

Trigonometrische Funktionen, Winkelmaße

Bei der Verwendung von trigonometrischen Funktionen ist darauf zu achten, ob beim ClassPad der Bogenmaßmodus oder der Gradmodus eingestellt ist. Während beispielsweise der Gradmodus bei geometrischen Berechnungen nützlich ist, bietet sich der Bogenmaßmodus bei der analytischen Untersuchung von trigonometrischen Funktionen an. Mit dem ClassPad lassen sich Winkel vom Bogenmaß ins Gradmaß umwandeln und umgekehrt.

Beispiel

Berechnen Sie die folgenden Funktionswerte.

(1) $\sin \frac{\pi}{3}$ (2) $\cos \frac{\pi}{9}$ (3) $\sin 60^\circ$

Eingabe von Winkeln bei trigonometrischen Funktionen

In der Ikon-Leiste tippen Sie auf <Main>, um zum Hauptanwendungs-Menü zu gelangen.

Im Bogenmaßmodus (In der Status-Leiste wird Bog angezeigt.) erfolgt die Darstellung von Winkeln im Bogenmaß, im Gradmodus (In der Status-Leiste wird Gra angezeigt.) in Altgrad. Unter dem Menüpunkt Grundformat des Setup-Menüs kann man den Winkelmodus wechseln.

Eingabe von Term 1 und 2 im Bogenmaßmodus

Zur Eingabe von trigonometrischen Funktionen verwenden Sie den Trigonometrie-Tastensatz der Mathematik-Tastatur.

[Keyboard] $\boxed{\text{Trig}}$ $\boxed{\sin}$ $\boxed{\pi}$ $\boxed{[\div]}$ $\boxed{[3]}$ $\boxed{[)]}$ [EXE]

$\boxed{\cos}$ $\boxed{\pi}$ $\boxed{[\div]}$ $\boxed{[9]}$ $\boxed{[)]}$ [EXE]

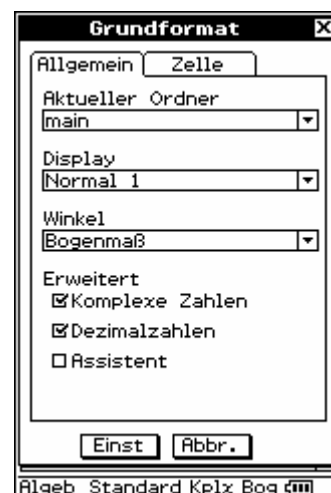
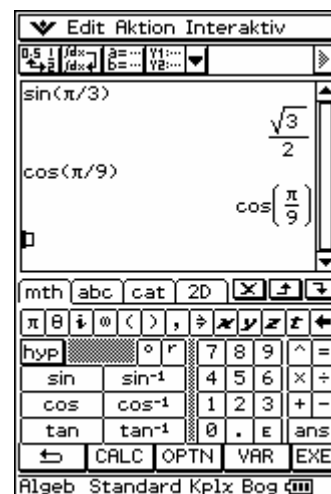
$$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Term 2 bleibt unverändert, da im Standardmodus die Ergebnisse exakt angezeigt werden und sich $\cos \frac{\pi}{9}$ nicht in einfacher Weise durch Wurzeln darstellen lässt.

Bei Rechnungen mit trigonometrischen Funktionen, insbesondere bei der Berechnung von Funktionswerten und Winkeln, interessiert man sich meist für die Dezimaldarstellung der Ergebnisse, sodass die Verwendung des Dezimalmodus sinnvoll ist.

Wechsel in den Dezimalmodus

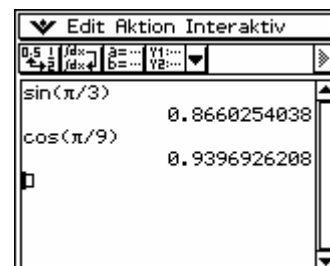
Sie tippen in der Ikon-Leiste auf <Settings>, wählen in der Menüleiste [Setup▶Grundformat] und tippen in der Rubrik Dezimalzahlen auf das Kontrollkästchen, sodass ein Häkchen erscheint. Anschließend tippen Sie auf $\boxed{\text{Einst}}$.



