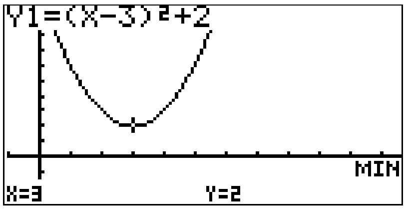
Lösungen der Aufgaben

1. Aufgabe:

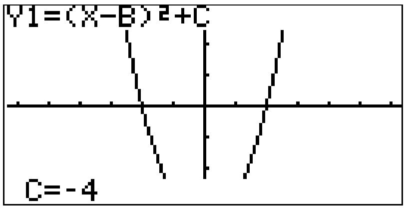
$f(x) = (x - B)^2 + C$ $\qquad f'(x) = 2 \cdot (x - B)$ $\qquad f''(x) = 2$



Das Minimum der Funktion f liegt bei $x = B$ wegen $f'(B) = 0$ und $f''(B) > 0$.
Für den zugehörigen Funktionswert gilt: $f(B) = (B - B)^2 + C = C$

Die Funktion f besitzt am Scheitelpunkt (B/C) ein Minimum, für B=3 und C=2 also am Punkt (3/2).

2. Aufgabe:



Die Funktion f enthält bei B=0 den Punkt (2/0), wenn C den Wert –4 besitzt.

$f(x) = x^2 - 4$ $\qquad f(2) = 2^2 - 4 = 0$

3. Aufgabe:

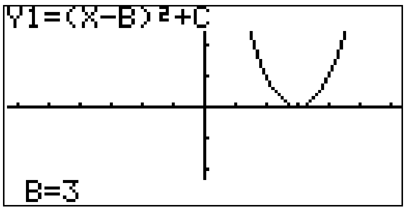
Im *Koeffizienten-Menü* legst du den Status der Parameter fest.

[F1]	[▼]	B dynamisch
[0]	[EXE]	C = 0

Nun wählst du mit der Taste [F2] den Menüpunkt RANG. Es erscheint das *Koeffizienten-Bereichs-Menü*.

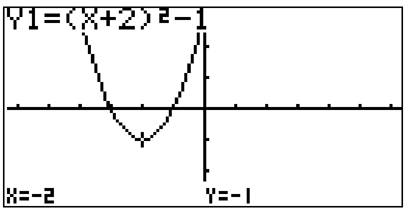
[(–)][5]	[EXE]
[5]	[EXE]
[1]	[EXE]

Mit [EXIT] kehrst du zum *Koeffizienten-Menü* zurück und wählst mit [F6] den Menüpunkt DYNA, um die dynamische Graphik anzeigen zu lassen.



4. Aufgabe:

Bei der Funktion $f(x) = (x - B)^2 + C$ gibt B die Verschiebung der Normalparabel nach rechts und C die Verschiebung nach oben an.



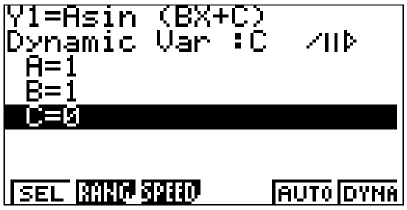
Wird die Normalparabel um 2 nach links und 1 nach unten verschoben, besitzt B den Wert –2 und C den Wert –1.

$f(x) = (x + 2)^2 - 1$

5. Aufgabe:

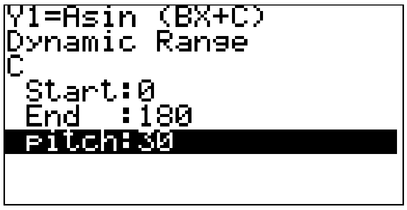
Vom *Betrachtungsfenster* gelangst du mit [EXIT] zum *Editor*, in dem du mit [F4] den Menüpunkt VAR aufrufst.

[1]	[EXE]	A = 1
[1]	[EXE]	B = 1
[F1]		C dynamisch

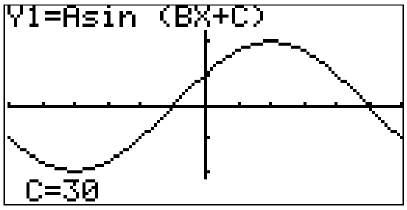


Nun wählst du mit der Taste [F2] den Menüpunkt RANG. Es erscheint das *Koeffizienten-Bereichs-Menü*.

