

Untersuchungen am Kondensator

Bei der Behandlung der Exponentialfunktionen findet man als Anwendung immer wieder das Bakterienwachstum und den radioaktiven Zerfall. Beides eignet sich wegen des hohen Zeitbedarfs bzw. entsprechender Sicherheitsrichtlinien schlecht für ein Experiment in einer Unterrichtsstunde. Das hier beschriebene Experiment ist mit geringem Material- und Zeitaufwand durchführbar und eignet sich dadurch auch für eine Partner- oder Gruppenarbeit. Im Mathematikunterricht eignet es sich für eine Unterrichtsreihe zum Modellieren mit Exponentialfunktionen oder zur Behandlung von Differenzialgleichungen. Im Physikunterricht findet es natürlich seinen Platz bei der Behandlung des Kondensators. Um die Differenzialgleichung aufzustellen, müssen einige einfache physikalische Regeln und Größen bekannt sein:

U: Spannung, I: Stromstärke, Q: Ladung, R: el, Widerstand C: Kapazität

Ohmsches Gesetz: An einem Widerstand sind Strom und Spannung proportional $U = R \cdot I$

Kondensator-Gesetz: Am Kondensator sind Ladung und Spannung proportional $Q = C \cdot U$

Definition der Stromstärke als zeitliche Änderung der Ladung: $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ bzw. $I(t) = Q'(t)$

Maschenregel: Bei einem geschlossenen Weg in einem elektrischen Schaltnetz ist die Summe aller durchlaufenen Spannungen Null (wie die Summe der Höhenunterschiede bei einer Rundwanderung).

Theorie

Bezeichnen U_C und U_R die Spannungen am Kondensator bzw. am Widerstand in der unten gezeigten Schaltskizze, so gilt für einen Rundweg:

$$U_C + U_R = 0 \text{ (Maschenregel), also folgt } U_C + U_R = \frac{Q}{C} + R \cdot I = 0 \rightarrow R \cdot I = -\frac{Q}{C}$$

und in Funktionsschreibweise

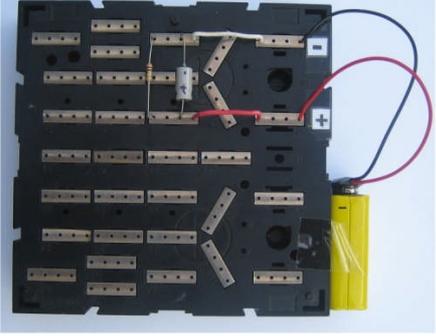
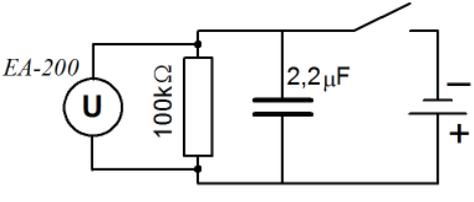
$$R \cdot Q'(t) = -\frac{Q(t)}{C} \rightarrow Q'(t) = -\frac{1}{RC} Q(t)$$

Lösung dieser Differenzialgleichung ist die Funktion $Q(t) = Q_0 e^{-\frac{1}{RC}t}$ mit der Anfangsladung Q_0 . Für die Spannung am Widerstand gilt dann

$$U_R = -U_C = -\frac{Q_0}{C} e^{-\frac{1}{RC}t} = U_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

Mit der Anfangsspannung U_0 .

Experimente

		<p><u>Material:</u></p> <p>Steckbrett</p> <p>Widerstand 100kΩ</p> <p>Kondensator 2,2μF</p> <p>Blockbatterie 9V</p>
<p>Experimenteller Aufbau</p>	<p>Schaltskizze</p>	

Die Abbildung zeigt den Aufbau. Das Öffnen bzw. Schließen des Schalters wird durch Herausziehen bzw. Hineinstecken des weißen Drahtes realisiert und die Spannung wird mit dem EA200 an dem Widerstand gemessen.

Entladen des Kondensators

Zum Aufladen wird der Schalter geschlossen. Wenn Sie das weiße Kabel herausziehen, wird der Kondensator von der Spannungsquelle getrennt und entlädt sich über den Widerstand, an dem dabei eine Spannung gemessen werden kann.

Verbinden Sie das EA-200 über das Dreipolkabel mit dem FX-9860 und schließen Sie die Spannungssonde an Kanal 1 (CH1) an.

