

1.1 Oldtimerrennen

Titel	V2-1-1 Oldtimerrennen
Version	Mai 2010
Themenbereich	Vorbereitung des Änderungsbegriffes
Themen	Durchschnittsgeschwindigkeiten
Rolle des CAS	Zeichnen von Punkt-Graphen Berechnungen mit der Tabellenkalkulation
Methoden Hinweise	Einführungsaufgabe Die Aufgabe dient der Vorbereitung von Änderungsraten. Die notwendigen Fertigkeiten im Umgang mit dem CAS können hier eingeführt werden. Das Übertragen der vielen Tabellenwerte ist aufwendig und kann ggf. durch Datenübertragung abgekürzt werden. Alternativ kann die Erstellung der Tabelle als vorbereitende Hausaufgabe von den Schülerinnen und Schülern angefertigt werden.
Quelle	Diese Aufgabe ist eine Abwandlung der Aufgabe <i>Oldtimerrennen</i> aus mathe „open end“ Materialien für den Einsatz von Grafikrechnern und Computeralgebra Teil 1 Differenzialrechnung, westermann, Braunschweig 2001. Die Grafik auf der ersten Seite ist der Sammlung „Open Clip Art Library“ entnommen. Titel speeding car von johnny_automatic
Zeitlicher Rahmen	2 Schulstunden sowie ein Teil als Hausaufgabe

V2 Von der mittleren zur lokalen Änderung

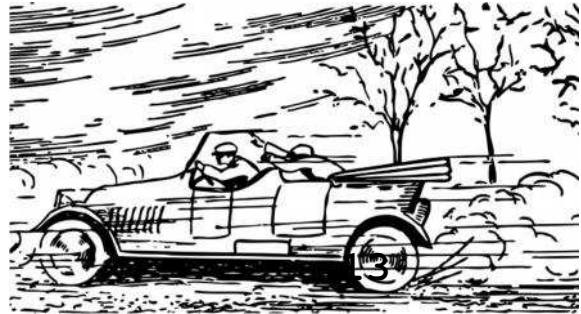
1. Tag

Am ersten Tag des norddeutschen Oldtimertreffens ist ein Parcours zu durchfahren, bei dem es nicht auf Höchstgeschwindigkeit ankommt.

Die Teilnehmer müssen eine Strecke von 7 km zurücklegen und dabei zu genau festgelegten Zeiten Kontrollpunkte anfahren.

Dabei darf zu keiner Zeit die Geschwindigkeit von $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ überschritten werden.

Während der Fahrt werden zu bestimmten Zeitpunkten die zurückgelegten Wegstrecken im Fahrzeug protokolliert.

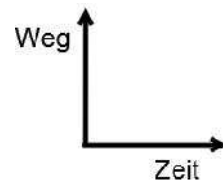


Protokollbogen für die Startnummer 13:

Fahrzeit in min	0,0	1	2	4	6	7	7,5	8	8,75
Wegstrecke in km	0,0	0,1	0,45	2,5	5,5	5,5	5,7	5,8	6,1
Fahrzeit in min	10	11	12	14	16	17,25	18,25	18,75	20
Wegstrecke in km	6,2	6,2	6,2	6,2	8	10	11,8	12	12
Fahrzeit in min	21	22	23,5	24,25	26	27	28	29	
Wegstrecke in km	13,7	15,2	17	17,9	19,5	20	20	20	

a. Zeichnen Sie ein Zeit-Weg-Diagramm für die Bewegung des Wagens mithilfe Ihres ClassPad.

Skalieren Sie sinnvoll und übertragen Sie den Graphen als Skizze in Ihre Unterlagen



b. Beschreiben Sie in Worten die Fahrt des Wagens. Gehen Sie dabei auch auf die Geschwindigkeit ein.

c. Geben Sie an, in welchen Entfernungen vom Start sich die Kontrollpunkte befinden.

d. Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit, die das Fahrzeug zwischen dem zweiten und dritten Kontrollpunkt erreicht hat (Angabe in der Einheit $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $\frac{\text{km}}{\text{h}}$).

e. Die Rennleitung will die Startnummer 13 wegen Überschreitung der Höchstgeschwindigkeit von $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ disqualifizieren.

