

## Erläuterungen und Aufgaben

Zeichenerklärung: [ ] - Drücke die entsprechende Taste des Graphikrechners!  
 [ ]<sup>S</sup> - Drücke erst die Taste [SHIFT] und dann die entsprechende Taste!  
 [ ]<sup>A</sup> - Drücke erst die Taste [ALPHA] und dann die entsprechende Taste!  
 Schwere Aufgaben sind mit einem \* gekennzeichnet.

### Lineare Optimierung

Mit dem Graphikrechner kannst du Probleme der Linearen Optimierung bearbeiten, bei denen ein System von linearen Ungleichungen mit zwei Unbekannten gegeben ist und eine zu optimierende Größe G, die von den beiden Unbekannten linear abhängt.

Im *Hauptmenü* gelangst du mit der Taste [ 5 ] in den *Graphik-Modus*.

Dort erscheint der *Graphik-Editor*.

Beispiel:  $y \leq 0,1x + 6$                        $y \geq 0$   
 $y \leq -0,6x + 9$                        $x \geq 0$   
 $y \geq 0,3x - 1$

Die Größe  $G = 2x + 5y$  soll maximal sein.

Du lässt zunächst die Ungleichungen graphisch darstellen, um die Paare (x/y) zu ermitteln, welche das Ungleichungssystem erfüllen. (vergleiche 8. Arbeitsblatt)

```
[F3][F6][F4]
[ 0 ][ . ][ 1 ][X,θ,T] [ + ] [ 6 ]            [EXE]
[(-)][ 0 ][ . ][ 6 ][X,θ,T] [ + ] [ 9 ]        [EXE]
[F3][F6][F3]
[ 0 ][ . ][ 3 ][X,θ,T] [ - ] [ 1 ]            [EXE]
[ 0 ]                                            [EXE]
```

Die Ungleichung  $x \geq 0$  lässt sich nicht eingeben.

Mit der Taste [V-Window]<sup>S</sup> gelangst du zum *Betrachtungsfenster*, in dem du den Bildausschnitt festlegen kannst, der graphisch dargestellt werden soll.

```
[ 0 ]                                            [EXE]
[ 2 ][ 0 ]                                      [EXE]
[ 1 ]                                            [EXE]
[ 0 ]                                            [EXE]
[ 1 ][ 0 ]                                      [EXE]
[ 1 ]                                            [EXE]
```

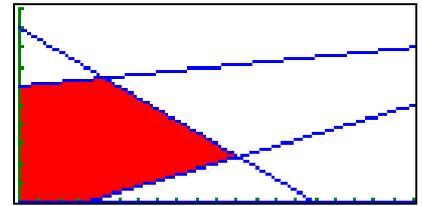


Nachdem du mit [EXIT] zum *Graphik-Editor* zurückgekehrt bist, wählst du mit der Taste [F6] den Menüpunkt DRAW, um die graphische Darstellung erstellen zu lassen.

Der zulässige Bereich der Paare (x/y), welche die eingegebenen Ungleichungen erfüllen, ist orange dargestellt.

Die Ungleichung  $x \geq 0$  liefert die Bedingung, dass der Lösungsbereich des Ungleichungssystems durch die y-Achse begrenzt wird.

Mit [EXIT] kehrst du zum *Graphik-Editor* zurück.



### 1. Aufgabe:

Zeige, dass du  $y = -0,4x + \frac{G}{5}$  erhältst, wenn du die Optimierungsfunktion  $G = 2x + 5y$  nach y auflöst !

Um festzustellen, für welche Lösungen des Ungleichungssystems die Größe G den Wert 25 besitzt, gibst du die nach y aufgelöste Optimierungsfunktion in der 5. Zeile des *Graphik-Editors* ein.

```
[F3][F1]
[(-)][ 0 ][ . ][ 4 ][ X,θ,T ][ + ][ G ]^A [ ÷ ][ 5 ]
[ , ][ [ ] ]^S [ G ]^A [ = ]^S [ 2 ][ 5 ][ [ ] ]^S      [EXE]
```



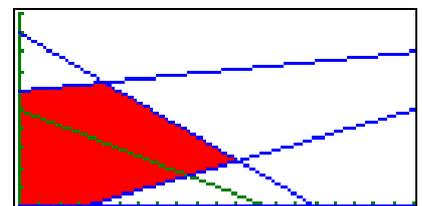
Nach der Funktionsgleichung und einem Komma lassen sich in eckigen Klammern Werte für G angeben.

Mit [▲] [F4] [F3] wählst du für die Optimierungsfunktion die Farbe grün.



Anschließend lässt du mit [EXIT] [F6] die neue graphische Darstellung erstellen.

Alle Paare (x/y) auf der Optimierungsgereaden besitzen den Wert G=25. Diejenigen, die sich zusätzlich im zulässigen orange-farbenen Bereich befinden, erfüllen das Ungleichungssystem.



Um festzustellen, ob es auch für größere Werte von G zulässige Paare (x/y) gibt, lässt du die Optimierungsfunktion für weitere Werte von G (30, 35, 40, 45, 50) graphisch darstellen.