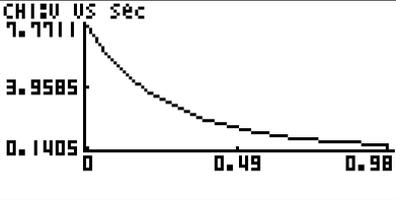
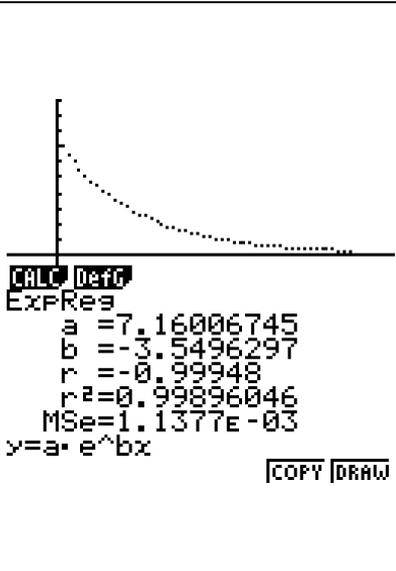
Vorbereitung

<p>Wählen Sie im MENU „E-CON2“ und wechseln Sie mit [F1]{SET}, [F2]{ADV} in das Advanced Setup. Von hier aus werden nun verschiedene Einstellungen vorgenommen. Wählen Sie mit dem Cursor „[1]: Channel“ und bestätigen Sie mit [EXE]. Dann mit [F1]{CASIO} „Voltage“ auswählen und zweimal mit [EXE] bestätigen.</p>	<pre>Channel Setup CH 1 :Voltage CH 2 : CH 3 : SONIC : Mic : Range: -10~10V CASIO DRHP CSTB None</pre>
<p>Anschließend unter „[2]:Sample“ die gezeigten Werte für den Modus, die Zeitauflösung und die Anzahl der Messwerte einstellen und mit [EXE] bestätigen.</p>	<pre>Sample Setup Mode :Normal Interval :0.02sec Number :50 Warm-up :Auto [0h00m00.98s]</pre> <p>R-T Fast Norm Extd HELP</p>
<p>Schalten Sie im Advanced Setup mit [F2]{MLT} den Multimeter-Modus ein. Ist das Kabel bei A eingesteckt, so sollte eine Spannung von etwa 9V angezeigt werden. Ziehen Sie das Kabel heraus. Der Wert sinkt auf etwa 0,2V. Dies ist der Nullpunkt. Um diese Spannung müssen später die Messwerte nach unten korrigiert werden.</p>	<p>CH 1 :9.15V</p> <p>CH 1 :0.224V</p>
<p>Die Messung soll gestartet werden, wenn bei der Entladung die Spannung unter 8V sinkt. Dazu müssen Sie eine Triggerschwelle einstellen, die auf die abfallende Flanke reagiert. Wählen Sie im Advanced Setup „[3]:Trigger“ [EXE] und stellen sie Kanal 1 als Quelle, den Schwellenwert 8V und die Kante als „fallend“ ein. Bestätigen Sie anschließend mit [EXE].</p>	<pre>Trisser Setup Source :CH1 [Voltage] Threshold:8 Unit :V Edge :Fallins</pre> <p>EXE CH1 [ESTR] HELP</p>

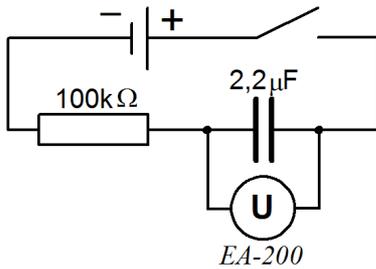
Messung

<p>Starten Sie im Advanced Setup mit [F1] {STRT} die Messung. Bestätigen Sie den ersten Bildschirm mit [EXE], es dauert nun einen Moment bis das EA-200 bereit ist, dann ertönt ein Signal und die eigentliche Messung wird mit [EXE] gestartet.</p>	<pre> ===== EA-200 ===== EA-200 ===== *IS THE SENSOR CONNECTED? Start sampling? *CONNECT LINK-CABLE FIRMLY? *IS SAMPLING DONE? Press:[EXE] Press:[EXE] </pre>
<p>Ziehen Sie nun das weiße Kabel heraus. Ein Signalton ertönt, wenn die Messung beginnt und ein weiter, wenn sie beendet ist. Drücken Sie dann [EXE].</p>	<pre> ===== EA-200 ===== When sampling is done ,Press [EXE] key. </pre>

