

## Erläuterungen und Aufgaben

Zeichenerklärung: [ ] - Drücke die entsprechende Taste des Graphikrechners!  
[ ]<sup>S</sup> - Drücke erst die Taste [SHIFT] und dann die entsprechende Taste!  
[ ]<sup>A</sup> - Drücke erst die Taste [ALPHA] und dann die entsprechende Taste!  
Schwere Aufgaben sind mit einem \* gekennzeichnet.

### Kombinatorische Funktionen

Der Graphikrechner stellt eine Vielzahl von Funktionen zur Verfügung, die in der Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung Verwendung finden.

Im *Hauptmenü* gelangst du mit der Taste [ 1 ] in den *Run-Modus*.

Dort rufst du mit den Tasten [OPTN] [F6] [F3] das *Wahrscheinlichkeitsmenü* auf.



### Fakultät

$n!$  gibt die Anzahl der Möglichkeiten an, eine  $n$ -elementige Menge unter Berücksichtigung ihrer Reihenfolge anzuordnen.

Es gilt:  $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$   $n \in \mathbb{N}$

$n!$  ist also das aus  $n$  Faktoren bestehende Produkt von 1 bis  $n$ .  
Zusätzlich wird definiert  $0! = 1$ .

Beispiel:  $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

[ 4 ] [F1] [EXE]



#### 1. Aufgabe:

Berechne  $6!$  im Kopf und überprüfe das Ergebnis mit dem *Wahrscheinlichkeitsmenü* des Graphikrechners !

#### 2. Aufgabe:

Zeige für eine natürliche Zahl  $n \geq 2$  :  $\frac{n!}{(n-2)!} = n(n-1)$  .

#### 3. Aufgabe:

Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für die Reihenfolge der 12 Läufer eines Wettrennens beim Zieleinlauf !

## Geordnete Stichprobe ohne Wiederholung

$nPr$  gibt die Anzahl der Möglichkeiten an,  $r$  Elemente einer  $n$ -elementigen Menge unter Berücksichtigung ihrer Reihenfolge anzuordnen.

$$\text{Es gilt: } nPr = \frac{n!}{(n-r)!} = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-r+1)$$

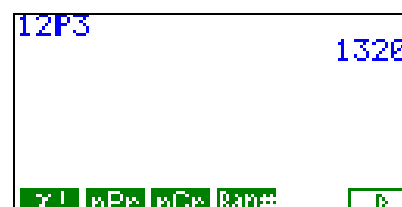
$$n, r \in \mathbb{N}_0, n \geq r$$

Beispiel:

Bei einem Wettbewerb mit 12 Läufern gibt es 12 Möglichkeiten für den Sieger, 11 Möglichkeiten für den 2. Platz und 10 Möglichkeiten für den 3. Platz.

Insgesamt gibt es  $12P3 = \frac{12!}{9!} = 12 \cdot 11 \cdot 10 = 1320$  Möglichkeiten, bei der Siegerehrung die ersten drei Plätze zu besetzen.

[ 1 ] [ 2 ] [F2] [ 3 ] [EXE]



### 4. Aufgabe:

Wie viele Passwörter gibt es, die aus vier verschiedenen Ziffern von 0 bis 9 bestehen ?

### 5. Aufgabe:

Wie viele Passwörter aus vier Ziffern gibt es, wenn diese nicht verschieden sein müssen ?

## Ungeordnete Stichprobe ohne Wiederholung – Binomialkoeffizienten

$nCr$  gibt die Anzahl der Möglichkeiten an,  $r$  Elemente aus einer  $n$ -elementigen Menge ohne Berücksichtigung ihrer Reihenfolge auszuwählen.

