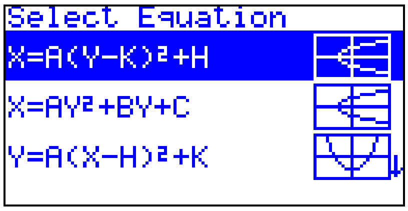
Arbeitsblatt 21: Implizite Funktionen – Satelliten

Erläuterungen und Aufgaben

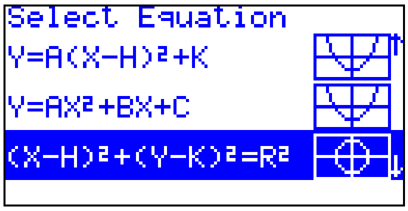
Zeichenerklärung:	[ ] - Drücke die entsprechende Taste des Graphikrechners! [ ]^S - Drücke erst die Taste [SHIFT] und dann die entsprechende Taste! [ ]^A - Drücke erst die Taste [ALPHA] und dann die entsprechende Taste! Schwere Aufgaben sind mit einem * gekennzeichnet.

Kegelschnitte - Kreise

Mit dem Graphikrechner lassen sich im *Conics-Modus* implizite Funktionen, welche Kegelschnitte repräsentieren, graphisch darstellen und analysieren. Hierzu gehören Parabeln, Kreise, Ellipsen und Hyperbeln.



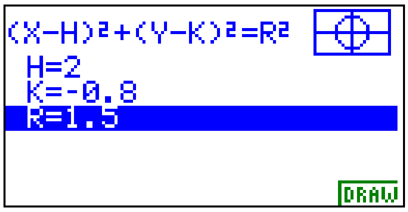
Im *Hauptmenü* gelangst du mit der Taste [9] in den *Conics-Modus*.
Mit der Cursor-Taste [▼] kannst du eine von neun vorgegebenen Funktionstypen auswählen.



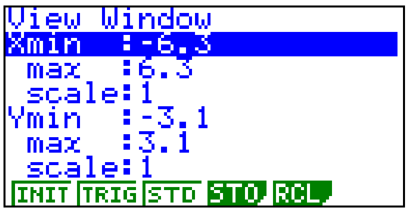
Um zum *Conics-Editor* für Kreise zu gelangen drückst du viermal die Cursor-Taste [▼] und anschließend [EXE].
Dort kannst du die Koordinaten des Mittelpunktes (H/K) sowie den Radius R des Kreises eingeben.

Beispiel: $(X-2)^2 + (Y+0{,}8)^2 = 1{,}5^2$

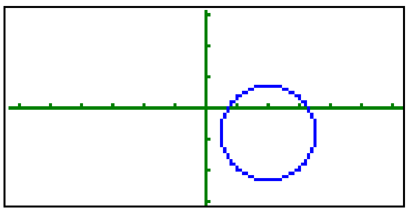
[2]	[EXE]
[(–)][0][.][8]	[EXE]
[1][.][5]	[EXE]



Mit den Tasten [EXIT] [V-Window]^S gelangst du zum *Betrachtungsfenster*. Dort wählst du mit der Taste [F1] den Menüpunkt INIT für die *Normale Einstellung*.

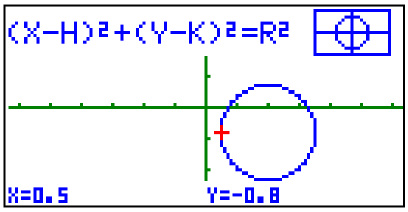


Nachdem du mit [EXIT] zum *Conics-Editor* zurückgekehrt bist, rufst du mit [F6] den Menüpunkt DRAW auf, um den Kreis graphisch darstellen zu lassen..



Die Graphik stellt den Kreis nur dann ohne Verzerrung dar, wenn der Maßstab der x-Achse mit dem der y-Achse übereinstimmt. Das ist der Fall, wenn wie bei der Normalen Einstellung der dargestellte x-Bereich im Verhältnis von 126 : 62 zum dargestellten y-Bereich steht, also $(x_{max} - x_{min}) = \frac{63}{31}(y_{max} - y_{min})$.

Mit den Tasten [OPTN] [F1] [F1] [F1] speicherst du die Graphik als Bild 1 (Pic1), um sie später wieder verwenden zu können.



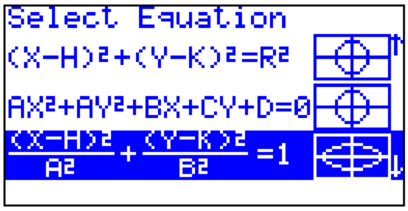
Rufst du mit der Taste [Trace]^S die *Trace-Funktion* auf, kannst du den Graphen des Kreises mit den Cursor-Tasten [▶] bzw. [◀] nachführen.

1. Aufgabe:
Bestimme mit der *Trace-Funktion* die Punkte des Kreises, bei denen x den Wert 2 besitzt, und die Punkte, bei denen y ungefähr den Wert –0,612 besitzt !

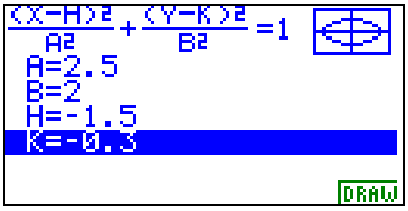
Bei impliziten Funktionen ist die Funktionsgleichung nicht nach y aufgelöst. Deshalb können zu einem x-Wert mehrere y-Werte gehören.

Ellipsen

Mit [EXIT] [EXIT] kehrst du zum Anfangsmenü des *Conics-Modus* zurück, in dem du den Funktionstyp wählen kannst. Nach zweimaligem Drücken der Cursor-Taste [▼] gelangst du mit [EXE] zum *Conics-Editor* für Ellipsen.

