

Lösungen der Aufgaben

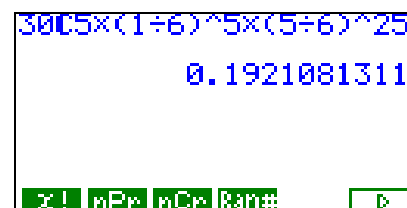
1. Aufgabe:

Im *Hauptmenü* gelangst du mit der Taste [1] in den *Run-Modus*, in dem du mit [OPTN] [F6] [F3] das *Wahrscheinlichkeitsmenü* aufrufst. Binomialkoeffizienten lassen sich mit dem Menüpunkt nCr eingeben.

[3][0][F3][5][×][(][1][÷][6][)][^][5][
[×][(][5][÷][6][)][^][2][5] [EXE]

Die Wahrscheinlichkeit, dass beim 30-maligen Würfeln 5-mal die Zahl 6 gewürfelt wird, beträgt

$$b_{30, \frac{1}{6}}(5) = \binom{30}{5} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{25} \approx 0,192 = 19,2\%.$$



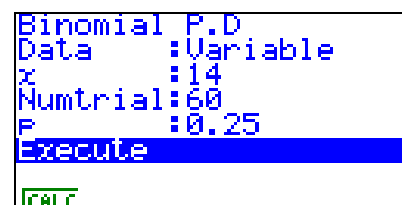
```
30C5*(1÷6)^5*(5÷6)^25
0.1921081311
x! nPr nCr Ran#
```

2. Aufgabe:

Die Anzahl der Treffer, dass die Zahl 4 erzeugt wird, ist binomialverteilt mit $p = \frac{1}{4} = 0,25$ und $N = 60$.

Mit [EXIT] kehrst du zu der Anzeige zurück, in der die Parameter zur Bestimmung eines Wertes der Binomialverteilung eingegeben werden.

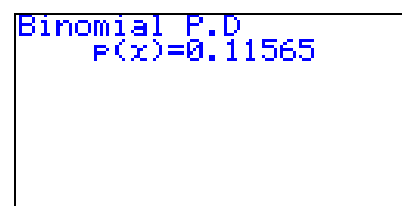
[▼]
[1][4] [EXE]
[6][0] [EXE]
[0][.][2][5] [EXE]
[F1]



```
Binomial P.D
Data :Variable
x :14
Numtrial:60
p :0.25
Execute
CALC
```

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei 60 ganzzahligen Zufallszahlen von 1 bis 4 genau 14-mal die Zahl 4 auftritt, beträgt

$$b_{60, \frac{1}{4}}(14) = \binom{60}{14} \cdot 0,25^{14} \cdot 0,75^{46} \approx 0,116 = 11,6\%.$$



```
Binomial P.D
P(x)=0.11565
```

3. Aufgabe*:

Für die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 5)$, dass beim 30-maligen Würfeln mindestens 5-mal die Zahl 6 gewürfelt wird, gilt:

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - (P(X \leq 5) - P(X = 5)) \approx$$

$$1 - (0,616 - 0,192) = 0,576 = 57,6\%$$

4. Aufgabe:

Mit der Cursor-Taste [▼] kannst du die zunächst nicht sichtbaren Zeilen der Wertetabelle ansehen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass beim 30-maligen Würfeln höchstens 5-mal die Zahl 6 gewürfelt wird, beträgt

$$\sum_{n=0}^5 b_{30, \frac{1}{6}}(n) = \sum_{n=0}^5 \binom{30}{n} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^n \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{30-n} \approx 0,616 = 61,6\%.$$

```

an=30Cn*(1/6)^n*(5/6)^(30-n)
  n      an      En
  ---      ---      ---
  3  0.1368  0.2396
  4  0.1847  0.4243
  5  0.1921  0.6164
  6  0.16  0.7765
  0.6164470147
FORM DEL  FCON G-PLT
    
```

5. Aufgabe*:

Die Anzahl der Treffer, dass beim 15-maligen Werfen einer Münze Wappen auftritt, ist binomialverteilt mit $p = \frac{1}{2} = 0,5$ und $N = 15$.

Im *Folgen-Editor* für explizite Darstellung gibst du in der 1. Zeile die Binomialverteilung $b_{15, \frac{1}{2}}(n) = \binom{15}{n} \cdot 0,5^n \cdot 0,5^{15-n}$ ein.

```

[ 1 ][ 5 ] [OPTN] [F4] [F3] [EXIT] [EXIT] [F4]
[ × ] [ 0 ] [ . ] [ 5 ] [ ^ ] [F4]
[ × ] [ 0 ] [ . ] [ 5 ] [ ^ ] [ ( ] [ 1 ] [ 5 ] [ - ] [F4] [ ) ]
[EXE]
    
```

```

Recursion
anB15Cn*0.5^n*0.5^(15-n)
bn:
    
```

Du rufst mit der Taste [F5] den Menüpunkt RANG auf und gibst in der *Tabellenbereichsanzeige* als Startwert 0 und als Endwert 15 ein.

Mit [EXIT] [V-Window]^S gelangst du zum *Betrachtungsfenster*, in dem du beispielsweise die rechts angegebene Einstellung wählst.

```

View Window
Xmin : 0
max : 15
scale: 5
Ymin : -0.05
max : 0.25
scale: 0.1
INIT TRIG STD STO RCL
    
```

Mit [EXIT] [F6] lässt du die Wertetabelle anzeigen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass 7-mal Wappen geworfen wird, beträgt ca. $0,196 = 19,6\%$, ebenso wie die Wahrscheinlichkeit, dass 8-mal Wappen geworfen wird.