Auswertung

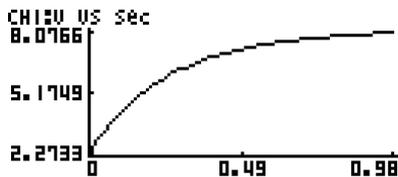
<p>Das Ergebnis könnte dann so aussehen. Übertragen Sie die Daten mit [OPTN][F2]{LMEM}[F1]{ALL} in die Listen 1 und 2, um sie dort weiter auszuwerten.</p>																															
<p>Schalten Sie mit [MENU][2]{STAT} in den Listen-Editor um. Nun muss noch die Nullpunktkorrektur vorgenommen werden. Bringen Sie den Cursor auf „List3“ und geben Sie ein [SHIFT][1]{List} 2-0.22. Nach [EXE] wird die Liste 3 mit den korrigierten Werten gefüllt.</p>	<table border="1" data-bbox="641 1142 1037 1344"> <thead> <tr> <th></th> <th>List 1</th> <th>List 2</th> <th>List 3</th> <th>List 4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>SUB</td> <td>TIME</td> <td>Uo1t33</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>7.7975</td> <td>7.5775</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0.02</td> <td>7.234</td> <td>7.014</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0.04</td> <td>6.7179</td> <td>6.4979</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>0.06</td> <td>6.2282</td> <td>6.0082</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>7.5775</p> <p>GRAPH CALC TEST DATA DIST D</p>		List 1	List 2	List 3	List 4	SUB	TIME	Uo1t33			1	0	7.7975	7.5775		2	0.02	7.234	7.014		3	0.04	6.7179	6.4979		4	0.06	6.2282	6.0082	
	List 1	List 2	List 3	List 4																											
SUB	TIME	Uo1t33																													
1	0	7.7975	7.5775																												
2	0.02	7.234	7.014																												
3	0.04	6.7179	6.4979																												
4	0.06	6.2282	6.0082																												
<p>Erzeugen Sie den Graphen und führen Sie eine exponentielle Regression durch mit [F1]{CALC}[F6]{>}[F3]{Exp}. Das Ergebnis lautet $U(t) = 7,2 \cdot e^{-3,5t}$. Der Graph zeigt, dass sich die Regressionsfunktion gut an die Punkte anpasst. Der theoretische Wert des Exponenten ergibt sich allerdings zu $\frac{1}{4,5 \frac{1}{s}} = 0,22$. Die physikalischen Ursachen für die Abweichung vom Messwert sind u.a. Fertigungstoleranzen der verwendeten Bauteile.</p>	 <p>EXPRes</p> <p>a = 7.16006745</p> <p>b = -3.5496297</p> <p>r = -0.99948</p> <p>r^2 = 0.99896046</p> <p>MSe = 1.1377E-03</p> <p>y = a * e^bx</p> <p>COPY DRAW X^4 Lo9 Exp Pwr Sin D</p>																														

Aufladen des Kondensators



Um die Aufladung des Kondensators zu untersuchen, muss die Schaltung modifiziert werden. Auch die Triggerschwelle muss anders eingestellt werden. Während des Ladevorgangs steigt die Spannung am Kondensator an. Der Schwellenwert muss also etwas oberhalb des Wertes bei geöffnetem Schalter liegen. Benutzen Sie wieder den Multimetermodus, um diesen Wert zu ermitteln.

Ein mögliches Ergebnis könnte so aussehen:



Übertragen Sie die Werte wie oben beschrieben in den Listen-Editor. Hier könnte eine Funktion vom Typ $f(x)=a-b \cdot c^x$ passen. Dieser Typ ist jedoch im Regressionsmodul nicht vorhanden. Messen Sie die Spannung U_0 bei geladenem Kondensator und korrigieren Sie die gemessenen Spannungswerte aus Liste 2, indem Sie bei Liste 3 eingeben: $U_0 - \text{Liste 2}$. Bei dem hier durchgeführten Experiment war $U_0 = 8,2V$. Damit ergaben sich folgende Ergebnisse:

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	TIME	Voltag		
1	0	2.5629	5.637	
2	0.02	3.0053	5.1946	
3	0.04	3.4055	4.7944	
4	0.06	3.7741	4.4258	

5.63701

[GPH1] [GPH2] [GPH3] [SEL] [SET] [CALC] [Data]

```

ExpReg
a =5.99573912
b =-4.1749923
r =-0.9986549
r²=0.99731168
MSe=4.0769E-03
y=a·e^bx
    
```

[COPY] [DRAW] [X^4] [Lo9] [Exp] [Pwr] [Sin] [D]