

Erläuterungen und Aufgaben

<u>Zeichenerklärung:</u>	[]	- Drücke die entsprechende Taste des Graphikrechners!
	[] ^S	- Drücke erst die Taste [SHIFT] und dann die entsprechende Taste!
	[] ^A	- Drücke erst die Taste [ALPHA] und dann die entsprechende Taste!
Schwere Aufgaben sind mit einem * gekennzeichnet.		

Kurvendiskussion

Zu den Standarduntersuchungen der Kurvendiskussion einer Funktion gehören die Untersuchung auf Symmetrie, die Bestimmung von Nullstellen, Extrema und Wendepunkten sowie die graphische Darstellung.

Beim Graphikrechner beginnt die Kurvendiskussion mit der graphischen Darstellung.

Beispiel: $f(x) = 0,5x^3 - 0,75x^2 - 9x$

Graphische Darstellung

Im *Hauptmenü* gelangst du mit der Taste [5] in den *Graphik-Modus*. Es erscheint der *Graphik-Editor*.

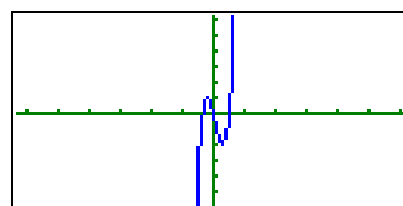
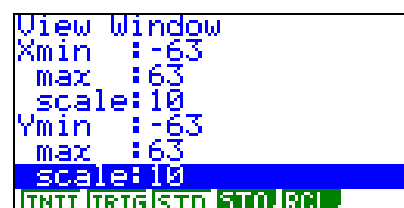
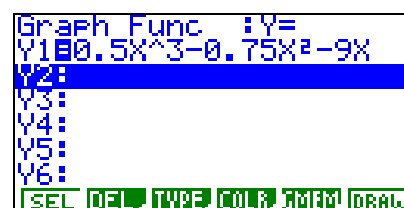
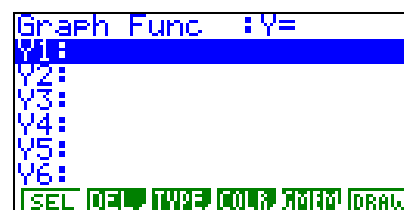
Um eine Funktionsgleichung in rechtwinkligen Koordinaten einzugeben, muss rechts oben im Display Y= angezeigt sein. Ist das nicht der Fall, kannst du diesen Gleichungstyp mit den Tasten [F3] [F1] wählen.

[0][.][5][X,θ,T][^][3][-][0][.][7][5][X,θ,T][^]
[2][-][9][X,θ,T] [EXE]

Du drückst die Taste [V-Window]^S, um zum *Betrachtungsfenster* zu gelangen. Dort wählst du zunächst einen großen Bildbereich, um einen Überblick über den Graphen der Funktion zu erhalten.

[(-)][6][3] [EXE]
[6][3] [EXE]
[1][0] [EXE]
[(-)][6][3] [EXE]
[6][3] [EXE]
[1][0] [EXE]

Nachdem du mit [EXIT] zum *Graphik-Editor* zurückgekehrt bist, rufst du mit der Taste [F6] den Menüpunkt DRAW auf, um den Graphen zeichnen zu lassen.



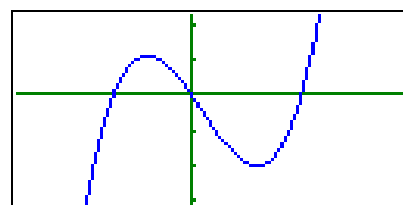
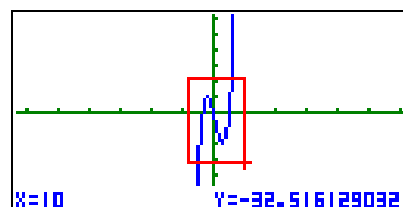
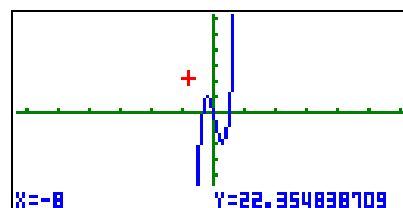
Du kannst den dargestellten Bildbereich verändern, um den interessanten Teil des Graphen besser erkennen zu können.

Dazu rufst du beispielsweise mit den Tasten [Zoom]^S [F1] die *Box-Zoom-Funktion* (vergleiche 8. Arbeitsblatt) auf.