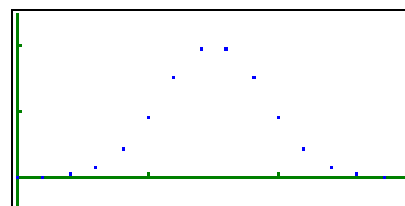
Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 7-mal Wappen geworfen wird, beträgt $0,5 = 50\%$.

```

an=15Cn*0.5^n*0.5^(15-n)
  n      an      En
  ---      ---      ---
  6  0.1527  0.3036
  7  0.1963  0.5
  8  0.1963  0.6963
  9  0.1527  0.8491
  0.5
FORM DEL  FCON G-PLT
    
```

Um die graphische Darstellung erstellen zu lassen, wählst du mit [F6] den Menüpunkt G-PLT und mit [F1] den Menüpunkt a_n .

Die Binomialverteilung ist für $p = \frac{1}{2} = 0,5$ symmetrisch.



Mit Glück und Verstand

6. Aufgabe:

Die Anzahl der richtigen Antworten von Georg ist binomialverteilt mit $p = 0,7$ und $N = 20$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass x Antworten richtig sind, beträgt

$$b_{20,0,7}(x) = \binom{20}{x} \cdot 0,7^x \cdot 0,3^{20-x}$$

Im *Statistik-Modus* rufst du mit [F5] [F5] das *Binomialverteilungs-Menü* auf. Anschließend wählst du mit der Taste [F1] den Menüpunkt Bpd und mit [F2] den Menüpunkt Var.

```
[▼]
[1][4]      [EXE]
[2][0]      [EXE]
[0][.][7]   [EXE]
[F1]
```

Die Wahrscheinlichkeit, dass Georg genau 14 Fragen richtig beantwortet, beträgt ca. $0,192 = 19,2\%$.

```
Binomial P.D
Data :Variable
x :14
Numtrial:20
P :0.7
Execute
|CALC|
```

```
Binomial P.D
P(x)=0.19163
```

7. Aufgabe:

Der Mittelwert der Binomialverteilung $b_{20,0,7}$ liegt bei $\mu = 20 \cdot 0,7 = 14$.

Georg kann im Mittel 14 richtige Antworten erwarten.

8. Aufgabe:

Die Zufallsvariable X kennzeichne die Anzahl der richtigen Antworten, dann gibt $P(X \leq 11)$ die Wahrscheinlichkeit an, dass Georg den Test nicht besteht.

Mit [EXIT] [EXIT] [F5] [F5] gelangst du wieder zum *Binomialverteilung-Menü*. Du wählst mit [F2] den Menüpunkt Bcd und mit [F2] den Menüpunkt Var.

```
[▼]
[1][1]      [EXE]
[2][0]      [EXE]
[0][.][7]   [EXE]
[F1]
```

$$P(X \leq 11) \approx 0,113 = 11,3\%$$

```
Binomial C.D
Data :Variable
x :11
Numtrial:20
P :0.7
Execute
|CALC|
```

```
Binomial C.D
P(x)=0.11333
```

9. Aufgabe:

Du gibst nach Drücken der Taste [EXIT] bei x den Wert 16 ein und bestimmst mit [EXE] die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 16) \approx 0,893$.

$$P(12 \leq X \leq 16) = P(X \leq 16) - P(X \leq 11) \approx 0,893 - 0,113 = 0,78$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der richtigen Antworten zwischen 12 und 16 liegt, beträgt ca. $0,78 = 78\%$.

```
Binomial C.D
Data      :Variable
x         :16
Numtrial :20
P         :0.7
Execute
```

10. Aufgabe:

Besteht der Test aus 40 Fragen, besteht Georg ihn nicht, wenn er höchstens 23 Fragen richtig beantwortet. Diese ermittelst du in Analogie zur 9.Aufgabe, sie beträgt ca. $0,0633 = 6,33\%$.

Mit steigender Anzahl der Fragen sinkt die Wahrscheinlichkeit, dass Georg insgesamt weniger als 60% der Fragen richtig beantwortet, wenn bei jeder einzelnen Frage seine Antwort zu 70% richtig ist.

```
Binomial C.D
Data      :Variable
x         :23
Numtrial :40
P         :0.7
Execute
```

ICALC

11. Aufgabe:

Kreuzt Georg jeweils zufällig eine der vier Antwortmöglichkeiten an, beträgt die Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{4}$, dass die Antwort richtig ist.

Die Wahrscheinlichkeit, dass Georg den Test nicht besteht, beträgt ca. $0,999 = 99,9\%$, die Wahrscheinlichkeit, dass er ihn besteht, somit $1 - 0,999 = 0,001 = 0,1\%$.

```
Binomial C.D
Data      :Variable
x         :11
Numtrial :20
P         :0.25
Execute
```

ICALC

12. Aufgabe:

Es gibt $\binom{4}{2} = 6$ Möglichkeiten, von vier Antwortmöglichkeiten zwei auszuwählen. Kreuzt Georg jeweils zufällig zwei der vier Antwortmöglichkeiten an, beträgt die Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{6}$, dass er die Frage richtig beantwortet.

Die Wahrscheinlichkeit, dass Georg den Test nicht besteht, beträgt ca. $0,99998 = 99,998\%$, die Wahrscheinlichkeit, dass er ihn besteht, somit $1 - 0,99998 = 0,00002 = 0,002\%$.

```
Binomial C.D
Data      :Variable
x         :11
Numtrial :20
P         :0.16666666
Execute
```

ICALC