

Erläuterungen und Aufgaben

<u>Zeichenerklärung:</u>	[]	- Drücke die entsprechende Taste des Graphikrechners!
	[] ^S	- Drücke erst die Taste [SHIFT] und dann die entsprechende Taste!
	[] ^A	- Drücke erst die Taste [ALPHA] und dann die entsprechende Taste!
Schwere Aufgaben sind mit einem * gekennzeichnet.		

Gaußsche Glockenkurve

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Normalverteilung wird bestimmt durch die Gaußsche Glockenkurve.

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \begin{array}{l} \mu: \text{Mittelwert} \\ \sigma: \text{Standardabweichung} \end{array}$$

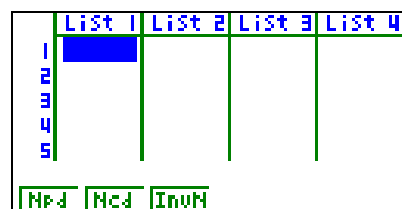
Für die Standardwerte $\mu = 0$ und $\sigma = 1$ ergibt sich:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Im *Hauptmenü* gelangst du mit der Taste [2] in den *Statistik-Modus*. Es erscheint der *Statistik-Editor*.



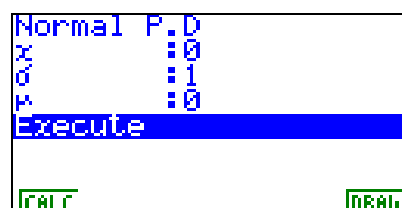
Du rufst mit [F5] den Menüpunkt DIST auf und anschließend mit [F1] den Menüpunkt NORM, um zum *Normalverteilungs-Menü* zu gelangen.



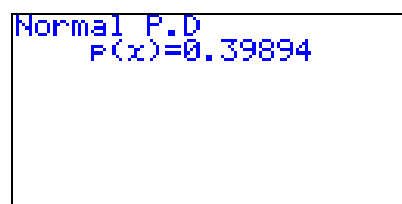
Um Funktionswerte $\varphi(x)$ der Gaußschen Glockenkurve zu bestimmen, wählst du mit [F1] den Menüpunkt Npd.

Du kannst nun den Wert x und die Parameter σ und μ eingeben.

[0]	[EXE]
[1]	[EXE]
[0]	[EXE]

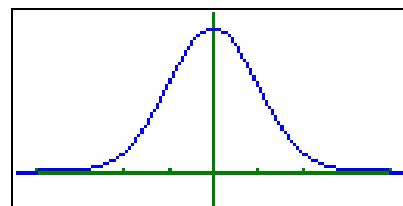


Wählst du mit [F1] den Menüpunkt CALC, erhältst du für die Gaußsche Glockenkurve mit Mittelwert 0 und Standardabweichung 1 den Funktionswert $\varphi(0) \approx 0,399$.



Mit [EXIT] kehrst du zur vorigen Anzeige zurück und drückst dreimal die Cursor-Taste [▼].

Wählst du mit [F6] den Menüpunkt DRAW, wird die Gaußsche Glockenkurve für den Mittelwert 0 und die Standardabweichung 1 gezeichnet.



Damit der gewählte Bildausschnitt zum besseren Vergleich unverändert bleibt, schaltest du die automatische Wahl der Einstellungen im *Betrachtungsfenster* ab.



Dazu rufst du mit der Taste [SET UP]^S das Set up auf und wählst mit [F2] die Einstellung Stat Wind : Manual. Mit [EXIT] kehrst du zum *Statistik-Editor* zurück.

1. Aufgabe:

Lasse die Gaußsche Glockenkurve für die Parameter $\mu = 1$ und $\sigma = 1$ zeichnen ! Was gibt der Parameter μ an ?

2. Aufgabe:

Lasse die Gaußsche Glockenkurve für die Parameter $\mu = 1$ und $\sigma = 2$ zeichnen ! Wie verändert sich die Kurve mit steigender Standardabweichung σ ?

Wahrscheinlichkeiten der Normalverteilung

Ist die Zufallsgröße X normalverteilt, lässt sich die Wahrscheinlichkeit, dass der Wert von X in einem Intervall $[a;b]$ liegt, durch die zugehörige Fläche unter der Gaußschen Glockenkurve ermitteln.

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b \phi(x) dx = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

Beispiel: X ist normalverteilt mit Mittelwert $\mu = 4$ und Standardabweichung $\sigma = 1$.

Du kehrst mit [EXIT] [EXIT] zum *Statistik-Editor* zurück und gelangst mit [F5] [F1] wieder zum *Normalverteilungs-Menü*.

