CASIO forum

Schul- und Grafikrechner • Ausgabe 1/2010

Inhalt

Editorial

Liebe Lehrerinnen und Lehrer,

im CASIO forum finden Sie Anregungen und Beispiele von Lehrerinnen und Lehrern für den gewinnbringenden Unterrichtseinsatz von Grafikrechnern (mit Computer-Algebra-System) und technisch-wissenschaftlichen Rechnern.

In vielen Schulen werden Grafikrechner verstärkt auch im naturwissenschaftlichen Unterricht eingesetzt, so dass wir Ihnen in dieser Ausgabe wieder zwei Versuche mit dem EA-200 vorstellen. Den eigenen Körper betreffende Themen sind besonders motivierend; so kann mithilfe des Messwerterfassungssystems ein Elektrokardiogramm aufgezeichnet werden. Ein Unterrichtsbeispiel zu diesem Thema finden Sie auf Seite 6.

Der Beitrag über Prüfungen in Frankreich (CASIO forum 1/2009) ist auf großes Interesse gestoßen und aus diesem Grunde präsentieren wir Ihnen in dieser Ausgabe die Rahmenbedingungen in Norwegen.

Zum Ausprobieren der Beispielaufgaben im Unterricht können Sie unsere Grafikrechner im Klassensatz einschließlich Zubehör kostenlos für vier Wochen ausleihen. Einen Überblick über dieses und weitere Angebote finden Sie auf unserer Internetseite im Bereich Lehrersupport.

Über Rückmeldungen zur Umsetzung der Aufgaben im Unterricht oder Anregungen zu bestimmten Themen freuen wir uns! Auch Beiträge sind herzlich willkommen, gern als E-Mail an education@casio.de.

Ihr Redaktionsteam

i.A. CASIO Educational Projects

Aufgabenbeispiel für den ClassPad

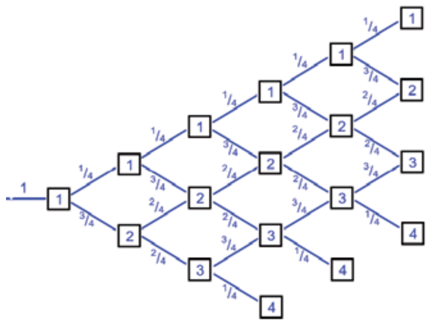
Warten auf den Erfolg

Autor: Eberhard Neef, Schulzentrum Geschwister Scholl Bremerhaven

Pünktlich zu Weltmeisterschaften gibt es Alben für Klebesammelbilder. Jeder Sammler versucht ein Album zu füllen. Die „Kauf-Methode“ besteht darin, so lange Bilder zu kaufen, bis das Album voll ist. Eine andere Möglichkeit ist die „Tausch-Methode“: nur eine bestimmte Anzahl von Bildern kaufen, um dann die Doppelten gegen Fehlende eintauschen zu können.
Mit welcher Sicherheit und zu welchem Preis erhält man mit der „Kauf-Methode“ ein vollständiges Album?

Im Folgenden wird die „Kauf-Methode“ anhand eines Albums mit nur vier Bildern modelliert.
Für diese Modellierung wird vorausgesetzt, dass die Motive einzeln erworben werden können, die Auflage für alle Motive gleich ist und diese zeitgleich im Handel erscheinen.

Es soll untersucht werden, wie viele Bilder gekauft werden müssen, um mit einer vorher festgelegten Wahrscheinlichkeit mindestens einen kompletten Satz zu erhalten. Für das Modell mit vier Motiven wird das folgende Baumdiagramm erstellt.

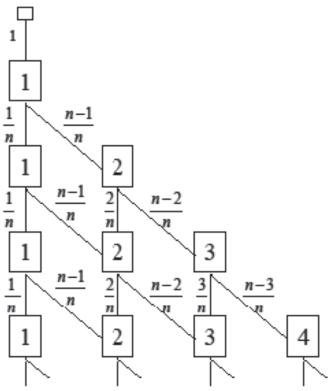


Beim ersten Kauf wird sicher ein noch nicht vorhandenes Motiv erworben. Beim zweiten wird entweder wieder dieses Motiv oder ein noch nicht vorhandenes zweites Motiv erstanden usw. Die Wahrscheinlichkeit, nach sechs Käufen genau zwei Motive zu erhalten, beträgt demnach $\frac{21}{64}$.

Zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit eignet sich die Tabellenkalkulation des ClassPad.
Dafür werden das Baumdiagramm transformiert und die Wahrscheinlichkeiten durch Terme ersetzt. Diese enthalten die Anzahl n der Motive.

Fortsetzung Seite 2

Fortsetzung: Aufgabenbeispiel für den ClassPad

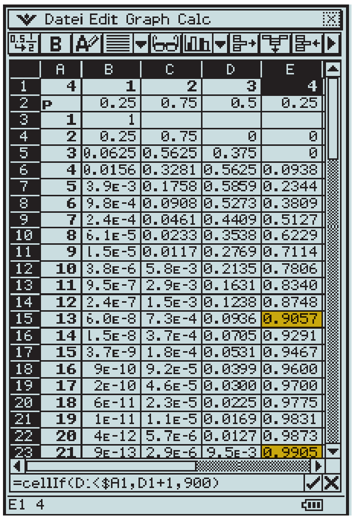


Das Tabellenblatt wird so angelegt, dass in der Zelle A1 die Anzahl der Motive variiert werden kann.
In der folgenden Tabelle wird exemplarisch der Inhalt einiger Zellen dargestellt. Darunter liegende oder rechts davon liegende Spalten enthalten entsprechende Inhalte, die durch Kopieren erzeugt werden können.

A1	Anzahl der Motive
B1	1
B2	B$2*B1
B3	B$2*B2
B4	B$2*B3
C1	Cellif(B1<$A1,B1+1,900)
C2	($A1-B1)/$A1
C4	C$2*B3
C5	C$2*B4+cellif(C$1<a1,(1-D$2)*D4,D4)

Um mit einer Sicherheit von mindestens 90% den kompletten Bildersatz mit vier Motiven zu erhalten, sind 13 Versuche nötig; bei 21 Versuchen ist die Wahrscheinlichkeit schon größer als 99% (vgl. Abbildung unten).