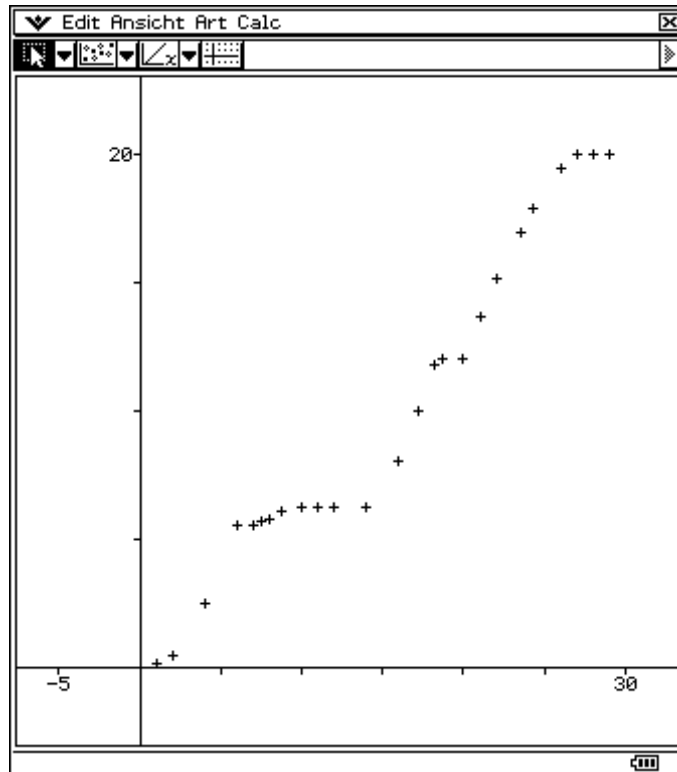
Prüfen Sie, ob ein Protest Aussicht auf Erfolg hat:

- wenn der Rennleitung nur die Zeiten der Kontrollpunkte bekannt sind,
- wenn die Rennleitung den vollständigen Protokollbogen vorliegen hat.

V2 Von der mittleren zur lokalen Änderung

a.

	A	B
1	0	0
2	1	0,1
3	2	0,45
4	4	2,5
5	6	5,5
6	7	5,5
7	7,5	5,7
8	8	5,8
9	8,75	6,1
10	10	6,2
11	11	6,2
12	12	6,2
13	14	6,2
14	16	8
15	17,25	10
16	18,25	11,8
17	18,75	12
18	20	12
19	21	13,7
20	22	15,2
21	23,5	17
22	24,25	17,9
23	26	19,5
24	27	20
25	28	20
26	29	20
27		



b. Der Fahrtverlauf kann anhand der Tabellenwerte oder des Diagramms beschrieben werden. Dabei ist auf die Stillstandszeiten einzugehen.

(Die Wegdifferenz 0 km erhält man z. B. im Zeitintervall von 6 min – 7 min)

Es ist nur eine Angabe über die Durchschnittsgeschwindigkeit möglich.

Die durchschnittliche Geschwindigkeit ist definiert als

$$v = \frac{\text{Wegdifferenz}}{\text{Zeitintervall}} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Man erkennt sie im Diagramm als Steigung des Graphen, wenn man die Punkte stückweise linear verbindet oder (mit der Tabellenkalkulation) ausrechnet.

c. Die Kontrollpunkte sind in der Tabelle / im Diagramm an den Stillstandszeiten zu erkennen – d. h. den Zeitintervallen, in denen der zurückgelegte Weg 0 km beträgt. Man liest ab: K1 $\hat{=}$ 5,5 km K2 $\hat{=}$ 6,2 km K3 $\hat{=}$ 12 km K4 $\hat{=}$ 20 km Fahrstrecke vom Startpunkt entfernt.

d.

$$\bar{v} = \frac{(12 \text{ km} - 6,2 \text{ km})}{(18,75 \text{ min} - 14 \text{ min})} = \frac{5,8 \cdot 1000 \text{ m}}{4,75 \cdot 60 \text{ s}} \approx 20,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 73,3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

e. Die Geschwindigkeit $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ist umgerechnet $100 \frac{\text{km}}{60 \text{ min}} \approx 1,7 \frac{\text{km}}{\text{min}}$.