Mit den Cursor-Tasten bewegst du den orangefarbenen Zeiger an eine Ecke des rechteckigen Bildausschnitts, der vergrößert werden soll. Zum Registrieren drückst du [EXE].

Danach bewegst du den Zeiger mit den Cursor-Tasten zu der diagonal gegenüber liegenden Ecke des Rechtecks.

Nach Drücken der Taste [EXE] wird der ausgewählte Bildausschnitt vergrößert dargestellt.



Damit der Graphikrechner sämtliche Nullstellen, Extrema und Wendepunkte bestimmen kann, sollte der gewählte Bildbereich alle diese Punkte enthalten.

Symmetrie

Der Graph einer Funktion f ist achsensymmetrisch zur y -Achse, wenn für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $f(-x) = f(x)$

Der Graph einer Funktion f ist punktsymmetrisch zum Ursprung, wenn für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $f(-x) = -f(x)$

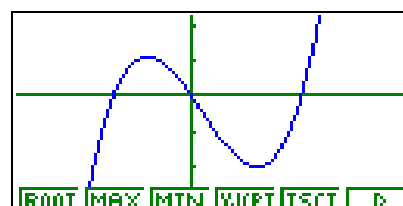
Aus der graphischen Darstellung ist zu erkennen, dass der Graph der Funktion $f(x) = 0,5x^3 - 0,75x^2 - 9x$ weder achsensymmetrisch zur y -Achse noch punktsymmetrisch zum Ursprung ist.

1. Aufgabe:

Zeige rechnerisch, dass der Graph von f weder achsensymmetrisch zur y -Achse noch punktsymmetrisch zum Ursprung ist !

Nullstellen

Während der *Graphikbildschirm* zu sehen ist, rufst du mit der Taste [G-Solv]^S die *Graph-Solve-Funktion* auf und anschließend mit [F1] den Menüpunkt ROOT.



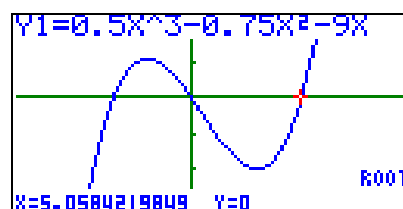
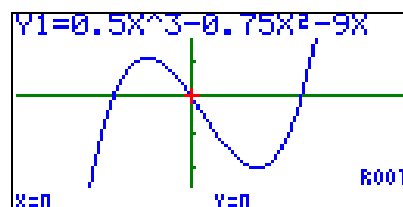
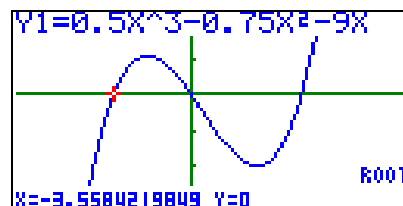
Der Graphikrechner zeigt die Nullstelle mit dem kleinsten x-Wert im dargestellten x-Bereich an. Sie liegt bei $x \approx -3,56$.

Drückst du die Cursor-Taste [►], sucht der Rechner nach einer weiteren Nullstelle mit einem größeren x-Wert innerhalb des dargestellten x-Bereichs.

Du erhältst eine zweite Nullstelle bei $x = 0$.

Nach Drücken der Cursor-Taste [►] erhältst du die dritte Nullstelle bei $x \approx 5,06$.

Nach nochmaligem Drücken der Cursor-Taste [►] zeigt der Rechner erneut die dritte Nullstelle an, da er keine Nullstelle mit größerem x-Wert im dargestellten x-Bereich findet.



2. Aufgabe*:

Bestimme rechnerisch die Nullstellen von f !

Extrema

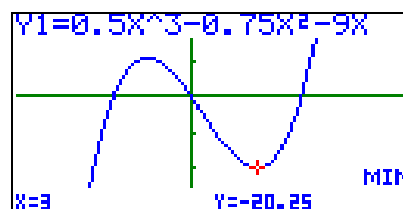
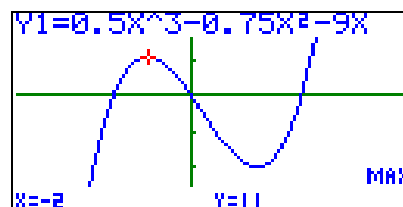
Um relative Maxima (vergleiche 20. Arbeitsblatt) zu bestimmen rufst du mit der Taste [G-Solv]^S die *Graph-Solve-Funktion* auf und anschließend mit [F2] den Menüpunkt MAX.

Das Maximum von f liegt bei $(-2/11)$.

Um relative Minima zu bestimmen, rufst du mit der Taste [G-Solv]^S die *Graph-Solve-Funktion* auf und anschließend mit [F3] den Menüpunkt MIN.

