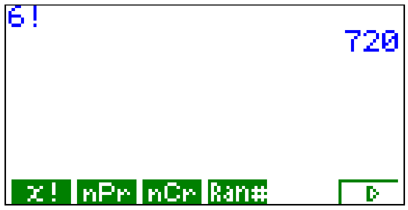
Lösung 17: Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit – Musik

Lösungen der Aufgaben

1. Aufgabe:



$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$

Zur Überprüfung mit dem Graphikrechner drückst du die Tasten [6] [F1] [EXE], während das *Wahrscheinlichkeitsmenü* unten im Display angezeigt ist.

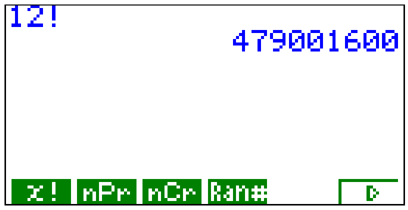
2. Aufgabe:

Für $n \geq 3$ gilt:

$$\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n}{1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-2)} = n \cdot (n-1)$$

Für $n = 2$ gilt: $\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{2!}{0!} = 2 = 2 \cdot 1 = n \cdot (n-1)$

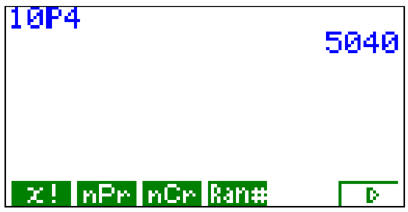
3. Aufgabe:



Für den 1. Platz gibt es 12 Möglichkeiten, für den 2. Platz nur noch 11, da der Sieger nicht mehr in Frage kommt. Für den 3. Platz bleiben 10 Möglichkeiten, für den 4. Platz 9 usw..
Insgesamt gibt es für die Reihenfolge der 12 Läufer beim Zieleinlauf $12! = 479\,001\,600$ Möglichkeiten.

4. Aufgabe:

Um ein Passwort mit vier verschiedenen Ziffern von 0 bis 9 zu erhalten, kann man 4 Elemente aus der Menge $\{0, 1, \ldots, 9\}$ unter Berücksichtigung ihrer Reihenfolge und ohne Wiederholung anordnen.



Hierfür gibt es $10P4 = \frac{10!}{6!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$ Möglichkeiten.

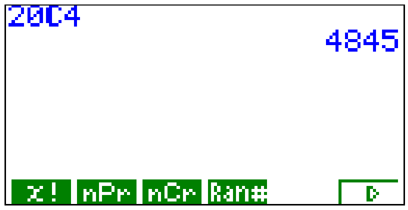
Während das *Wahrscheinlichkeitsmenü* unten im Display angezeigt ist, drückst du die Tasten [1] [0] [F2] [4] [EXE].

5. Aufgabe:

Müssen die vier Ziffern des Passworts nicht verschieden sein, gibt es für jede Ziffer 10 Möglichkeiten und für das Passwort $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4 = 10000$ Möglichkeiten, nämlich die Zahlen von 0000 bis 9999.

6. Aufgabe:

Es gibt $\binom{20}{4} = \dfrac{20!}{4!\cdot 16!} = 4845$ Möglichkeiten, aus einer Klasse mit 20 Schülern 4 Schüler auszuwählen ?



Während das *Wahrscheinlichkeitsmenü* unten im Display angezeigt ist, drückst du die Tasten [2] [0] [F3] [4] [EXE].

7. Aufgabe*:

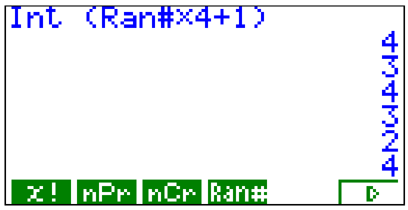
$$\binom{n}{r} + \binom{n}{r-1} = \frac{n!}{r!(n-r)!} + \frac{n!}{(r-1)!(n-(r-1))!} =$$

$$\frac{n!(n-r+1)}{r!(n-r)!(n-r+1)} + \frac{r\cdot n!}{r(r-1)!(n-r+1)!} =$$

$$\frac{n!(n+1)-r\cdot n!}{r!(n-r+1)!} + \frac{r\cdot n!}{r!(n-r+1)!} = \frac{(n+1)!}{r!(n+1-r)!} = \binom{n+1}{r}$$

8. Aufgabe*:

Im *Run-Modus* rufst du mit den Tasten [OPTN] [F6] [F4] das *Numerische Rechnungsmenü* auf.

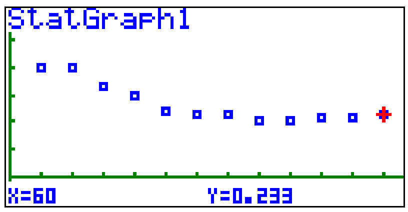


[F2] [( ] [EXIT] [F3] [F4] [×] [4] [+] [1] [ )] [EXE]

Jedes Mal, wenn du [EXE] drückst, erzeugt der Rechner eine zufällige ganze Zahl von 1 bis 4.

Bei 60 Zufallszahlen ergibt sich beispielsweise folgendes:

Anzahl der Zufallszahlen	absolute Häufigkeit der Zahl 4	relative Häufigkeit der Zahl 4
5	2	0,4
10	4	0,4
15	5	0,333
20	6	0,3
25	6	0,24
30	7	0,233
35	8	0,229
40	8	0,2
45	9	0,2
50	11	0,22
55	12	0,218
60	14	0,233

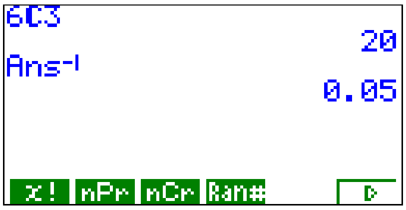


Lösung 17: Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit – Musik

Wenn die Anzahl der Zufallszahlen gegen unendlich strebt, strebt die relative Häufigkeit mit großer Sicherheit gegen die Wahrscheinlichkeit der Zahl 4, also gegen $\frac{1}{4} = 0{,}25$.

Musik

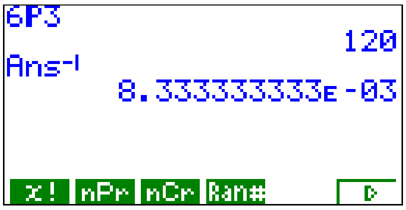
9. Aufgabe:



Es gibt $\binom{6}{3} = 20$ Möglichkeiten, 3 von 6 Titeln auszuwählen.

Da alle diese Möglichkeiten gleichwahrscheinlich sind, beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass eine dieser Möglichkeiten eintritt, $\frac{1}{20} = 0{,}05 = 5\%$.
Dies gilt insbesondere für das Ereignis, dass zuerst die 3 Lieblingstitel von Monika gespielt werden.

10. Aufgabe:

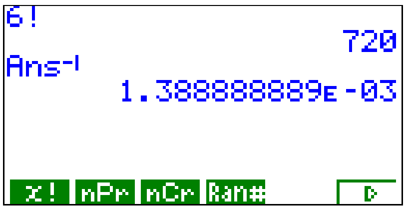


Es gibt $6P3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ Möglichkeiten, 3 von 6 Titeln unter Berücksichtigung ihrer Reihenfolge auszuwählen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass die 3 Lieblinstitel von Monika zuerst und in der von Monika bevorzugten Reihenfolge gespielt werden, beträgt $\frac{1}{120} \approx 0{,}0083 = 0{,}83\%$.

11. Aufgabe:

Für die Reihenfolge, in der die 6 Titel der CD gespielt werden können, gibt es $6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$ Möglichkeiten.

12. Aufgabe:



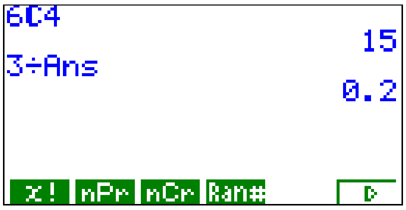
Dass die Titel der CD in der Reihenfolge gespielt werden, in der sie sich auf der CD befinden, stellt genau eine von 720 gleichwahrscheinlichen Möglichkeiten dar.
Ihre Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{720} \approx 0{,}00139 = 0{,}139\%$.

13. Aufgabe:

Dass die 3 Lieblingstitel von Monika zu den 5 zuerst gespielten Titeln gehören, entspricht genau dem Fall, dass der zuletzt gespielte Titel nicht zu Monikas Lieblingstiteln gehört. Dieser Fall tritt in 3 von 6 gleichwahrscheinlichen Möglichkeiten für den zuletzt gespielten Titel ein.
Seine Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{3}{6} = 0{,}5 = 50\%$.

14. Aufgabe*:

Es gibt $\binom{6}{4} = 15$ Möglichkeiten, 4 von 6 Titeln auszuwählen, die zuerst gespielt werden. Für das Ereignis, dass sich die 3 Lieblingstitel von Monika darunter befinden, bleiben 3 Möglichkeiten, da in diesem Fall außer den 3 Lieblingstiteln genau einer der anderen 3 Titel zu den 4 zuerst gespielten Titeln gehört.



Die Wahrscheinlichkeit, dass sich die 3 Lieblingstitel von Monika unter den 4 zuerst gespielten Titeln befinden, beträgt somit $\frac{3}{15} = 0{,}2 = 20\%$.