- Anhand der Durchgangszeiten an den Kontrollposten lassen sich nur die Durchschnittsgeschwindigkeiten zwischen den Kontrollpunkten überprüfen:

$$\text{Start} - \text{K1}: \bar{v} = \frac{(5,5 \text{ km} - 0 \text{ km})}{(6 \text{ min} - 0 \text{ min})} = \frac{5,5 \text{ km}}{6 \text{ min}} \approx 0,917 \frac{\text{km}}{\text{min}} \approx 60 \cdot 0,917 \frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 55 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

V2 Von der mittleren zur lokalen Änderung

$$K1 - K2: \bar{v} = \frac{(6,2 \text{ km} - 5,5 \text{ km})}{(10 \text{ min} - 7 \text{ min})} = \frac{0,7 \text{ km}}{3 \text{ min}} = 0,233 \frac{\text{km}}{\text{min}} = 14 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$K2 - K3: \bar{v} = \frac{(12 \text{ km} - 6,2 \text{ km})}{(18,75 \text{ min} - 14 \text{ min})} = \frac{5,8 \text{ km}}{4,75 \text{ min}} = 1,221 \frac{\text{km}}{\text{min}} \approx 73 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$K3 - K4: \bar{v} = \frac{(20 \text{ km} - 12 \text{ km})}{(27 \text{ min} - 20 \text{ min})} = \frac{8 \text{ km}}{7 \text{ min}} \approx 1,143 \frac{\text{km}}{\text{min}} \approx 69 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

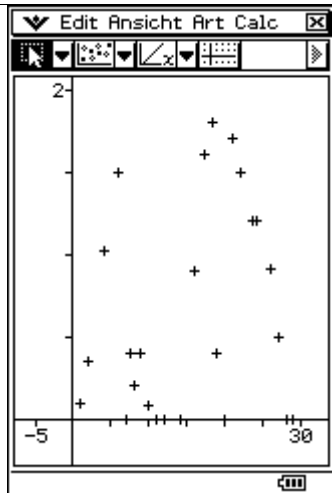
Hieraus lässt sich eine Geschwindigkeitsübertretung nicht nachweisen.

- Berechnet man alle Durchschnittsgeschwindigkeiten (z. B. mit der Tabellenkalkulation) erkennt man, dass zwischen dem dritten und vierten Kontrollposten eine Geschwindigkeitsübertretung erfolgt war. Die Rechnung liefert:

$$v = \frac{11,8 \text{ km} - 10 \text{ km}}{18,25 \text{ min} - 17,25 \text{ min}} = 1,8 \frac{\text{km}}{\text{min}} = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Der Protest des Fahrers ist also aussichtslos, wenn der Protokollbogen (alle Tabellenwerte) herangezogen wird.

In der folgenden Grafik ist die Durchschnittsgeschwindigkeit eingetragen worden, in der Tabelle sind in der Spalte A die Zeiten, in der Spalte B die Wegstrecken und in der Spalte C die jeweiligen Durchschnittsgeschwindigkeiten angegeben.



	A	B	C	D
1	0	0	0	
2	1	0.1	1	0.1
3	2	0.45	2	0.35
4	4	2.5	4	1.025
5	6	5.5	6	1.5
6	7	5.5	7	0
7	7.5	5.7	7.5	0.4
8	8	5.8	8	0.2
9	8.75	6.1	8.75	0.4
10	10	6.2	10	0.08
11	11	6.2	11	0
12	12	6.2	12	0
13	14	6.2	14	0
14	16	8	16	0.9
15	17.25	10	17.25	1.6
16	18.25	11.8	18.25	1.8
17	18.75	12	18.75	0.4
18	20	12	20	0
19	21	13.7	21	1.7
20	22	15.2	22	1.5
21	23.5	17	23.5	1.2
22	24.25	17.9	24.25	1.2
23	26	19.5	26	0.9143
24	27	20	27	0.5
25	28	20	28	0
26	29	20	29	0