Für die Berechnung mit einer größeren Anzahl von Motiven sollte mit dem übersichtlichen ClassPad Manager gearbeitet werden oder mithilfe eines Simulationsprogramms.[1]
Nach Angaben des Informatikers Andreas Binzenhöfer hat ein Sammler bei der letzten Fußball-WM 2006 für die Kauf-Strategie etwa 300 € bis 700 € bezahlt. Am günstigsten sei es gewesen, ein Paket mit Bildertüten zu kaufen und fehlende Bilder nachzubestellen (72 € bis 98 €).[2]


Datei Edit Graph Calc

	A	B	C	D	E
1	4	1	2	3	4
2	p	0.25	0.75	0.5	0.25
3	1	1			
4	2	0.25	0.75	0	0
5	3	0.0625	0.5625	0.375	0
6	4	0.0156	0.3281	0.5625	0.0938
7	5	3.9E-3	0.1758	0.5859	0.2344
8	6	9.8E-4	0.0908	0.5273	0.3809
9	7	2.4E-4	0.0461	0.4409	0.5127
10	8	6.1E-5	0.0233	0.3538	0.6229
11	9	1.5E-5	0.0117	0.2769	0.7114
12	10	3.8E-6	5.8E-3	0.2135	0.7806
13	11	9.5E-7	2.9E-3	0.1631	0.8340
14	12	2.4E-7	1.5E-3	0.1238	0.8748
15	13	6.0E-8	7.3E-4	0.0936	0.9057
16	14	1.5E-8	3.7E-4	0.0705	0.9291
17	15	3.7E-9	1.8E-4	0.0531	0.9467
18	16	9E-10	9.2E-5	0.0399	0.9600
19	17	2E-10	4.6E-5	0.0300	0.9700
20	18	6E-11	2.3E-5	0.0225	0.9775
21	19	1E-11	1.1E-5	0.0169	0.9831
22	20	4E-12	5.7E-6	0.0127	0.9873
23	21	9E-13	2.9E-6	9.5E-3	0.9905

=cellIf(D:<$A1,D1+1,900)
E1 4

Tipps & Tricks

Tabellenkalkulation des ClassPad

Zahlenfolge eingeben

Eine Zahlenfolge wird über die Menüleiste *Edit - Füllen mittels Reihe* eingegeben:

Formeln eingeben

Zum Eingeben von Formeln in mehrere Zellen eignet sich *Edit – Mit Wert füllen:*

Zellinhalt kopieren

Der Inhalt einer Zelle oder eines Bereiches kann kopiert werden, indem der gewünschte Bereich zunächst ausgewählt wird. Anschließend wird der Stift an einer beliebigen Stelle in den schwarz hinterlegten Bereich gesetzt und ohne Absetzen in die zu kopierende Zelle gezogen. Alternativ können die Tasten des Keyboards zum Kopieren ⏎ und Einfügen ⏎ genutzt werden.

Kopfübungen

Schnell oder richtig?

Autor: Gerhard Glas, TU Darmstadt / Marienschule Offenbach

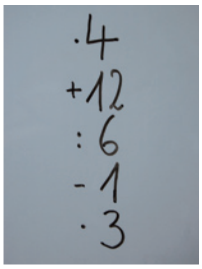
Studien zum Lernerfolg beim Einsatz von Grafikrechnern mit CAS im Mathematikunterricht haben gezeigt, dass der Lernzuwachs dann besonders groß ist, wenn es neben dem Rechnereinsatz auch regelmäßige Zeiten für Kopfübungen gibt.
Deshalb möchten wir in dieser Rubrik Anregungen für abwechslungsreiche Kopfübungen geben.

Bei dieser Art der Kopfübung werden 4 oder 5 Rechenschritte an der Tafel untereinander notiert. Dazu kommt dann eine (ganzzahlige) Startzahl und damit startet auch die Übung. Beginnend mit dieser Startzahl führt jeder für sich die Rechenoperationen nacheinander aus.
So wie beim klassischen Kopfrechnen ist das Ergebnis einer Rechenoperation die Ausgangszahl für die nächste. Insgesamt werden dabei 20 Rechenoperationen ausgeführt; die Rechenschritte werden daher nacheinander fünf- bzw. viermal durchlaufen. Wer aus der Gruppe zuerst alle 20 Rechnungen ausgeführt hat, ruft „Halt". Dadurch wird die Übung für alle beendet und jeder schreibt das zuletzt berechnete Ergebnis auf seine Karteikarte. Kommt dieses notierte Ergebnis in der Kette der Rechnungen vor, so gibt es dafür so viele Punkte, wie richtige Rechnungen ausgeführt wurden (also maximal 20). Kommt diese Zahl aber nicht vor, so gibt es auch keinen Punkt. Jeder muss also für sich das richtige Rechentempo wählen: So rasch wie möglich, aber trotzdem richtig. Durch den langfristigen Vergleich der Punkte auf den Karteikarten können auch Lernfortschritte beobachtet werden.

Das Erfinden solcher Aufgabenketten ist nicht ganz einfach, die Zwischenergebnisse sollten möglichst ganzzahlig sein und auch nur einmal vorkommen. Als Ausgangspunkt bietet sich ein einfacher Term an, etwa 2x + 3, der dann in einen komplizierteren umgeformt wird:

$2x + 3$
$= 2x + 6 - 3$
$= (4x + 12) : 2 - 3$
$= ((4x + 12) : 6 - 1) \cdot 3$

Das führt dann zur Aufgabenkette



Die Startzahl muss wegen der Division durch 6 ein Vielfaches von 3 sein.
Interessant ist auch der Auftrag „Ergänze zu 100" in einer Kettenaufgabe:

Zu 100 : 2 - 16 · 4 - 40 mit Startzahlen von 24 bis 36 (außer 28, 32 und 33), dabei kommen manchmal auch einfache Dezimalzahlen oder negative Ergebnisse vor. Gute Dienste beim Erstellen solcher Aufgaben leistet eine Tabellenkalkulation.

Weiteres Beispiel:
+ 3 · 4 - 18 : 2 + 2 Startzahl: 2 und größer

[1] Vgl. Aufgabenblatt unter www.casio-schulrechner.de/de/materialdatenbank
[2] Auf der Seite http://www.schlussmann.de/blog/wir-haben-die-panini-weltformel-gefunden-175629/ gibt es ein Interview mit einem Informatiker zu den Strategien und Lösungen.

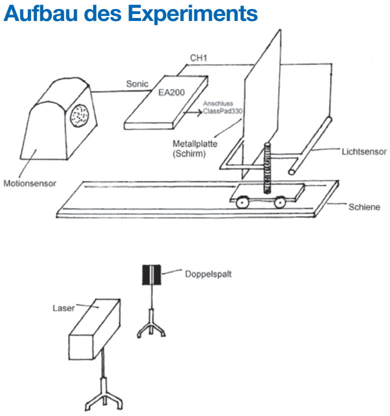
Intensitätsverteilung am Doppelspalt

Autor: Marco Mazzone, Karl-Rehbein-Schule Hanau/Studienseminar Offenbach

Das Messen zeitabhängiger physikalischer Größen stellt mit dem ClassPad in Verbindung mit dem EA-200 kein Problem dar. Zeitlich veränderliche Größen wie Ort, Lichtstärke, Spannung, Temperatur usw. werden direkt in den jeweiligen Diagrammen am ClassPad dargestellt. Oftmals interessieren aber nicht nur die Zeitabhängigkeiten einer physikalischen Größe, sondern auch die Orts- oder sogar andere Abhängigkeiten. Bei der Intensitätsverteilung am Doppelspalt handelt es sich um eine solche Ortsabhängigkeit, nämlich die Ortsabhängigkeit der Lichtintensität I(x).

