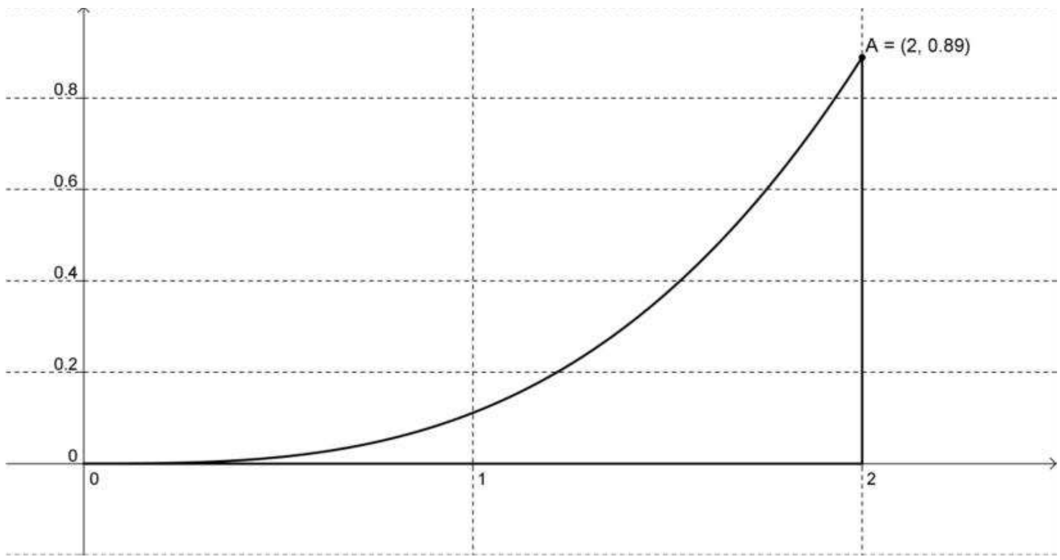
2.9 Skaterrampe

Titel	V2 – 2-Z2 Skaterrampe
Version	Mai 2011
Themenbereich	Von der Sekanten- zur Tangentensteigung
Themen	Verfeinerung der Intervalle zur Bestimmung der Steigung an einzelnen Punkten eines Graphen
Rolle des CAS	Berechnungen mit einer Tabellenkalkulation bzw. Aufstellen von Wertetabellen
Methoden	Diese Aufgabe dient als Ergänzung der Einführungsaufgaben.
Quelle	Unbekannt
Zeitlicher Rahmen	30 Minuten

Von der mittleren zur lokalen Änderung

Skater und In-Line-Skater benutzen für ihre Sprünge und Kunststücke verschiedene Geländeformen und Rampen. Die Zeichnung zeigt den Querschnitt einer speziellen Rampe. Die Rampe lässt sich in guter Genauigkeit durch den Graphen der Funktion *f* mit $f(x) = \frac{2}{9}x^2$ beschreiben.



Wenn man die Schwerkraft vernachlässigt, fliegt der Springer „tangential" (entlang einer Geraden) weiter.

a. Zeichnen Sie den Graphen mit Ihrem ClassPad und übertragen Sie die Skizze in Ihr Heft. Zeichnen Sie die Tangente im Absprungspunkt $A \approx (2\,|\,0{,}89)$ in Ihrem Heft ein und bestimmen Sie deren Steigungswinkel.

b. Bestimmen Sie nun eine lineare Funktion, deren Graph durch den Absprungspunkt verläuft und zeichnen Sie den Graphen dieser Funktion auf Ihrem ClassPad.
Verändern Sie durch Ziehen an dem Graphen der linearen Funktion diese derart, dass sie im Aufhängepunkt annähernd tangential zur Parabel verläuft.
Alternativ: Zeichnen Sie mit Ihrem CAS unterschiedliche lineare Funktionen derart, dass sie immer besser im Absprungpunkt *A* tangential zur Parabel verlaufen.
Vergrößern Sie Ihre Genauigkeit sinnvoll durch Zoomen.

