3. Ableitungsregeln

3.1 Entdeckung der Potenzregel

Titel	V2- 3-1 Entdeckung der Potenzregel
Version	Juli 2011
Themenbereich	Ableitungsregeln
Themen	Potenzregel
Rolle des GTR	Zeichnen von Graphen
Methoden & Hinweise	Diese Aufgaben können zum selbstständigen Herausfinden der Potenzregel eingesetzt werden. Zu einer gegebenen Funktion wird die Steigungsfunktion gezeichnet, eine Vermutung über dessen Term aufgestellt und die Vermutung mit dem GTR überprüft. Wenn Schülerinnen und Schüler die Regel entdeckt haben, müssen (und dürfen sie) nicht stur weiterrechnen, sondern können mit dem nächsten Aufgabetyp anfangen oder als Experten für andere Schülerinnen und Schüler fungieren. Das GTR ermöglicht, sich mathematischen Zusammenhängen in einer naturwissenschaftlichen Weise zu nähern, indem man viele Experimente durchführt und deren Resultate auf Regelmäßigkeiten untersucht. Das wichtige Ergebnis ist damit natürlich nicht bewiesen, aber reichhaltig belegt und – vor allen Dingen! – selbst gefunden. Ein Beweis rundet die Entdeckung der Regel sinnvoll ab. Darauf sollte nicht verzichtet werden. Hier geht es nicht um die Potenzregel im „puristischen“ Sinn. Die Schülerinnen und Schüler sollen vielmehr erkennen, dass die Ableitungsfunktion einen um eins niedrigeren Grad als die Ausgangsfunktion hat und dass der Exponent als Faktor eine wichtige Rolle spielt. Deshalb sind unterschiedliche Beispiele zum gleichen Exponenten wichtig. Es bieten sich kooperative Lernformen an. Unterschiedliche Gruppen können z. B. Funktionen mit den Funktionstermen $f(x) = k \cdot x^2,\ k \in \mathbb{R}$ bearbeiten und die Ergebnisse zusammentragen. Und / oder die Gruppen bearbeiten unterschiedliche Potenzen, d. h. Funktionen mit den Funktionstermen $f(x) = k \cdot x^n,\ k \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{N}$. Sie haben also je nach Stärke der Lerngruppen und Bekanntheit der Lerngruppen mit kooperativen Lernformen unterschiedliche methodische Herangehensweisen an. In dem Aufgabenblatt wird nur ein Ausschnitt der Möglichkeiten deutlich. Sie können auch Arbeitsblätter so gestalten, dass der Graph schon im oberen Koordinatensystem vorgegeben ist und der untere Teil von Ihren Schülerinnen und Schülern ausgefüllt werden muss. Mit der entsprechenden Geogebra-Datei oder der Druckfunktion Ihres GTR haben Sie eine gute Möglichkeit, Aufgaben entsprechend dem (Leistungs-) Stand Ihrer Lerngruppe anzufertigen.
Quelle	CiMS
Zeitlicher Rahmen	1 Schulstunde (eventuell mit zusätzlichen Hausaufgaben)

Von der mittleren zur lokalen Änderung

In dieser Aufgabe werden Sie damit beginnen, zu einem gegebenen Funktionsterm den entsprechenden Term der Steigungs- bzw. Änderungsfunktion zu bestimmen.

Bisher haben Sie zu einer vorgegebenen Funktion an jedem Punkt die (lokale) Steigung bzw. Änderungsrate bestimmt. Dieses haben Sie gemacht, indem Sie sich mit Hilfe von Sekantensteigungen der Steigung der Funktion, d. h. der Steigung der Tangenten angenähert haben und den Steigungswert mit einer guten Genauigkeit bestimmt haben.

Die Sekantensteigungsfunktion hat Ihnen einen guten Überblick über den Verlauf der Steigungsfunktion gegeben.

In dieser Aufgabe nun sollen Sie eine Regel entdecken, mit deren Hilfe Sie aus dem Term einer Potenzfunktion $f(x) = k \cdot x^n,\ k \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{N}$ den Term der Steigungs- bzw. Änderungsfunktion ohne einen grafischen Zwischenschritt bestimmen können.

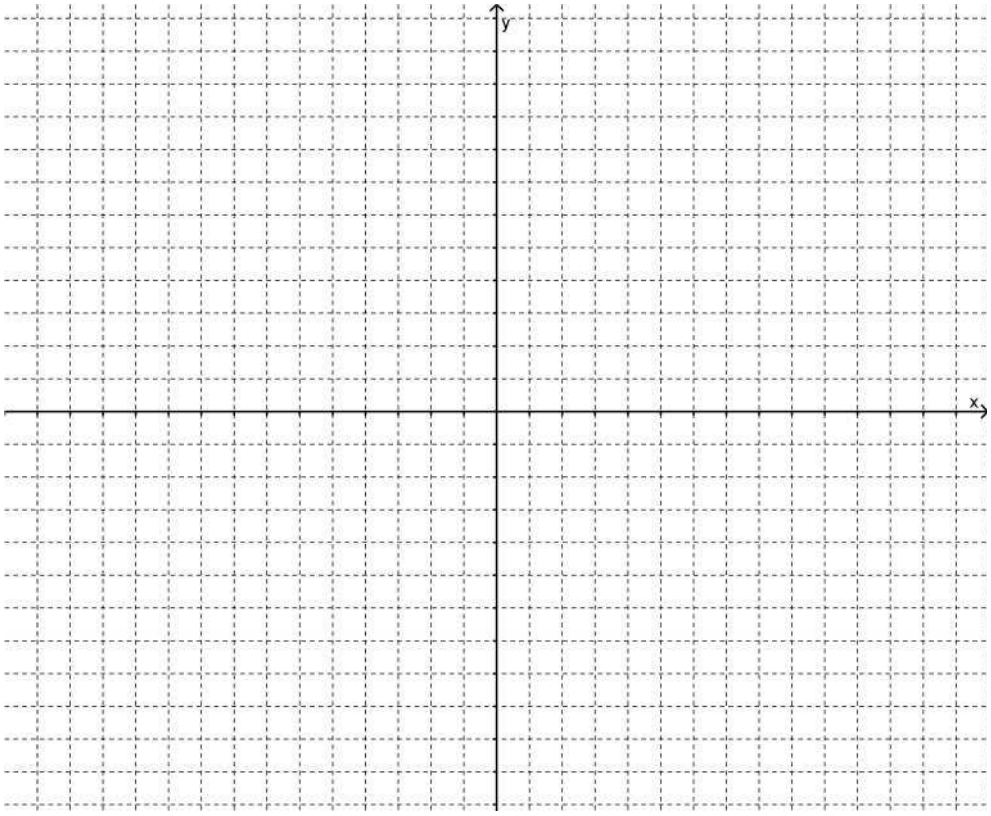
Gehen Sie für jeden Funktionsterm folgendermaßen vor:

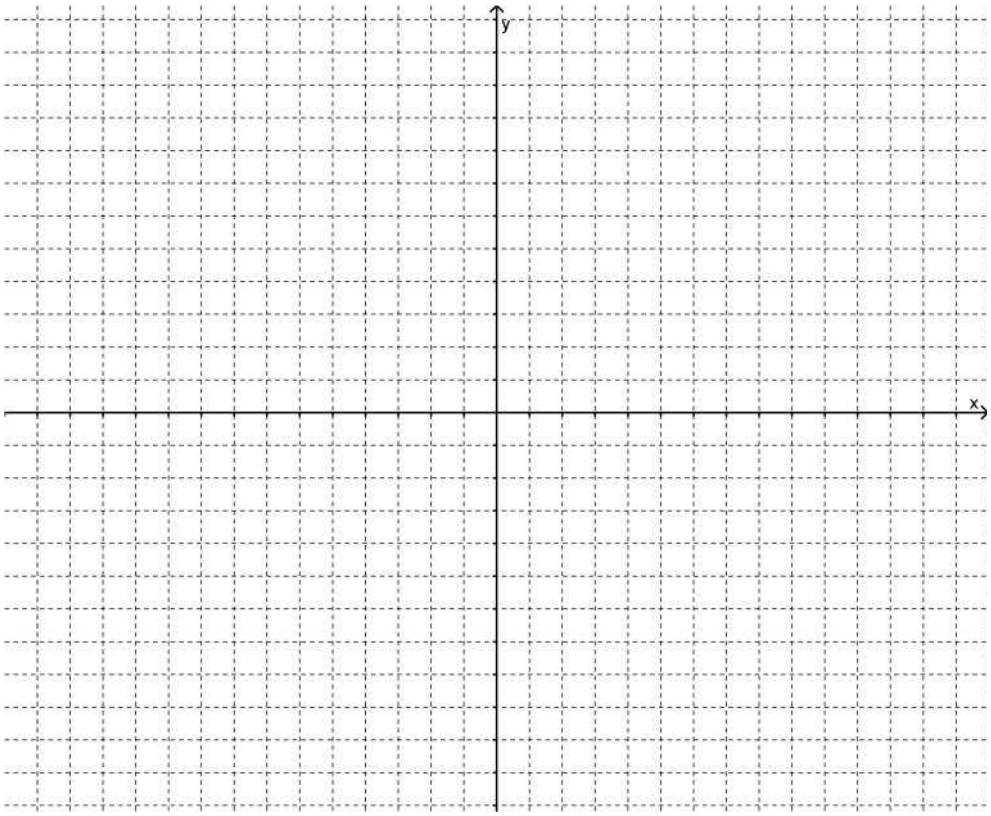
- Zeichnen Sie in das obere Koordinatensystem den Graphen der Funktion *f* ein. Skalieren Sie sinnvoll, d. h., dass das Koordinatensystem gut ausgenutzt wird.
- Zeichnen Sie in das untere Koordinatensystem den Graphen der Steigungsfunktion von *f* ein.
- Überprüfen Sie Ihre (zeichnerische) Lösung, indem Sie mit dem GTR die Sekantensteigungsfunktion für ein sinnvoll kleines h[3] einzeichnen.
- Stellen Sie eine Vermutung über den Term der Steigungs- bzw. Änderungsfunktion auf.
- Zeichnen Sie den Graphen Ihrer „Vermutungsfunktion“ mit Ihrem GTR.
- Stimmt dieser (ziemlich gut) mit dem Graphen der Sekantensteigungsfunktion überein, so haben Sie den richtigen Term gefunden.
- Stimmt dieser nicht mit dem Graphen der Sekantensteigungsfunktion überein, so stellen Sie eine weitere Vermutung über den Term auf. Überprüfen Sie nun wieder mit Ihrem GTR. Arbeiten Sie so lange weiter, bis Sie den richtigen Term gefunden haben.
- Versuchen Sie eine Regel für den Term der Steigungsfunktion aufzustellen und überprüfen Sie diese an selbst gewählten Beispielen.

Bearbeiten Sie nacheinander die folgenden Funktionsterme.

a.	a1) $3x$	a2) $5x$	a3) $-3x$	a4) $\frac{1}{2}x$	a5) $0{,}3x$	a6) $-2x$
b.	b1) x^2	b2) $3x^2$	b3) $\frac{1}{3}x^2$	b4) $-3x^2$	b5) $\frac{1}{2}x^2$	b6) $-2x^2$
c.	c1) x^3	c2) $2x^3$	c3) $\frac{1}{3}x^3$	c4) $-4x^3$	c5) $\frac{1}{2}x^3$	c6) $-3x^3$
d.	d1) x^5	d2) $2x^4$	d3) $\frac{2}{5}x^5$	d4) $-4x^3$	d5) $\frac{2}{3}x^6$	d6) $-x^7$

[3] Beachten Sie, dass *h* nicht zu
- groß ist, damit die Ergebnisse nicht zu ungenau werden,
- klein ist, damit keine unsinnigen Ergebnisse herauskommen.


y
x


y
x

	Die Potenzregel lautet in Kurzform: $f(x) = k \cdot x^n,\ k \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{N}$. Dann gilt $f'(x) = n \cdot k \cdot x^{n-1},\ k \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{N}$