Das EA-200 erlaubt die gleichzeitige Messwertaufnahme mehrerer Sensoren, in diesem Fall die gleichzeitige Messung der Position mit einem Bewegungssensor und der Lichtintensität mit einem Lichtsensor. Zu beiden Größen (I, x) werden die (identischen) Zeitmesswerte aufgezeichnet. Den Zeitmesswerten kommt somit nur eine „ordnende" Funktion zu. Über die Zeitmesswerte kann auf diese Weise jedem Positionswert x ein Intensitätswert I zugeordnet werden. Die nach jeder Messung auf dem ClassPad grafisch angezeigten Verläufe stellen zunächst nur die Zeitabhängigkeit von Position und Intensität dar. In der Statistikanwendung des ClassPad kann auch ein Intensität-Ort-Diagramm dargestellt werden.

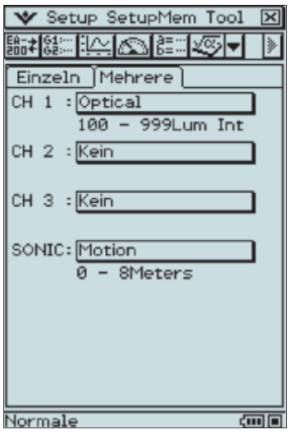
Aufbau des Experiments



Auf einem Wagen wird der Lichtsensor montiert. Ebenfalls wird am Wagen eine Metallplatte (z.B. ein Schirm) befestigt. Sie dient als Reflektor für den Bewegungssensor, der in ungefähr 50 cm Entfernung vom Wagen aufgestellt wird. Es empfiehlt sich, den Schalter des Bewegungssensors auf NARROW zu stellen, da die zu messenden Wege kleiner als einen Meter sind. Laser und Doppelspalt werden so justiert, dass das Interferenzmuster parallel zur Schiene erscheint, damit es vom Lichtsensor gut detektiert werden kann. Um die Messung zu verfeinern, sollte der Lichtsensor links und rechts mit dunklem Klebeband bedeckt werden, sodass in der Mitte des Lichtsensors ein schmaler Spalt entsteht. Andernfalls „verschwimmen" die Messwerte für Maxima und Minima miteinander, weil mehrere Maxima und Minima auf die Öffnung des Lichtsensors fallen. Nach dem Start der Messung kann der Wagen langsam per Hand durch das Interferenzmuster gefahren werden. Geschwindigkeitsschwankungen stellen bei dieser Art der Messung kein Problem dar.

Messung

In der E-ConEA200-Anwendung des ClassPad wird das Register „Mehrere" geöffnet und die Sensoren werden wie folgt eingestellt:

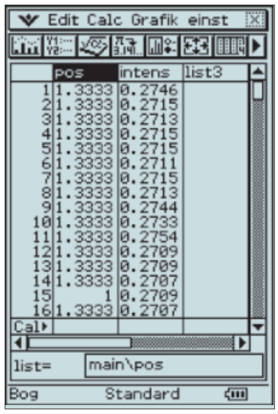


Im Setup-Menü unter *Probe* wird der Modus *Normale*, das Messintervall *0,05 Sekunden* und die Anzahl der Messungen *600* eingegeben.

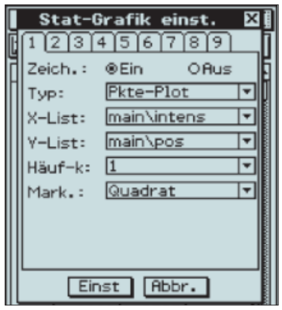
Im Register Trigger wird der Start der Messung durch Klicken auf *Start Trigger* als Countdown eingestellt (z.B. 10 Sekunden), dann auf *Einst* klicken. Gestartet wird der Vorgang durch Anklicken des Icons in der Menüleiste. Zum Speichern der Messdaten wird zunächst über nur der Sensor Optical ausgewählt (Häkchen). Aus dem aktiven Messwertdiagramm wird anschließend *Mem* in der Menüleiste aufgerufen. Auf *Liste speichern* gehen und *Alles* anklicken. Die Zeitdaten (z.B. *t_intens*) und die Intensitätsdaten (z.B. *intens*) benennen. Dieser Vorgang wird für die mit dem SONIC-Sensor aufgenommenen Daten wiederholt (Abspeicherung z.B. unter *t_pos* und *pos*).

Grafische Darstellung

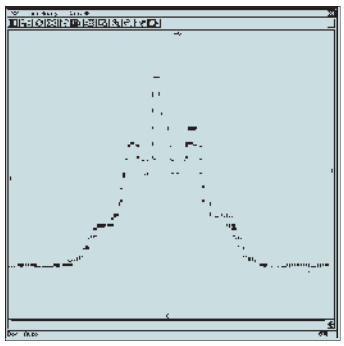
Für die grafische Darstellung werden in der Statistikanwendung durch Eingabe von pos und intens in der Kopfzeile die Daten aufgerufen.



Im Menü *Grafik einst* wird ein Häkchen bei *StatGraph1* gesetzt und dann *Einstellung* geöffnet. Hier die Grafikeinstellungen (siehe Abbildung) tätigen und anschließend den Graphen über das Icon darstellen.



Messergebnis



Die aufgenommenen Messwerte zur Intensitätsverteilung am Doppelspalt können auch zur Wellenlängenbestimmung des verwendeten Laserlichts herangezogen werden. In der durchgeführten Messung ergab sich für die Abstände a_n der Maxima ein Mittelwert von a = 2,4 mm. Mit dem Spaltabstand d = 0,7 mm, der Entfernung zwischen Doppelspalt und Sonde (Sonde auf Position des 0ten Maximums) e = 2,57 m, kann die Wellenlänge des verwendeten Laserlichts mit λ = 654 nm ($\lambda = \frac{a \cdot d}{\sqrt{a^2+e^2}}$) angegeben werden. Für das Experiment wurde ein Helium-Neon-Laser verwendet, der Licht mit einer Wellenlänge von λ = 633 nm aussendet.