   Wenn Sie mit Ihrem Ergebnis zufrieden sind und keine bessere Genauigkeit erreichen können, so geben Sie die lineare Funktion an und berechnen den Steigungswinkel der Tangenten. Vergleichen Sie das Ergebnis mit Ihrer grafisch gefundenen Lösung.

c. Diskutieren Sie, wie man diesen Winkel rechnerisch (d. h. ohne Probieren mit linearen Funktionen) bestimmen kann und führen Sie die Berechnung durch.

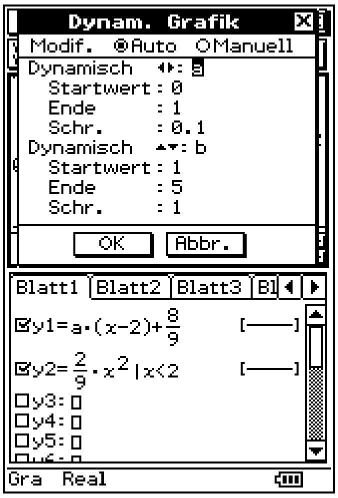
d. Für viele Sprünge ist ein Absprungwinkel von 30° ideal.
Untersuchen Sie, wie eine zweite Rampe mit diesem Absprungwinkel und dieser Funktionsgleichung gebaut werden muss.

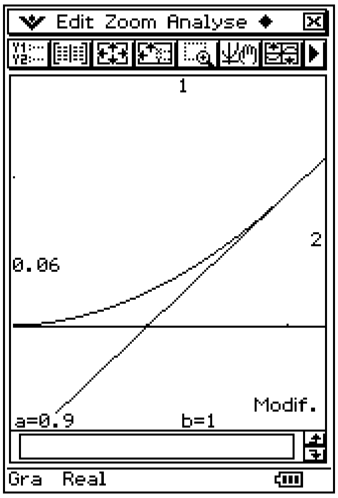
a. Der Winkel ist ungefähr 53°.

b. Die exakte Lösung der Tangentengleichung ist

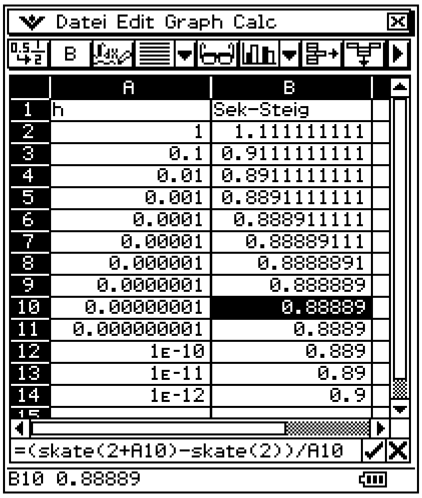
$$t(x)=\frac{8}{9}\cdot(x-2)+\frac{8}{9}=\frac{8}{9}\cdot x-\frac{8}{9}$$

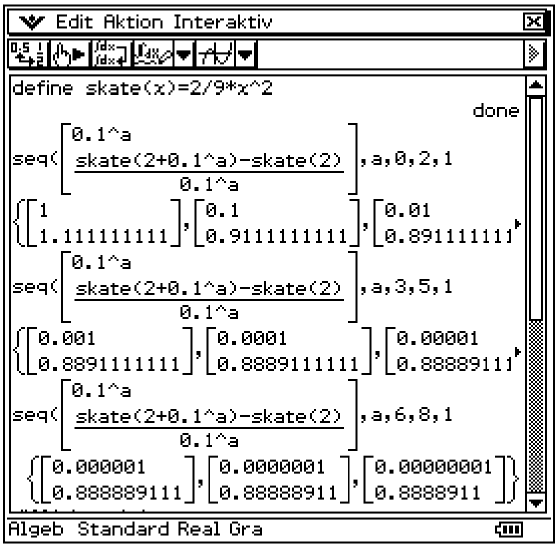
Der Steigungswinkel ist ungefähr 41,63° groß.





c. Die Steigung der Tangenten kann mithilfe von immer besser angenäherten Sekantensteigungen bestimmt werden.





d. Ein Winkel von 30° entspricht einer Steigung $\tan(30°)=\frac{\sqrt{3}}{3}\approx 0{,}58$. Aus dem Aufgabenteil c) kann man sehen, dass für $h=10^{-7}$ eine gute Genauigkeit erreicht wird. Mit diesem *h* wird nun eine neue Funktion definiert: