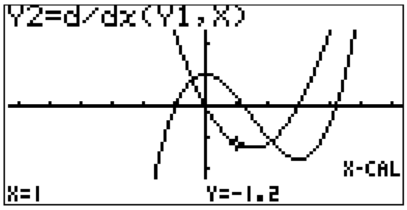


Mit Hilfe der *Graph-Solve-Funktion* kannst du die Graphen analysieren.
Dazu drückst du die Taste [G-Solv]S, unten im Display erscheint das *Graph-Solve-Menü*.



Möchtest du beispielsweise herausfinden, bei welchen x-Werten die 1. Ableitung von f den Wert −1,2 besitzt, rufst du mit [F6] [F2] den Menüpunkt X-CAL auf.
Mit der Cursor-Taste [▼] wählst du den Graphen der Ableitungsfunktion aus, anschließend drückst du [EXE].

Nun gibst du den y-Wert mit [(–)][1][.][2] ein und speicherst ihn mit [EXE].



Weitere mögliche Lösungen mit größeren x-Werten kannst du mit [►] anzeigen lassen.
Den Wert −1,2 besitzt die 1. Ableitung von f bei x = 1 und x = 2.

Hängen die Arbeitsanweisungen an den Rechner mit den Graphen von Ableitungen zusammen, muss er sehr viele Rechnungen durchführen und benötigt dementsprechend viel Zeit. Im Gegensatz zu dir kann er nicht die Funktionsgleichungen der Ableitungen bestimmen.

Bei der Verwendung der Graph-Solve-Funktion kann es passieren, dass der Graphikrechner nicht alle Lösungen findet, wenn die Berechnungen kompliziert sind. In diesem Fall kannst du die Lösungen näherungsweise mit der Trace-Funktion (siehe 1. Arbeitsblatt) bestimmen. Du solltest also auch selbst auf mögliche Lösungen achten.

3. Aufgabe:
Bei welchen x-Werten hat die Funktion f eine Steigung von 1,05 ?

4. Aufgabe*:
Löse die 3. Aufgabe ohne Verwendung des Rechners !

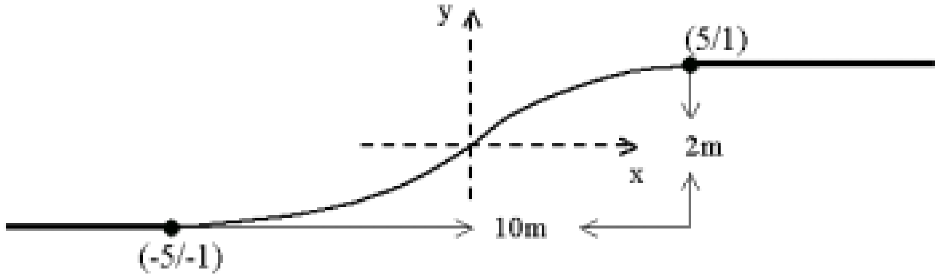
5. Aufgabe:
Bestimme, bei welchem x-Wert die Steigung von f minimal ist, indem du den Menüpunkt MIN der *Graph-Solve-Funktion* aufrufst !

6. Aufgabe:
Berechne die 2. und die 3. Ableitung an dem Punkt, an dem die Steigung von f minimal ist. Wie nennt man diesen Punkt !

<u>7. Aufgabe:</u>
Gib in der 3. Zeile des *Graphik-Editors* die 2. Ableitung von f unter Verwendung des *Differentialrechnungsmenüs* ein und lasse alle drei Graphen zeichnen !

Skaten im Park

Im Park soll neben einer Treppe eine Fahrbahn aus Beton gebaut werden, die auch von Skatern genutzt werden kann. Auf einer Länge von 10m muss eine Höhendifferenz von 2m überwunden werden. Die Steigung soll allerdings einen Wert von 0,3 (30%) nicht übersteigen.



Dem Gartenbauamt liegt ein Entwurf vor, das Verbindungsstück gemäß der Funktion $f(x) = -0{,}004x^3 + 0{,}3x$ zu bauen. ($-5 \le x \le 5$)

<u>8. Aufgabe:</u>
Gib die Funktion f sowie deren Ableitung f′ im *Graphik-Editor* ein und lasse eine graphische Darstellung anfertigen !

<u>9. Aufgabe:</u>
Zeige, dass die Funktion f die Punkte (–5/–1) und (5/1) enthält, und bestimme die Steigung an diesen Punkten !

<u>10. Aufgabe:</u>
Bestimme mit der *Graph-Solve-Funktion* die maximale Steigung !

<u>11. Aufgabe:</u>
Wie lang ist der x-Bereich, bei dem die Steigung mindestens 0,2 (20%) beträgt ?

<u>12. Aufgabe:</u>
Wie groß ist die Steigung, wenn die Randpunkte (–5/–1) und (5/1) durch eine Gerade verbunden werden ? Welchen Nachteil hat dies ?

Ein alternativer Entwurf sieht eine Funktion der Form $g(x) = a \cdot x \cdot e^{bx^2}$ für das Verbindungsstück vor. ($-5 \le x \le 5$)

<u>13. Aufgabe*:</u>
Wie lauten die Parameter a und b, wenn die Funktion g die Punkte (–5/–1) und (5/1) enthalten soll und das Verbindungsstück an den Randpunkten ohne Knick an die geraden Teile anschließt, d.h. $g'(-5) = g'(5) = 0$?
Gib die Funktion in den *Graphik-Editor* ein und bestimme die maximale Steigung !