Um Wahrscheinlichkeiten $P(a \leq X \leq b)$ zu bestimmen, wählst du mit [F2] den Menüpunkt Ncd.



Du kannst nun die untere Grenze a, die obere Grenze b und die Parameter σ und μ eingeben.

[3]	[EXE]
[4]	[EXE]
[1]	[EXE]
[4]	[EXE]

```
Normal C.D
Lower    ::3
Upper    ::4
σ        ::1
μ        ::4
Execute
[CALC]
```

Wählst du mit [F1] den Menüpunkt CALC, erhältst du die Wahrscheinlichkeit, dass der Wert von X zwischen 3 und 4 liegt.

$$P(3 \leq X \leq 4) \approx 0,341 = 34,1\%$$

```
Normal C.D
Prob=0.34134
```

Möchtest du Wahrscheinlichkeiten $P(X \leq b)$ bestimmen, kannst du als untere Grenze $a = -10^{99}$ wählen, eine der kleinsten Zahlen, mit denen der Rechner arbeiten kann.

Mit [EXIT] kehrst du zur vorigen Anzeige zurück.

[(-)] [1] [EXP] [9] [9] [EXE]

```
Normal C.D
Lower    ::-1.e+99
Upper    ::4
σ        ::1
μ        ::4
Execute
```

Drückst du die Taste [EXE], erhältst du die Wahrscheinlichkeit, dass der Wert von X kleiner gleich 4 ist.

$$P(X \leq 4) = 0,5 = 50\%$$

```
Normal C.D
Prob=0.5
```

3. Aufgabe:

Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass der Wert von X zwischen 2 und 6 liegt !

4. Aufgabe:

Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass der Wert von X kleiner gleich 3 ist !

Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass der Wert von X größer gleich 5 ist !

Die Normalverteilung ist symmetrisch bzgl. des Mittelwertes μ , es gilt $P(X \leq \mu - z) = P(X \geq \mu + z)$ für jede reelle Zahl z.

Du kehrst mit [EXIT] [EXIT] zum *Statistik-Editor* zurück und gelangst mit [F5] [F1] wieder zum *Normalverteilungs-Menü*.

Um eine obere Grenze b zu bestimmen, dass mit der Wahrscheinlichkeit p der Wert von X kleiner gleich b ist, d.h. $P(X \leq b) = p$, wählst du mit [F3] den Menüpunkt InvN.

Du kannst nun die Wahrscheinlichkeit $p \in [0;1]$ und die Parameter σ und μ eingeben.

[0] [.] [5] [EXE]
[1] [EXE]
[4] [EXE]

Wählst du mit [F1] den Menüpunkt CALC, erhältst du das Ergebnis, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 der Wert von X kleiner gleich 4 ist.

	List 1	List 2	List 3	List 4
1				
2				
3				
4				
5				
	InvN	InvN	InvN	InvN

```

Inverse Normal
Area      :0.5
σ         :1
μ         :4
Execute

```

CALC

```

Inverse Normal
      x=4

```

5. Aufgabe:

Bestimme die obere Grenze b , so dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,99 der Wert von X kleiner gleich b ist !

Kerzen

Die Firma Kandelux produziert Kerzen mit einem Durchmesser von ca. 8 cm. Da der Durchmesser von Kerze zu Kerze nicht exakt gleich ist, lässt er sich durch das Modell einer Normalverteilung beschreiben. Aus einer Stichprobe mit 100 Kerzen wurde für den Mittelwert in cm $\mu = 8,003$ und für die Standardabweichung $\sigma = 0,141$ ermittelt.

6. Aufgabe:

Mit welcher Wahrscheinlichkeit weicht der Durchmesser einer Kerze nicht mehr als 0,1 cm vom angegebenen Wert 8 cm ab ?

7. Aufgabe*:

Für welchen Wert z gilt, dass der Durchmesser einer Kerze mit einer Wahrscheinlichkeit von 5 % um mindestens z cm vom Mittelwert abweicht ?

Die Kerzen passen nur in die zugehörigen Kerzenhalter, wenn ihr Durchmesser höchstens 8,2 cm beträgt.

8. Aufgabe:

Mit welcher Wahrscheinlichkeit passt eine Kerze in die Kerzenhalter ?

9. Aufgabe:

Mit welcher Wahrscheinlichkeit passt eine Kerze in die Kerzenhalter, wenn aufgrund einer verbesserten Produktionstechnik die Standardabweichung nur $\sigma = 0,1$ beträgt ?

10. Aufgabe:

Bis zu welchem Durchmesser müssten die Kerzen in die Kerzenhalter passen, wenn dies für eine Kerze mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% der Fall sein sollte ?