Aufgabenbeispiel für den FX-9860GII

Der Grafikrechner als Auslöser für entdeckendes Lernen

Autorin: Janina Duda, Gymnasium Zabrze, Polen

Mathematikdidaktiker (Wittmann Krygowska, und andere) heben die Bedeutung der Kreativität im Mathematikunterricht hervor[3]. Krygowska (1977) betont, dass eine gewisse mathematische Kreativität von jedem Kind erreicht werden kann. Dies ist nötig, um ein Verständnis für die Schönheit und die Bedeutsamkeit der Mathematik zu erreichen.
Ziel meiner Studien ist es, durch den Einsatz von Grafikrechnern die Vielfalt mathematischer Arbeitsweisen zu fördern und dadurch eine erhöhte Bereitschaft zum Experimentieren, Aufdecken von Problemen, zum Formulieren und Verifizieren von Hypothesen zu erreichen. Dieser Beitrag stellt ein Beispiel aus den Studien vor.

Die Studiengruppe bestand aus sechs Schülern im Alter von 15-16 Jahren. Sie besuchten den Kurs „Mathematik am Gymnasium mit Einsatz von Grafikrechnern". Jeder verfügte über einen Grafikrechner. Zur Bearbeitung der folgenden Aufgabe hatten sie 60 Minuten Zeit.
Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme mithilfe des Grafikrechners:

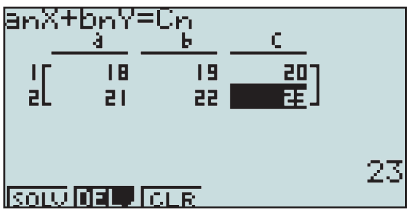
$$\text{a)}\begin{cases} 18x+19y=20 \\ 21x+22y=23 \end{cases}$$

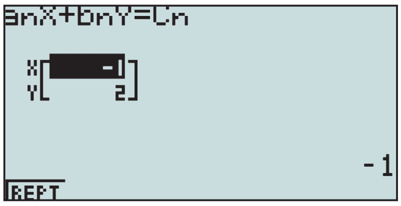
$$\text{b)}\begin{cases} 1252x+1253y=1254 \\ 1255x+1256y=1257 \end{cases}$$

$$\text{c)}\begin{cases} -24x-23y=-22 \\ -21x-20y=-19 \end{cases}$$

Was stellen Sie fest? Formulieren Sie eine geeignete Schlussfolgerung und versuchen Sie, diese zu belegen. Notieren Sie weitere Gleichungssysteme mit besonderen Eigenschaften.

Mit der Gleichungslöser-Anwendung ergibt sich als Lösung für alle Gleichungssysteme: x = –1 und y = 2





Aus den Kommentaren zu den Lösungen ging hervor, dass sie alle feststellten, dass sich die Koeffizienten in jeder Gleichung der einzelnen Systeme jeweils um eins unterscheiden. Alle Schüler formulierten geeignete Hypothesen. Mithilfe des Grafikrechners konnten die Hypothesen empirisch verifiziert werden. Vier Schüler führten auch Beweise durch.

Zur Vereinfachung legen wir fest:

Das Gleichungssystem

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$$

wird durch die Folge seiner Koeffizienten in der Form ($a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$) beschrieben.

Ein Schüler interessierte sich für Gleichungssysteme der Form (a, a+n, a+m, b, b+n, b+m). Sein Ziel war es, eine allgemeine Lösungsformel zu finden. Nachdem er viele Beispielaufgaben mit dem Rechner gelöst hatte, begann er, seine Hypothesen theoretisch zu beweisen. Er stellte fest, dass die Lösungen lediglich von „n" und „m" abhängen.
In meinem Artikel „Der Einfluss von Grafikrechnern auf die Entwicklung der kreativen Aktivität" gehe ich detaillierter und auf weitere Lösungsvorschläge der Schüler ein.[4]

Zusammengefasst untersuchte der Schüler folgende Arten von Gleichungssystemen:

Gleichungssystem	Lösung
$(a, a+1, a+2, b, b+1, b+2)$	$\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$
$(a, a-1, a-2, b, b-1, b-2)$	$\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$
$(a, a+1, a+2, a, a-1, a-2)$	$\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$
$(a, b, c, a, -b, c)$	$\begin{cases} x=\frac{c}{a} \\ y=0 \end{cases}$
$(a, b, b, a+n, b, b)$	$\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$
$(a, b, c, a, -b, -c)$	$\begin{cases} x=0 \\ y=\frac{c}{b} \end{cases}$
$(a, a+n, a+m, b, b+n, b+m)$	$\begin{cases} x=\frac{n-m}{n} \\ y=\frac{m}{n} \end{cases}$
$(a, a+m, n, b, b+m, n)$	$\begin{cases} x=\frac{-n}{m} \\ y=\frac{n}{m} \end{cases}$

Durch den Einsatz des Grafikrechners wurde es möglich, sich auf das Problem zu konzentrieren, anstatt aufwändige Rechnungen durchzuführen.
Die Verwendung des Rechners hatte zur Folge, dass das Lösen dieser Aufgaben zu selbständig entdeckendem Lernen führte. Die Schüler begaben sich ganz natürlich in die Welt linearer Gleichungssysteme mit Parametern.

Buchtipp

Neue Bücher zum FX-9860GII

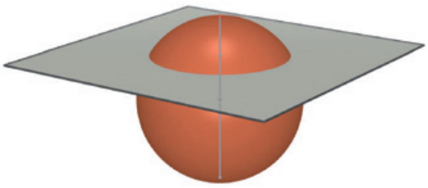
- Thomas Hilger: Der FX-9860GII im Mathematikunterricht, Bildungsverlag EINS.
- Einführende Tipps in die Arbeit mit dem FX-9860GII, Cornelsen Verlag.
- Prüfungsvorbereitung mit dem FX-9860GII, Freiburger Verlag.
- Mathematik für Gymnasien Kursstufe Baden-Württemberg, Lambacher Schweizer-Online, Ernst Klett Verlag.
- Mathematik für Gymnasien Gesamtband Oberstufe Niedersachsen, Lambacher Schweizer-Online, Ernst Klett Verlag.

[3] Wittmann, E. (1972). Komplementäre Einstellungen beim Problemlösen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Hannover. Krygowska, Z. (1977). The outline of the Didactics of Mathematics, parts 1-3 WSiP, Warszawa. [4] Duda, J. (2008). The Influence of the Graphic Calculator on the Development of Creative Activity. In: Proceedings of the Casio pan-European conference 2008 in Barcelona. (Deutsche Version unter www.casio-schulrechner.de/de/materialdatenbank).