Das Minimum von f liegt bei $(3/-20,25)$.

Weitere mögliche Maxima bzw. Minima ließen sich wie bei den Nullstellen jeweils mit der Cursor-Taste [►] finden.



3. Aufgabe:

Gib mit Hilfe der Ableitungen eine notwendige und eine hinreichende Bedingung dafür an, dass eine Funktion ein relatives Maximum bzw. Minimum besitzt !

4. Aufgabe*:

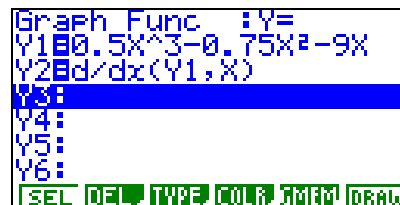
Bestimme rechnerisch die Extrema von f !

Wendepunkte

Eine Funktion besitzt bei einem x -Wert genau dann einen Wendepunkt, wenn die Ableitungsfunktion bei diesem x -Wert ein Extremum besitzt. (vergleiche 16. Arbeitsblatt)

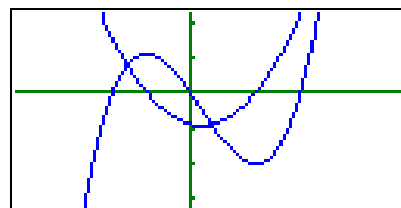
Du kehrst mit [EXIT] zum *Graphik-Editor* zurück und gibst in der 2. Zeile die Ableitung von f ein.

[OPTN][F2][F1] [VAR][F4][F1] [1] [,] [X, θ ,T] [)] [EXE]



Mit [F6] lässt du die graphische Darstellung erstellen. Die Ableitungsfunktion besitzt ein relatives Minimum.

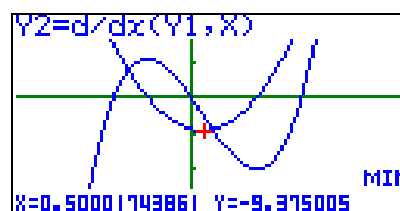
Um das Minimum der Ableitungsfunktion zu bestimmen, rufst du mit der Taste [G-Solv]^S die *Graph-Solve-Funktion* auf und danach mit [F3] den Menüpunkt MIN.



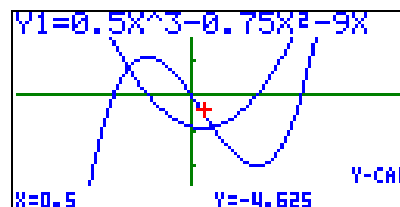
Mit der Cursor-Taste [▼] wählst du den Graphen der Ableitungsfunktion aus, anschließend drückst du [EXE].

Der Wendepunkt von f liegt bei $x = 0,5$.

Obwohl der Wendepunkt exakt bei $x = 0,5$ liegt, ist es möglich, dass der Rechner aufgrund seiner numerischen Berechnung einen geringfügig abweichenden Wert angibt.



Um den Funktionswert von f bei $x = 0,5$ zu bestimmen, kannst du mit [G-Solv]^S [F6] [F1] den Menüpunkt Y-CAL der *Graph-Solve-Funktion* aufrufen, mit [EXE] den Graphen von f auswählen und mit [0] [.] [5] [EXE] den x -Wert eingeben.



Der Wendepunkt von f liegt bei $(0,5/-4,625)$.

5. Aufgabe:

Gib mit Hilfe der Ableitungen eine notwendige und eine hinreichende Bedingung dafür an, dass eine Funktion einen Wendepunkt besitzt !

6. Aufgabe:

Bestimme rechnerisch den Wendepunkt von f !

Mit [EXIT] kehrst du zum *Graphik-Editor* zurück. Dort hebst du mit den Cursor-Tasten die eingegebenen Funktionen hervor und löscht sie jeweils mit [F2] [F1].

Klausur

Claudia will eine Kurvendiskussion der Funktion $f(x) = -x^3 + 9x$ durchführen, um für eine Mathematik-Klausur zu üben. Da sie sich noch nicht so gut auskennt, hat sie Schwierigkeiten mit der korrekten Lösung.

7. Aufgabe:

Hilf Claudia, indem du rechnerisch die Funktion f auf Symmetrie untersuchst und die Nullstellen, Extrema und Wendepunkte bestimmst !

8. Aufgabe:

Lasse den Graphen von f zeichnen und überprüfe die Ergebnisse der 7. Aufgabe mit dem Graphikrechner !