Diese entspricht genau dem Binomialkoeffizienten  $\binom{n}{r}$ .

$$\text{Es gilt: } nCr = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad n, r \in \mathbb{N}_0, n \geq r$$

Beispiel:  $7C2 = \binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = 21$

[ 7 ] [F3] [ 2 ] [EXE]



## 6. Aufgabe:

Wie viele Möglichkeiten gibt es, aus einer Klasse mit 20 Schülern 4 Schüler auszuwählen ?

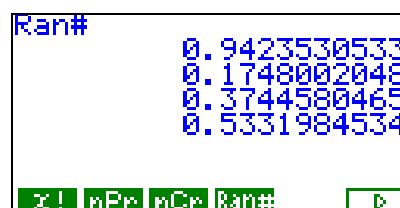
## 7. Aufgabe\*:

Zeige für  $n, r \in \mathbb{N}_0$  mit  $n \geq r$ :  $\binom{n}{r} + \binom{n}{r-1} = \binom{n+1}{r}$ .

## Zufallszahlen

Rufst du mit der Taste [F4] den Menüpunkt Ran# des *Wahrscheinlichkeitsmenüs* auf, setzt der Rechner an die Stelle von Ran# eine zufällige Zahl  $x$  mit  $0 \leq x < 1$ .

[F4] [EXE] [EXE] [EXE] [EXE]

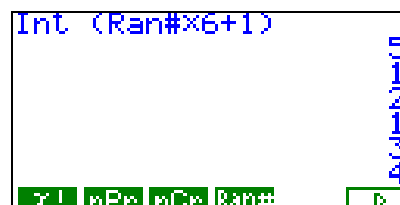


Mit den Tasten [OPTN] [F6] [F4] rufst du das *Numerische Rechnungsmenü* auf.

[F2] [(] [EXIT] [F3] [F4] [×] [6] [+] [1] [)] [EXE]

Der Ausdruck in der Klammer liefert eine zufällige Zahl  $x$  mit  $1 \leq x < 7$ . Die Funktion Int gibt den ganzzahligen Teil einer Dezimalzahl an, z.B. gilt  $\text{Int}(4,37) = 4$ .

Insgesamt liefert der eingegebene Ausdruck jedes Mal, wenn du [EXE] drückst, eine zufällige ganze Zahl von 1 bis 6 und simuliert damit einen Würfel.



## 8. Aufgabe\*:

Erzeuge mit dem Graphikrechner 60 ganzzahlige Zufallszahlen von 1 bis 4 !

Bestimme die relative Häufigkeit der Zahl 4 für die ersten 5 Zufallszahlen, für die ersten 10 Zufallszahlen, für die ersten 15 Zufallszahlen usw. bis zur relativen Häufigkeit der Zahl 4 bei allen 60 Zufallszahlen !

Gegen welchen Wert strebt mit großer Sicherheit die relative Häufigkeit der Zahl 4, wenn die Anzahl der Zufallszahlen gegen unendlich strebt.

## Musik

Monika hört ihre neue Musik-CD mit der Random-Funktion, bei der die 6 Titel ihrer neuen CD in zufälliger Reihenfolge abgespielt werden.

### **9. Aufgabe:**

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 3 Lieblingstitel von Monika zuerst gespielt werden ?

Bestimme zunächst die Anzahl der Möglichkeiten, von den 6 Titeln 3 auszuwählen.

### **10. Aufgabe:**

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 3 Lieblingstitel von Monika nicht nur zuerst gespielt werden, sondern zusätzlich in der von Monika bevorzugten Reihenfolge ?

### **11. Aufgabe:**

Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Reihenfolge, in der die 6 Titel der CD gespielt werden können ?

### **12. Aufgabe:**

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Reihenfolge, in der die Titel gespielt werden, genau mit der Reihenfolge der Titel auf der CD übereinstimmt ?

### **13. Aufgabe:**

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 3 Lieblingstitel von Monika zu den 5 zuerst gespielten Titeln gehören ?

### **14. Aufgabe\*:**

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 3 Lieblingstitel von Monika zu den 4 zuerst gespielten Titeln gehören ?