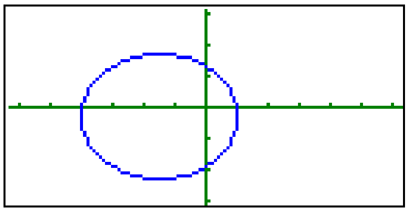


Dort kannst du die horizontale Halbachse A, die vertikale Halbachse B und die Koordinaten des Mittelpunktes (H/K) der Ellipse eingeben.



Beispiel: $$\frac{(X+1{,}5)^2}{2{,}5^2} + \frac{(Y+0{,}3)^2}{2^2} = 1$$

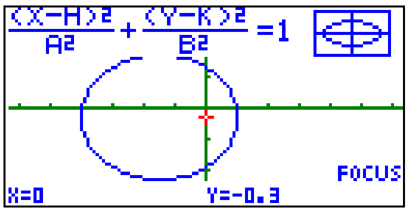
[2][.][5]	[EXE]
[2]	[EXE]
[(–)][1][.][5]	[EXE]
[(–)][0][.][3]	[EXE]



Mit [F6] lässt du die Ellipse zeichnen.

2. Aufgabe:
Speichere die Graphik der Ellipse als Bild 2 ab !

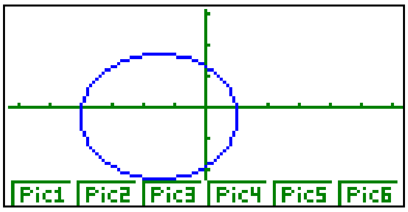
Um die Position der Brennpunkte anzeigen zu lassen, rufst du mit der Taste [G-Solv]^S die *Graph-Solve-Funktion* auf und anschließend mit [F1] den Menüpunkt FOCS.



Der rechte Brennpunkt befindet sich bei (0/–0,3). Nach Drücken der Cursor-Taste [◀] wird der linke Brennpunkt bei (–3/–0,3) angezeigt.

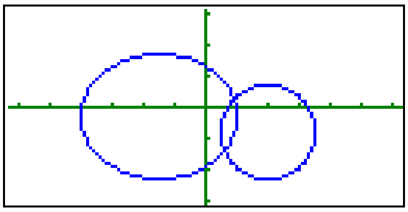
3. Aufgabe*:
Berechne die Abstände des Ellipsenpunktes (–4/–0,3) zu den beiden Brennpunkten und addiere sie !
Führe die gleiche Rechnung für einen beliebigen Punkt der Ellipse mit einem anderen y-Wert aus !
Welche Gesetzmäßigkeit gilt bei einer Ellipse für die Summe der Abstände eines Ellipsenpunktes zu den Brennpunkten ?

Im *Conics-Modus* lässt sich immer nur eine implizite Funktion graphisch darstellen. Du kannst aber gespeicherte Graphiken auf dem *Graphikbildschirm* einfügen.



Während der *Graphikbildschirm* mit der Ellipse zu sehen ist, drückst du die Tasten [OPTN] [F1] [F2] [F1], um die als Bild 1 gespeicherte Graphik des Kreises hinzuzufügen.

Die *Trace*- und *Graph-Solve-Funktion* lassen sich nur auf die Ellipse anwenden und nicht auf den Graphen des Kreises.



Die hinzugefügte Graphik verschwindet wieder, wenn eine neue graphische Darstellung erstellt wird.

4. Aufgabe:
Lasse eine Ellipse mit horizontaler Halbachse A = 0,6 , vertikaler Halbachse B = 1,5 und Mittelpunkt (1/1,3) zeichnen !

5. Aufgabe:
Füge zur graphischen Darstellung die zuvor als Bild 1 und Bild 2 gespeicherten Graphiken ein !

Satelliten

Die Umlaufbahn eines Satelliten, der die Erde umrundet, ist in einem Koordinatensystem, in dem die Länge 1 einer Entfernung von 10000 km entspricht, durch folgende Gleichung gegeben:

$$\frac{X^2}{5^2} + \frac{Y^2}{3^2} = 1$$

<u>6. Aufgabe:</u>
Lasse die Umlaufbahn des Satelliten im *Conics-Modus* graphisch darstellen und speichere die Graphik !

<u>7. Aufgabe:</u>
Der Mittelpunkt der Erde befinde sich im rechten Brennpunkt der Umlaufbahn.
Bestimme die minimale und maximale Entfernung des Satelliten vom Erdmittelpunkt !

Für die Umlaufdauer T eines Satelliten, gilt: $\frac{a^3}{T^2} = \frac{m_E \gamma}{4\pi^2}$

a: große Halbachse der elliptischen Umlaufbahn

Erdmasse $m_E = 5{,}977 \cdot 10^{24}\,\text{kg}$ Gravitationskonstante $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{m}^3}{\text{kg}\,\text{s}^2}$

<u>8. Aufgabe:</u>
Berechne die Umlaufdauer des Satelliten !

<u>9. Aufgabe*:</u>
Lasse die Umlaufbahn eines zweiten Satelliten, der in der gleichen Ebene auf einer Kreisbahn mit einem Radius von 20000km um die Erde kreist, graphisch darstellen !

<u>10. Aufgabe*:</u>
Schätze mit der *Trace-Funktion* ab, an welchen Punkten des Koordinatensystems sich die Umlaufbahnen beider Satelliten schneiden, und überprüfe das Ergebnis analytisch mit Hilfe der Funktionsgleichungen!

<u>11.Aufgabe:</u>
Welchen Abstand vom Erdmittelpunkt besitzt ein geostationärer Satellit, der sich auf einer Kreisbahn in der Äquatorebene mit einer Umlaufdauer von einem Tag um die Erde bewegt ?