Die Teilung einer Kugel im vorgegebenen Verhältnis

Autor: Dr. Wolfgang Ludwicki, Winckelmann-Gymnasium Stendal

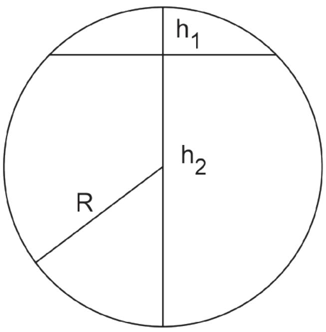
Die Oma hat für ihre beiden Enkel (13 und 8 Jahre) leider nur eine Marzipankugel mitgebracht, die ist dafür mit 10 cm Durchmesser aber ansehnlich groß. Nun soll die Kugel „gerecht" aufgeteilt werden. Der Ältere meint, das müsse im Verhältnis 13:8 geschehen.



Die Formel zur Berechnung des Rauminhaltes eines Kugelsegmentes lässt sich mithilfe des Prinzips von Cavalieri herleiten:

$$V = \frac{\pi \cdot h^2}{3}(3R - h)$$

Dabei ist *R* der Radius der Kugel und *h* die Höhe des Kugelabschnittes.



Durch den Abstand | R - h_1 | der Schnittebene vom Kugelmittelpunkt, ist ihre Lage eindeutig bestimmt. Nun soll gelten:

$V_1 : V_2 = a : b \Leftrightarrow b \cdot V_1 = a \cdot V_2$

Daraus folgt:

$$b \cdot \frac{\pi \cdot h_1^2}{3} \cdot (3R - h_1) = a \cdot \frac{\pi \cdot h_2^2}{3} \cdot (3R - h_2)\,.$$

$$b \cdot h_1^2 \cdot (3R - h_1) = a \cdot h_2^2 \cdot (3R - h_2)\,.$$

Weil $h_1 + h_2 = 2R$ ist, kann für $h_2 = 2R - h_1$ eingesetzt werden:

$$b \cdot h_1^2 \cdot (3R - h_1) = a \cdot (2R - h_1)^2 \cdot (3R - (2R - h_1)).$$

$$b \cdot h_1^2 \cdot (3R - h_1) = a \cdot (2R - h_1)^2 \cdot (R + h_1)\,.$$

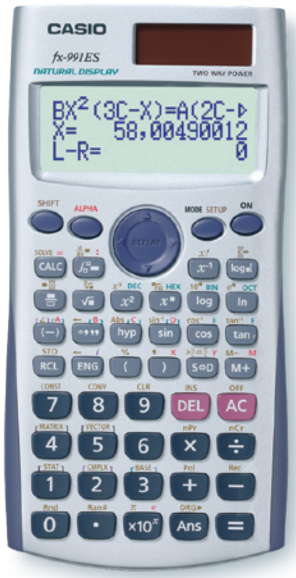
Diese Gleichung stellt eine kubische Gleichung für h_1 dar. Mit dem FX-991ES kann diese Gleichung im EQN-Modus oder mittels der (SOLVE)-Taste gelöst werden. Für das Lösen im EQN-Modus wird die Gleichung auf die Normalform $a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$ gebracht.

Hier wird die (einfachere) Bearbeitung mithilfe der (SOLVE)-Taste beschrieben. Dabei werden a und b und der Kugelradius (C) als Parameter eingegeben. Sie können für weitere Berechnungen einfach variiert werden.

Die folgenden Eingaben führen zur Lösung:

[ALPHA] [°'''] (B) [ALPHA] [)] (X) [x^2] [(] [3] [ALPHA] [hyp] (C) [−] [ALPHA] [)] (X) [)] [ALPHA] [CALC] (=) [ALPHA] [(−)] (A) [(] [2] [ALPHA] [hyp] (C) [−] [ALPHA] [)] (X) [)] [x^2] [(] [ALPHA] [hyp] (C) [+] [ALPHA] [)] (X) [)] [SHIFT] [CALC] (SOLVE)

Nach der Eingabe der Werte für *A*(13), *B*(8) und *C* (Radius = 50 mm) sowie dem Startwert *X* = 50 ergibt sich die Anzeige:



Der ältere Enkel bekommt einen 16 mm dickeren Kugelteil. Ob das dem Jüngeren gefällt?

Mit den Iterations-Startwerten *X* = 0 oder *X* = 12 erhält man die beiden anderen reellen Lösungen der kubischen Gleichung, mit *A* = 8 und *B* = 13 die komplementäre Lösung *X* = 42 mm.

Mit der Überlegung, dass der Ältere 13/21 der ganzen Kugel bekommt und dem Ansatz

$$\frac{A}{A+B} V_{Kugel} = \frac{\pi \cdot h^2}{3}(3R - h)$$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{A+B} \cdot 4R^3 = h^2(3R - h)$$

$$\Leftrightarrow 4AR^3 = (A+B)h^2(3R - h)$$

ergibt sich etwas rascher die angegebene Lösung.

Mit dieser Formel kann auch die Frage beantwortet werden, wie hoch eine Eiskugel (Dichte: 0,9 g · cm^{-3}) aus dem Wasser (Dichte: 1 g · cm^{-3}) herausschaut (10% des Kugelvolumens befinden sich oberhalb des Wasserspiegels):

$$0{,}1 \cdot V_{Kugel} = \frac{\pi \cdot h^2}{3}(3R - h)$$

$$\Leftrightarrow 0{,}4R^3 = h^2(3R - h)$$

Mit *R* = 50 (mm) wird wieder eine Kugel mit 10 cm Durchmesser gewählt, der Startwert für *X* ist wieder 50:

```
0.4C³=X²(3C-X)
X=    19,58001057
L-R=            0
```

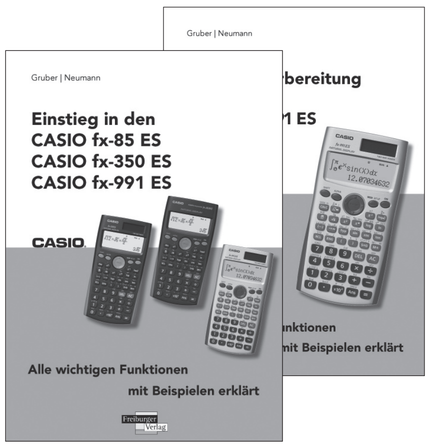
Ergebnis: Fast 20% des Kugeldurchmessers sind zu sehen!

Buchtipp

FX-ES-Serie

Beim Freiburger Verlag sind zur FX-ES-Serie zwei Arbeitshefte erschienen:

H. Gruber & R. Neumann:
- Arbeiten mit dem CASIO FX-991ES
- Einstieg in den CASIO FX-82/-85/-350ES



In den Heften werden alle wichtigen Funktionen sowohl zum Einstieg als auch mit weiterführenden Themen anhand von Beispielen und Übungsaufgaben behandelt.

Entdeckung von Dipolfeldern mithilfe des EKGs

Autor: Dr. Hans-Otto Carmesin, Athenaeum Stade / Universität Bremen

Das Elektrokardiogramm (EKG) macht die elektrischen Vorgänge im Herzen sichtbar und ist ein Standardverfahren der medizinischen Messtechnik. Das EKG ist auch für das Lernen günstig, denn Interessenstudien zeigen, dass den eigenen Körper betreffende Themen auch für den Physikunterricht besonders motivierend[5] sind. Hier zeige ich, wie Schülerinnen und Schüler[6] im Physikunterricht mithilfe des EKGs elektrische Feldlinien und Äquipotentiallinien eines Dipols entdecken. Zur Aufzeichnung des EKGs wird der FX-9860GII, das EA-200 und der EKG-Sensor von Vernier verwendet. Die Einheit umfasst 3 Unterrichtsstunden.

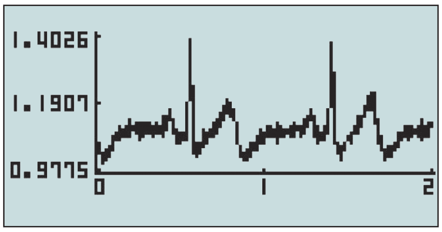


Abbildung 1:
Abszisse: Zeit in Sek.. Ordinate: Spannung ungefähr in mV. Man erkennt deutlich das periodische Signal. Als Maß für die Signalstärke wählen wir die maximale Spannungsdifferenz: 1,4 mV – 1 mV = 0,4 mV.

Erste Messung

Bei allen hier dargestellten Versuchen sind zwei Dinge unbedingt zu beachten:

- Aus Sicherheitsgründen darf auf gar keinen Fall eine indirekte oder direkte elektrische Verbindung zwischen einem Kontaktpflaster und einem Netzgerät bestehen, da dabei kurze Überspannungen nicht auszuschließen sind. Daher werden alle verwendeten Geräte ausschließlich mit Batterien betrieben.
- Zum Schutz der Persönlichkeitssphäre muss die Versuchsperson ein Junge sein, der sich freiwillig zu den Versuchen bereit erklärt. Die Versuche sind von einem weiteren Jungen durchzuführen, damit die Lehrkraft keinen Schüler berühren muss.

Es wird die Spannung zwischen zwei Punkten der Haut gemessen. Dazu wird in den beiden Ellenbogenbeugen je ein Kontaktpflaster befestigt; mit der roten und grünen Klemme werden sie mit dem Sensor verbunden. Dieser wird an Kanal 1 des EA-200 gesteckt. Das EA-200 wird über das Datenkabel mit dem FX-9860GII verbunden. Im FX-9860GII werden folgende Einstellungen in der E-CON2-Anwendung getätigt: [F1] (Setup EA-200) [F1] (Wizard) [F2] (Vernier-Sensor) [▼] [EXE] (Auswahl des EKG-Sensors), [2] [EXE] [1] [F1] (Messdauer 2 Sekunden). Abschließend zum Start der Messung [EXE]. Als Ergebnis erhalten wir das EKG als Graphen (s. Abb. 1). Dabei ist der Vernier-Sensor bezüglich der Spannungseinheit nicht genau kalibriert.

Spielerische Versuche

Nach der ersten Messung dürfen die Schüler eigene Versuche durchführen. Sie entdecken, dass das EKG leicht durch Muskelanspannung gestört werden kann. Daran erkennen sie, dass die elektrischen Signale ebenso aufgezeichnet werden, wie die Signale, die den Herzmuskel zur Kontraktion anregen. Wird die Position der Kontaktpflaster variiert, beobachten sie unterschiedliche Spannungsbeträge. Bei ihren Versuchen staunen die Schüler, dass auch ein deutliches Signal gemessen wird, wenn beide Kontaktpflaster an der linken Schulter und an der linken Ellenbogenbeuge befestigt sind.

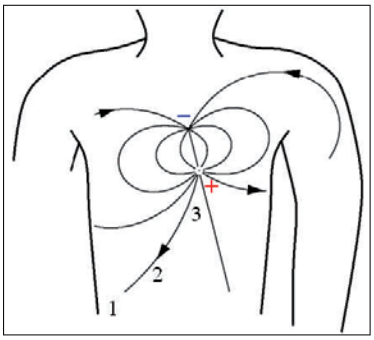


Abbildung 2:
Die Schüler vermuten einen elektrischen Dipol in der Herzgegend. Sie skizzieren die elektrischen Feldlinien. Ihr Kontrollversuch ergibt U_{12} = 0,5 mV und U_{13} = 2,5 mV und bestätigt so deutlich die Hypothese.

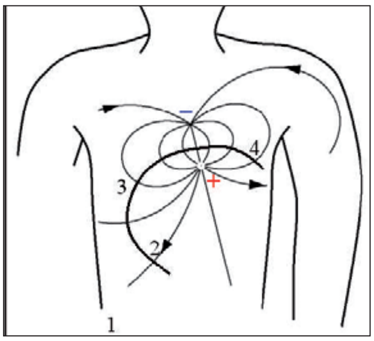


Abbildung 3:
Die Schüler vermuteten, dass die Äquipotentiallinie senkrecht auf den Feldlinien steht.
Sie brachten eine Elektrode im Punkt 1 an, während sie die andere bei den Punkten 2, 3 und 4 anhefteten. Sie maßen Spannungen von 1,1 mV ± 0,2 mV und bestätigten so ihre Hypothese.

Die Äquipotentiallinien

Bei diesem Versuch wird zunächst eine Elektrode in größerer Entfernung vom Herzen befestigt. Um das Feld und die Lage des Dipols genauer zu untersuchen, sollen die Schüler eine Linie finden, auf welcher der zweite Messpunkt immer zur gleichen Spannung führt. Sie vermuten, dass die Linie senkrecht zu den Feldlinien verlaufen muss. (s. Abb. 3).
Die im Versuch gefundene Linie konstanter Spannung ist somit eine Äquipotentiallinie.

Darstellung der Äquipotentiallinien

Zur Darstellung von Äquipotentiallinien gehen wir zunächst auf die bekannte potentielle Energie einer Ladung q im Feld einer Ladung Q im Abstand r zurück:
$E_{pot} = Q \cdot q/(4\pi\varepsilon_0 r)$.
Wir bestimmen das Potential durch Division durch q : $V = Q/(4\pi\varepsilon_0 r)$.