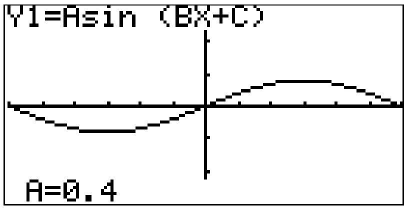
[0]	[EXE]
[1][8][0]	[EXE]
[3][0]	[EXE]



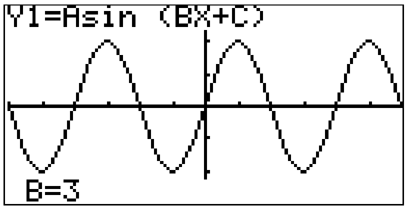
Mit [EXIT] kehrst du zum *Koeffizienten-Menü* zurück und wählst mit [F6] den Menüpunkt DYNA, um die dynamische Graphik anzeigen zu lassen.



Mit den Tasten [AC/ON] [EXIT] gelangst du wieder zum *Koeffizienten-Menü*.

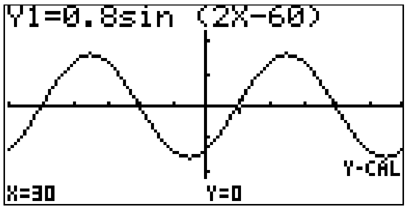


Bei den Aufgabenteilen b) und c) gehst du analog vor.



6. Aufgabe*:

Verschiebst du die Funktion f(x) = 0,8·sin (2x) um 30° nach rechts, musst du den Wert 30 direkt von x abziehen (*Achtung, nicht von 2x*), also x durch (x-30) ersetzen.



Für die verschobene Funktion gilt:

g(x) = 0,8·sin (2(x – 30)) = 0,8·sin (2x – 60)

Weitwurf

7. Aufgabe:

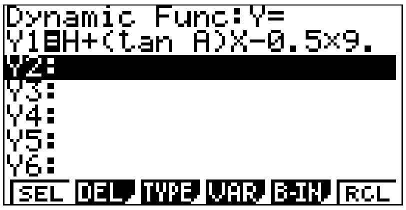
$x = (V \cdot \cos A) \cdot t \qquad \Rightarrow \qquad t = \frac{x}{V \cos A}$

Einsetzen in die Gleichung $y = H + (V \cdot \sin A) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2$ ergibt:

$y(x) = H + (V \cdot \sin A) \frac{x}{V \cos A} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot (\frac{x}{V \cos A})^2$

$y(x) = H + (\tan A)\, x - 0{,}5 \cdot 9{,}81 \cdot (\frac{x}{V \cos A})^2$

8. Aufgabe:



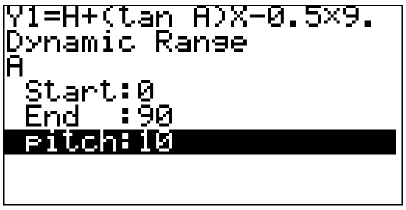
Zuerst gibst du im *Editor dynamischer Graphiken* die Funktion $y(x) = H + (\tan A)\, x - 0{,}5 \cdot 9{,}81 \cdot (\frac{x}{V \cos A})^2$ ein.

[H]^A [+] [( ] [tan][A]^A [ )] [X,θ,T] [–]
[0][.][5] [×] [9][.][8][1]
[( ] [X,θ,T] [÷] [V]^A [÷] [cos][A]^A [ )] [x^2] [EXE]

Achte darauf, dass im *Set up* die Einstellung `Angle :Deg` besteht.

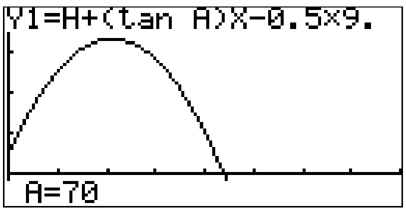
Mit [V-Window]^S gelangst du zum *Betrachtungsfenster*.
Nachdem du dort die angegebenen Einstellungen vorgenommen hast, rufst du mit [EXIT] [F4] das *Koeffizienten-Menü* auf und legst dort den Status der Parameter fest.

[F1] [▼] [2] [EXE] [1][8] [EXE]



Anschließend wählst du den Menüpunkt RANG mit [F2], um zum *Koeffizienten-Bereichs-Menü* zu gelangen.

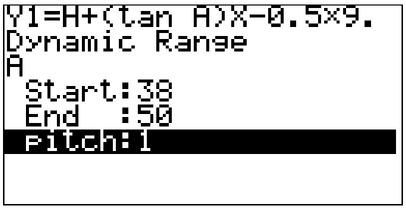
[0] [EXE] [9][0] [EXE] [1][0] [EXE]



Mit [EXIT] [F6] lässt du die dynamische Graphik erstellen.