Du kehrst mit [EXIT] zum *Graphik-Editor* zurück und hebst dort in der 5. Zeile durch vierzehnmaliges Drücken der Cursor-Taste [▶] die Position der Zahl 2 hervor.

```
[ 3 ][ [ 0 ] ][ , ][ 3 ][ 5 ] ][ , ][ 4 ][ 0 ] ][ , ][ 4 ][ 5 ] ][ , ][ 5 ][ 0 ]
[ ] ]^S      [EXE]
```



**2. Aufgabe:**

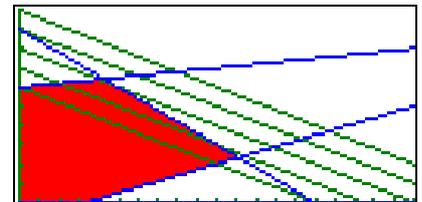
Wähle für die Optimierungsfunktion wieder die Farbe grün und lasse eine graphische Darstellung erstellen !

**3. Aufgabe:**

Für welche der angegebenen Werte von G gibt es zulässige Paare (x/y) ?

Die Optimierungsfunktionen für die verschiedenen Werte von G stellen Parallelen dar. Je größer Wert von G ist, desto größer ist der Achsenabschnitt der zugehörigen Gerade.

Man kann das Optimierungsproblem lösen, indem man die Parallele mit dem größten Achsenabschnitt bestimmt, die den zulässigen orangefarbenen Bereich gerade noch berührt, und den Berührungspunkt ermittelt.

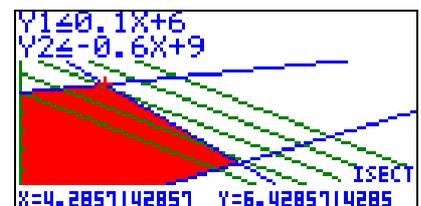


*Sind bei einem linearen Optimierungsproblem die Ungleichungen vom Typ  $\leq$  oder  $\geq$ , d.h. auch die Gleichheit ist zugelassen, und ist der sich aus dem Ungleichungssystem ergebende zulässige Bereich beschränkt, stellt der zulässige Bereich ein Polygon dar und der maximale bzw. minimale Wert von G wird an einem der Eckpunkte des Polygons angenommen.*

Bei dem Beispiel wird der maximale Wert von G an der oberen Ecke angenommen, bei der sich die Graphen schneiden, die zu den Ungleichungen  $y_1 \leq 0,1x + 6$  und  $y_2 \leq -0,6x + 9$  gehören.

Zur Ermittlung dieses Schnittpunktes rufst du die *Graph-Solve-Funktion* (vergleiche 1. Arbeitsblatt) mit der Taste [G-Solv]<sup>S</sup> auf und anschließend mit [F5] den Menüpunkt ISCT.

Du wählst den Graphen der Ungleichung  $y_1 \leq 0,1x + 6$  mit [EXE] aus und anschließend den Graphen der Ungleichung  $y_2 \leq -0,6x + 9$  ebenfalls mit [EXE].



Der Schnittpunkt befindet sich ungefähr bei (4,286/6,429).

**4. Aufgabe:**

Bestimme den maximalen Wert, den die Größe G bei den Paaren (x/y) annimmt, die das Ungleichungssystem erfüllen !

**5. Aufgabe\*:**

Für welches Paar (x/y), welches das Ungleichungssystem des Beispiels erfüllt, ist der Wert  $G = -2x + y$  maximal, für welches Paar (x/y) ist er minimal ? Wie lauten die zugehörigen Werte von G ?

## Kekse

In der Bäckerei Brötchen stehen 10 kg Mehl, 8 kg Butter und 8 kg Zucker zur Verfügung, um Butterplätzchen und Zuckersterne zu backen.

1 kg Butterplätzchen bestehen aus 0,4 kg Mehl, 0,4 kg Butter und 0,2 kg Zucker.

1 kg Zuckersterne bestehen aus 0,4 kg Mehl, 0,2 kg Butter und 0,4 kg Zucker.

Die Bäckerei Brötchen kann 1 kg Butterplätzchen mit einem Gewinn von 12 DM,

1 kg Zuckersterne mit einem Gewinn von 10 DM verkaufen.

x: Menge der Butterplätzchen in kg, die gebacken wird.

y: Menge der Zuckersterne in kg, die gebacken wird.

### **6. Aufgabe:**

Stelle eine Gewinnfunktion auf, die den Gewinn  $G$  in DM in Abhängigkeit von  $x$  und  $y$  angibt !

### **7. Aufgabe\*:**

Stelle drei Ungleichungen auf, die berücksichtigen, dass der Vorrat an Mehl, Butter und Zucker begrenzt ist !

### **8. Aufgabe:**

Welchen Gewinn kann die Bäckerei Brötchen maximal erreichen, wenn sie nur Butterplätzchen backt ?

### **9. Aufgabe\*:**

Löse die drei Ungleichungen und die Gewinnfunktion nach  $y$  auf und gib sie im *Graphik-Editor* ein ! Wähle im *Betrachtungsfenster* eine sinnvolle Einstellung und lasse eine graphische Darstellung anfertigen !

### **10. Aufgabe\*:**

Welchen Gewinn kann die Bäckerei Brötchen maximal erreichen ? Welche Menge an Zutaten bleibt in diesem Fall übrig ?