Ergebnisse von Term 1 und 2 in Dezimaldarstellung

Sie tippen in die erste Eingabezeile und drücken zur erneuten Ausführung der Berechnungen [EXE].

$$\sin \frac{\pi}{3} \approx 0,866 \quad \cos \frac{\pi}{9} \approx 0,940$$

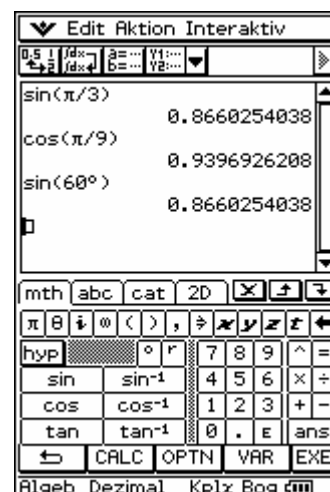


Berechnung von Term 3 im Bogenmaßmodus

Bei der Eingabe von $\sin 60^\circ$ im Bogenmaßmodus fügen Sie der Gradzahl des Winkels das Symbol $^\circ$ mit der Taste \square hinzu.

$$\sin [6] [0] [\square] [)] [\text{EXE}]$$

$$\sin 60^\circ \approx 0,866$$



Im Bogenmaßmodus lassen sich Winkel in Grad durch den Zusatz des Symbols $^\circ$ mit der Taste \square eingeben, während bei Ergebnissen Winkel stets im Bogenmaß angezeigt werden.

Umgekehrt lassen sich im Gradmodus Winkel im Bogenmaß durch den Zusatz des Symbols r mit der Taste \square eingeben, während bei Ergebnissen Winkel stets in Grad angezeigt werden.

Beispiel

Wie lautet der Winkel 250° im Bogenmaß?

Wie lautet der Winkel 7π im Gradmaß?

Umwandlung zwischen Gradmaß und Bogenmaß

Umwandlung von 250° ins Bogenmaß

$$[2] [5] [0] [\square] [\text{EXE}]$$

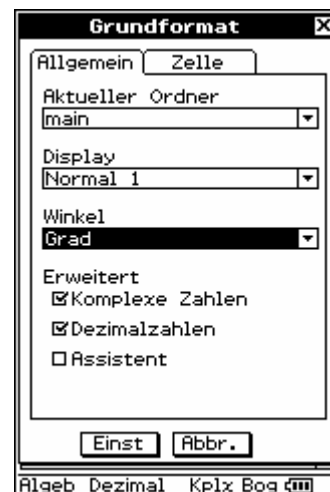
Zur exakten Anzeige des Bogenmaßes tippen Sie in die Ergebniszeile und anschließend in der Symbolleiste auf $\frac{\pi}{18}$.

$$\text{Der Winkel von } 250^\circ \text{ lautet im Bogenmaß } \frac{25\pi}{18} \approx 4,363.$$



Wechsel in den Gradmodus

Sie tippen in der Ikon-Leiste auf <Settings>, wählen in der Menüleiste [Setup ▶ Grundformat], tippen auf den Pfeil \square unter der Rubrik Winkel und wählen Grad. Anschließend tippen Sie auf \square .

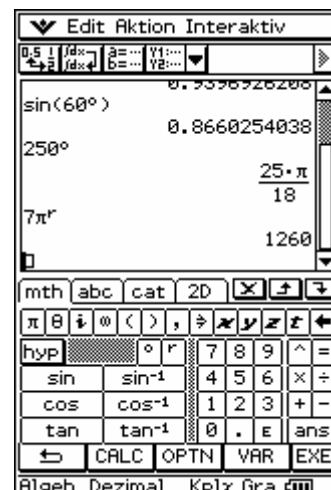


Umwandlung von 7π ins Gradmaß

Bei der Eingabe von 7π in einer neuen Eingabezeile fügen Sie dem Bogenmaß des Winkels im Gradmodus das Symbol $^\circ$ mit der Taste \square hinzu.

\square \square \square
 \square \square \square \square [EXE]

Der Winkel von 7π lautet im Gradmaß 1260° .



Beispiel

Berechnen Sie arcsin 0,5 im Gradmodus.

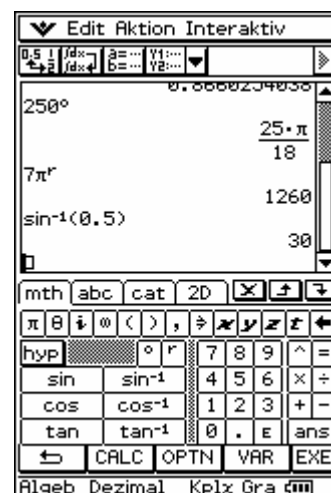
Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $\sin x = 0,5$ im Gradmodus.

Inverse trigonometrische Funktionen

Beim ClassPad umfasst der Wertebereich wie üblich bei arcsin (\sin^{-1}) das Intervall $[-90^\circ; 90^\circ]$ bzw. $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, bei arccos (\cos^{-1}) das Intervall $[0^\circ; 180^\circ]$ bzw. $[0; \pi]$ und bei arctan (\tan^{-1}) das Intervall $(-90^\circ; 90^\circ)$ bzw. $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.