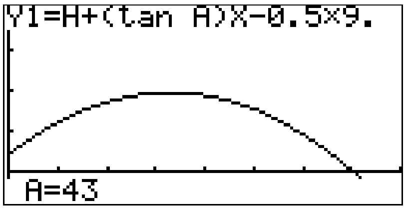
9. Aufgabe:

Wird die dynamische Graphik angezeigt, gelangst du mit [AC/ON] [EXIT] zum *Koeffizienten-Menü*, in dem du die Einstellungen wie bei der 8. Aufgabe vornimmst.



Mit [F2] rufst du das *Koeffizienten-Bereichs-Menü* auf, in dem du die rechts abgebildeten Einstellungen wählst.

Mit [EXIT] [F6] lässt du nun die neue dynamische Graphik erstellen.

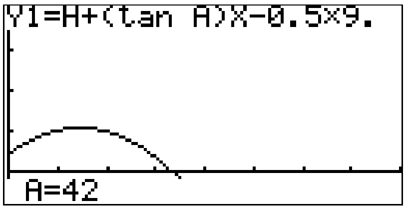


Die maximale Wurfweite liegt bei 34,97m, der dazugehörige optimale Abwurfwinkel bei 43,4°.

10. Aufgabe:

Im *Koeffizienten-Menü* wählst du die rechts abgebildeten Einstellungen.

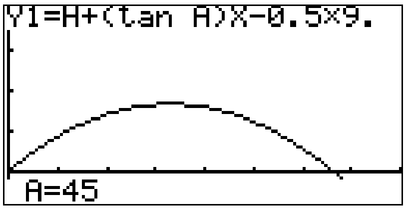
Die maximale Wurfweite liegt bei 16,56m, der dazugehörige optimale Abwurfwinkel bei 41,6°.



11. Aufgabe:

Im *Koeffizienten-Menü* wählst du die rechts abgebildeten Einstellungen.

Die maximale Wurfweite liegt bei 33,03m, der dazugehörige optimale Abwurfwinkel bei 45°.



12 Aufgabe*:

$y(x) = (\tan A)\cdot x - 0{,}5\cdot 9{,}81\cdot\left(\frac{x}{V\cos A}\right)^2$

$y(x) = x\cdot\left(\tan A - \frac{0{,}5\cdot 9{,}81}{V^2\cos^2 A}x\right)$

Trifft der Ball auf den Erdboden, gilt $y(x) = 0$.

Für x folgt dann:

1. Fall: $x = 0$ (Abwurfpunkt)

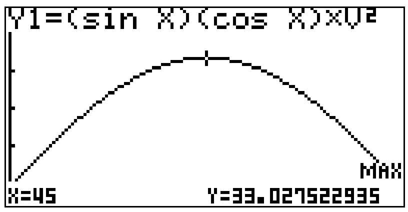
2. Fall: $\tan A - \frac{0{,}5\cdot 9{,}81}{V^2\cos^2 A}x = 0 \quad\Rightarrow$

$\frac{0{,}5\cdot 9{,}81}{V^2\cos^2 A}x = \frac{\sin A}{\cos A} \quad\Rightarrow$

$x = \frac{V^2}{0{,}5\cdot 9{,}81}\sin A\cdot\cos A$

Für die Wurfweite w gilt also nach dem 2. Fall:
$w(A) = \frac{V^2}{0{,}5\cdot 9{,}81}\sin A\cdot\cos A$

Das Maximum der Funktion $w(A) = \frac{V^2}{0{,}5\cdot 9{,}81}\sin A\cdot\cos A$ lässt sich im *Graphik-Modus* mit der *Graph-Solve-Funktion* bestimmen. (siehe 1. oder 10. Arbeitsblatt)



Alternativ kannst du die 1. Ableitung mit der Produktregel bilden und gleich 0 setzen.

$$w'(A) = \frac{V^2}{0{,}5\cdot 9{,}81}(\cos^2 A - \sin^2 A)$$

$$w'(A) = 0 \qquad\Rightarrow\qquad \cos^2 A = \sin^2 A$$

Im Bereich $0 \le A \le 90$ folgt $\cos A = \sin A$ sowie $\tan A = 1$ und $A = 45$.

$$w''(A) = \frac{V^2}{0{,}5\cdot 9{,}81}(2\cdot\cos A\cdot(-\sin A) - 2\cdot\sin A\cdot\cos A)$$

$$w''(A) = -\frac{4\,V^2}{0{,}5\cdot 9{,}81}\sin A\cdot\cos A$$

$$w''(45) < 0$$

Bei H=0 liegt der optimale Abwurfwinkel unabhängig von der Abwurfgeschwindigkeit stets bei 45°. Mit steigender Abwurfhöhe wird er kleiner.