Das Potential $V(\vec{r})$ an einem Ort $\vec{r}$, das ein Dipol mit den Ladungen ± Q und den Ortsvektoren $\vec{r}_1$ bzw. $\vec{r}_2$ verursacht, ist somit:

$$V(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_1|} - \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_2|}\right)$$

Mit dem FX-9860GII lässt sich das Äquipotentiallinienbild darstellen (s. Abb. 4). Dazu benötigt man ein Programm[7].

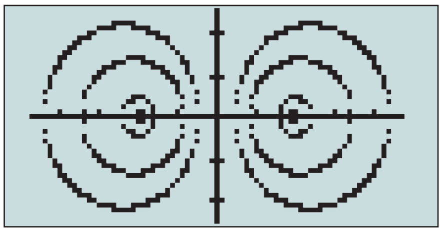


Abbildung 4:
Äquipotentiallinien: Längeneinheit 2 cm. Ladungen (Rechtecke) Q = ± 11 pC bei (±4cm|0). Potentiallinien für V = ± 10 mV, ± 2,5 mV und ±1,25 mV.

Defibrillator

Allein in Deutschland sterben jährlich 100.000 Menschen dadurch, dass das Herz aus dem Rhythmus gerät[8]. Dabei kann geholfen werden, wenn innerhalb weniger Minuten wirksam gehandelt wird. Hierfür gibt es seit einigen Jahren Geräte, die Laien bedienen können und dürfen: Defibrillatoren. Es werden zwei Elektroden auf die Brust geklebt, dann erstellt das Gerät das EKG, analysiert es und bietet bei Bedarf einen Stromstoß an, der das Herz wieder zum geordneten Schlagen anregt.

[5] H. Muckenfuß: Lernen im sinnstiftenden Kontext. Cornelsen, Berlin 1995, S. 84. [6] Im Folgenden ist mit der männlichen Form umfassend auch die weibliche gemeint. [7] Das Programm sowie eine detailliertere Fassung des Beitrages können unter www.casioschulrechner.de/de/materialdatenbank heruntergeladen werden. [8] M. Paschkewitz-Kloss: Herzspezialist: Nicht allein auf Defibrillator verlassen. Badische Neueste Nachrichten, Ettlingen 31.01.2009.

Mathematikprüfungen in Norwegen

Autor: Tor Andersen, Norwegisches Zentrum für Mathematikdidaktik

In Norwegen besteht eine Schulpflicht von zehn Jahren und die Kinder werden mit sechs Jahren eingeschult. Die Primarstufe und die untere Sekundarstufe basieren auf der Idee eines Schulsystems, das Bildung auf der Grundlage eines einheitlichen nationalen Curriculums anbietet. Die anschließende obere Sekundarstufe umfasst alle Kurse, die zu Abschlüssen oberhalb des unteren Sekundarabschlusses und unterhalb des Hochschulniveaus führen. Alle jungen Menschen, die die Grundschule und die untere Sekundarstufe absolviert haben bzw. einen gleichrangigen Abschluss besitzen, haben einen Anspruch auf drei Jahre Unterricht in der oberen Sekundarstufe. Sie können dort eine Hochschulzulassung, berufliche Qualifikationen oder grundlegende Kompetenzen erwerben. Die obere Sekundarstufe gliedert sich in allgemeine und berufliche Studiengänge. Etwa 40% aller Schüler entscheiden sich für allgemeine Studiengänge.

Alle Schüler der oberen Sekundarstufe erhalten von den norwegischen Schulbehörden einen Laptop, für den sie einen symbolischen Betrag für die Versicherung bezahlen. Der flächendeckende Einsatz von Laptops hat den (vorher verpflichtenden) Einsatz von Grafikrechnern in Norwegen reduziert.

Prüfungen finden zum Schluss des 10. Schuljahres und am Ende der oberen Sekundarstufe statt. Die schriftlichen Prüfungen werden zentral, die mündlichen Prüfungen schulintern gestellt. Die Abschlussprüfung am Ende der oberen Sekundarstufe ist in einen Teil ohne Hilfsmittel und einen Teil mit Hilfsmitteln (ausgeschlossen sind nur Geräte mit Kommunikationsmöglichkeit) eingeteilt und beträgt insgesamt fünf Stunden. Der erste Teil (ohne Hilfsmittel) muss nach zwei Stunden abgegeben werden. Es werden, anders als in Deutschland, mehrere unabhängige Einzelaufgaben gestellt.

Beispielaufgabe aus Teil 2 der Abschlussprüfung obere Sekundarstufe

Die folgende Tabelle zeigt die Höhe einer Sonnenblume jeweils 1, 2 und 3 Wochen nach der Keimung.

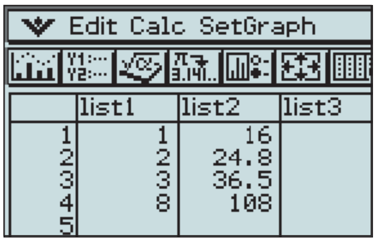
Zahl der Wochen seit der Keimung x	0	1	2	3	4	5	6	7
Höhe [cm]		16	24,8	36,5				

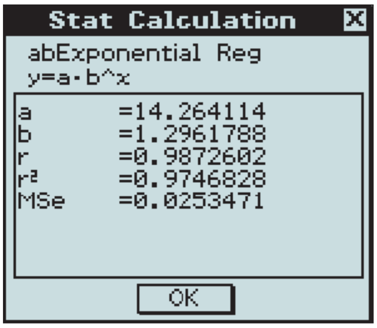
Ein Biologe behauptet, dass das Wachstum der Sonnenblume exponentiell verlaufe. Seinen Erfahrungen zufolge müsste die Sonnenblume nach 8 Wochen 108 cm groß sein.

a) Ermitteln Sie mittels Regression eine Exponentialfunktion, die das Wachstum der Sonnenblume beschreibt.
b) Um wie viel Prozent ist die Sonnenblume jeweils pro Woche gewachsen? Nach 8 Wochen beträgt die tatsächliche Größe der Sonnenblume 117 cm.
c) Entwickeln Sie ein besseres Modell für das Wachstum der Sonnenblume als das, das Sie in Aufgabe a) erhalten haben.
d) Sagen Sie mit Hilfe des Modells aus c) die Höhe der Sonnenblume nach 12 Wochen voraus. Diskutieren Sie die Grenzen dieses Modells.

Lösungsvorschlag

a) Um der Vermutung des Biologen möglichst nahe zu kommen, setzen wir den Wert 108 cm, der nach 8 Wochen erreicht werden soll, in die Tabelle ein.