Berechnung von arcsin 0,5 im Gradmodus

\square \square \square \square \square \square \square \square [EXE]
 $\arcsin 0,5 = 30^\circ$



Lösen von trigonometrischen Gleichungen

Lösen der Gleichung $\sin x = 0,5$ im Gradmodus

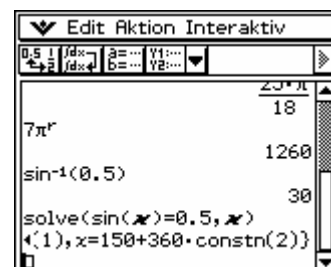
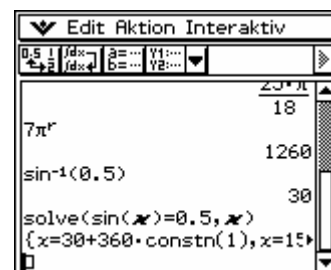
In der Menüleiste wählen Sie [Aktion ▶ Gleich./Ungleich. ▶ solve], um den „solve“-Befehl einzugeben. Dahinter geben Sie die Gleichung $\sin x = 0,5$ und nach einem Komma die Lösungsvariable x ein.

\square \square \square \square \square \square \square \square \square \square [EXE]

Um die zunächst nicht sichtbaren Teile der Lösung anzusehen, tippen Sie auf den Pfeil am Rand der Ergebniszeile.

Die Ausdrücke „constn(1)“ und „constn(2)“ bezeichnen ganzzahlige Konstanten.

$L = \{x \mid x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ \text{ oder } x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ \text{ für } k \in \mathbb{Z}\}$



Beispiel

Überprüfen Sie, dass $\tan(x + k \cdot 180^\circ) = \tan x$ für alle $k \in \mathbb{Z}$ gilt.

Verwendung von ganzzahligen Konstanten

Sie können ganzzahlige Konstanten auch bei der Eingabe verwenden. Dargestellt werden sie durch „constn(n)“ mit $n \in \{1; 2; 3; \dots; 256\}$.

Vereinfachen von $\tan(x + k \cdot 180^\circ)$

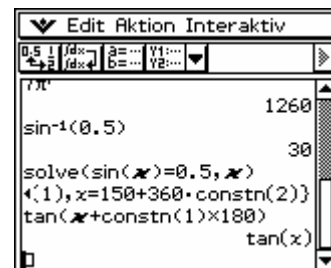
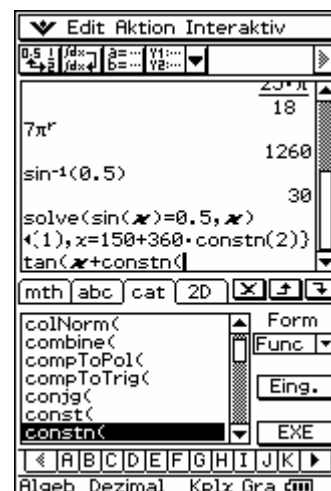
`tan [x] [+]`

Zur Eingabe einer ganzzahligen Konstanten wechseln Sie mit `cat` zur Katalog-Tastatur und tippen in der Buchstaben-Schaltfläche auf `C`. Sie ziehen die Scrollleiste der Katalog-Tastatur leicht nach unten und tippen zweimal auf `constn`. Mit `[1] [)]` schließen Sie die Eingabe der Konstanten ab.

`[×] [1] [8] [0] [)] [EXE]`

ClassPad vereinfacht den Term automatisch.

Es gilt: $\tan(x + k \cdot 180^\circ) = \tan x$ für alle $k \in \mathbb{Z}$



Übung

Berechnen Sie die folgenden Terme im Grad- und im Bogenmaßmodus.

- (1) $\cos 10^\circ$ (2) $\sin(-\frac{\pi}{10})$ (3) $\arctan 2$

Stellen Sie den Winkel $\frac{23}{36}\pi$ im Gradmaß und den Winkel 540° im Bogenmaß dar.

Bestimmen Sie alle Winkel x in Grad, für die $\tan x = 2$ gilt.

Zeigen Sie, dass die Sinusfunktion achsensymmetrisch ist zu allen vertikalen Achsen, die bei $x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi$ für $k \in \mathbb{Z}$ liegen.

Vereinfachen Sie den Term $(\sin x)^2 + (\cos x)^2$ mit dem „simplify“-Befehl.

Bestimmen Sie die 1. Ableitung der Tangensfunktion im Bogenmaßmodus. (Warum nicht im Gradmodus?)