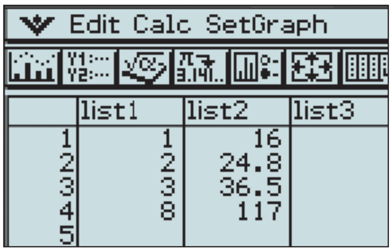
Die Exponentialfunktion, die den Zusammenhang zwischen der Höhe h und der Zahl der Wochen seit der Keimung beschreibt, ist gegeben durch:

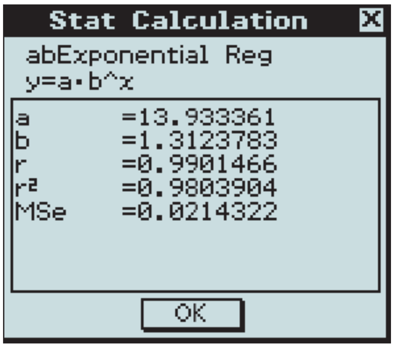
$h(x) = 14{,}26\text{ cm} \cdot 1{,}3^x$, x in Wochen.

Bemerkung:
Die Funktion passt nicht perfekt zur Wertetabelle. Nach diesem Modell müsste die Sonnenblume nach 8 Wochen eine Höhe von 116 cm haben.

b) Der Wachstumsfaktor ist 1,30. Das bedeutet, dass die Sonnenblume jede Woche um 30% größer wird.
Bemerkung:
Wenn wir den Vorschlag des Fachmanns nicht in die Tabelle einsetzen, erhalten wir eine andere Funktion.

c) Wir führen eine weitere Regression mit unserem digitalen Hilfsmittel durch.





Wir erhalten das folgende Modell:

$h(x) = 13{,}9\,cm \cdot 1{,}31^x$

d) Dem letzten Modell zufolge wird die Höhe der Sonnenblume nach 12 Wochen

$h(12) = 13{,}9\,cm \cdot 1{,}3112 = 355cm = 3{,}55\,m$

betragen.

Die Gültigkeit des Modells wird eingeschränkt durch die Länge der Anbauperiode für Sonnenblumen. Macht man keine Einschränkungen, dann wächst die Sonnenblume bis ins Unendliche. Wir können annehmen, dass die Anbauperiode für Sonnenblumen in Norwegen 12 Wochen dauert. Das heißt, dass h für $x \in [0,12]$ definiert ist.

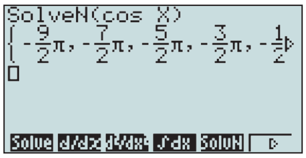
Weitere Informationen über den Mathematikunterricht in Norwegen:
www.matematikksenteret.no

Tipps & Tricks

Funktionen der Grafikrechner FX-9860GII und FX-9750GII[9]

Nullstellen bestimmen

Während durch den Solve-Befehl nur eine Nullstelle von vielleicht mehreren berechnet wird, werden mit dem SolveN-Befehl (OPTN CALC (F4)) bis zu 10 Lösungen ausgegeben. Die Befehlssyntax lautet:
SolveN (Term, Variable, untere Grenze, obere Grenze). Dabei können die Variable und die Grenzen weggelassen werden; es wird dann automatisch mit x gerechnet.



Hypergeometrische Verteilung

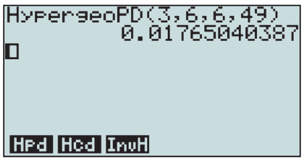
Wenn stochastische Verteilungen vorliegen, wie z. B. die hypergeometrische Verteilung, können in RUN-MAT (oder in der Statistikanwendung) Wahrscheinlichkeiten berechnet werden: OPTN STAT(F5)DIST(F3).
Die Befehlssyntax für die Hypergeometrische Verteilung

$$P(X=x)=\frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

lautet:

HypergeoPD (x, n, M, N).

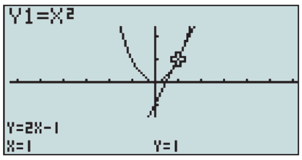
Dabei ist x die Trefferanzahl, N die Anzahl der Elemente einer Grundgesamtheit, M die Anzahl der Elemente mit einer bestimmten Eigenschaft in der Grundmenge und n der Stichprobenumfang. Für x kann eine Variable oder eine Liste eingegeben werden.



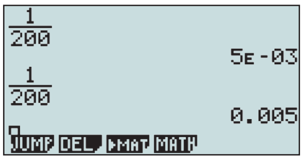
Die Wahrscheinlichkeit für einen „Dreier“ im Lotto „6 aus 49“ ist p ≈ 0,018 = 1,8%.

Tangentengleichung

Ist in der Grafikanwendung eine Tangente an einen Funktionsgraphen gezeichnet worden (SKTCH, Tang), so wird die Gleichung der Tangente angezeigt, wenn im Setup „Derivative: On“ eingestellt ist.



Dezimaldarstellung



In der Standardeinstellung „Norm 1“ werden nur Zahlen im Intervall [10^{-2};10^{10}] als Dezimalzahlen dargestellt (vgl. Abb. oben). Dieses Intervall wird mit der Einstellung „Norm 2“ auf [10^{-9};10^{10}] erweitert (vgl. Abb. unten).
Die Darstellungsnorm wird im SETUP unter „Display“ ausgewählt.

Abonnement

CASIO forum

Gerne senden wir Ihnen das CASIO forum regelmäßig per Post zu! Bitte tragen Sie sich dafür in unseren Adressverteiler ein:

www.casio-schulrechner.de/de/newsletter/

Lehrersupport

Das CASIO Supportangebot für Lehrer!

Ob technisch-wissenschaftlicher Rechner oder Grafikrechner – mit dem umfangreichen Support-Programm von CASIO unterstützt Sie das Educational-Team umfassend bei der Auswahl des passenden Schulrechners bis hin zur Gestaltung Ihres Unterrichts.

Support-Programm

- Referenzschulen
- Lehrer-Workshops
- Leihprogramme
- Prüfangebote
- Literatur

Testsoftware und Updates zum Herunterladen

Übersicht über die aktuellen Betriebssystemversionen (OS)

Die Updates sowie die Testsoftware für den ClassPad Manager und den FX-Manager stehen zum kostenlosen Herunterladen auf unserer Internetseite:

www.casio-schulrechner.de/de/downloads/

Gerät/Software	OS-Version
ClassPad-Serie	3.04.4
FX-9860G-Serie	2.0

Stand: März 2010

Impressum

Herausgeber
CASIO Europe GmbH
Casio-Platz 1 • 22848 Norderstedt
Tel: 040/528 65-0 • Fax: 040/528 65-535
www.casio-schulrechner.de

Redaktion
Gerhard Glas, Andreas Gruner
und Marianne Schubert
CASIO Educational Team
education@casio.de

Design
CONSEQUENCE
Werbung & Kommunikation GmbH, Hamburg

110SGR-FORUM8

[9] Die Tipps und Tricks gelten auch für die Grafikrechner der FX-9860G-Serie mit der Version 2.0.