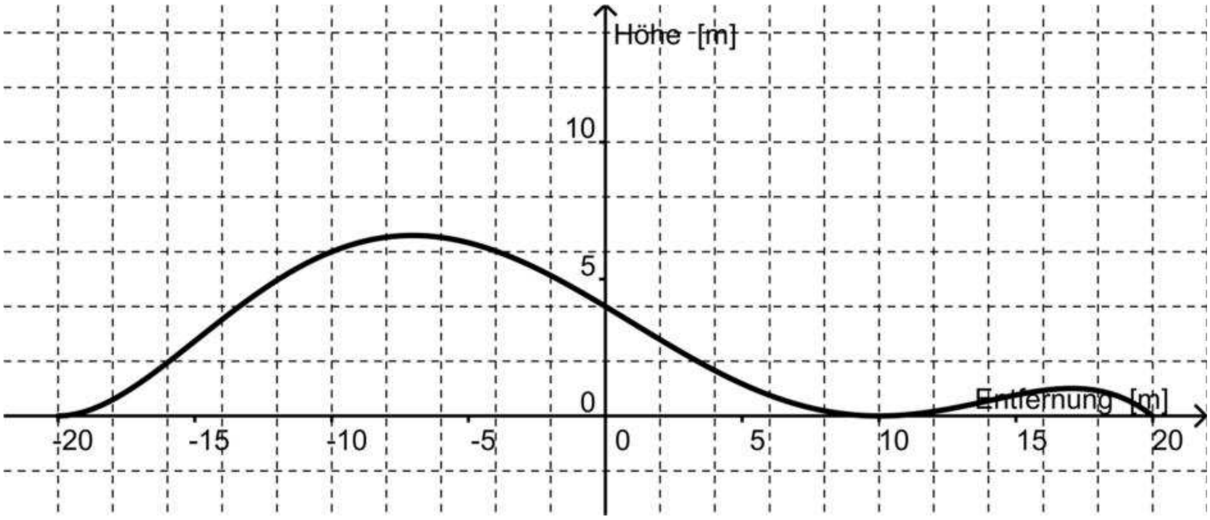
4.3 Raupe 2

Titel	V2 – 4-3 Raupe 2
Version	Mai 2010
Themenbereich	Übungen zur Ableitung
Themen	Steigungen von Straßen
Rolle des CAS	Lösen von Gleichungen Berechnungen von Ableitungen Umformungen von Termen
Methoden Hinweise	Übungsaufgabe
Quelle	CiMS
Zeitlicher Rahmen	20 Minuten

Von der mittleren zur lokalen Änderung

Ein Raupenfahrzeug soll Material über die Deichanlage mit dem abgebildeten Profil transportieren.
Gehen Sie fürden rechnerischen Teil der Aufgabe davon aus, dass sich das Profil als Graph einer ganzrationalen Funktion darstellen lässt.



a. Kennzeichnen Sie die Stellen mit den größten Steigungen.
   Lösen Sie die Aufgabe zuerst grafisch und dann rechnerisch.
b. Klären Sie, ob eine Raupe mit einer Steigfähigkeit von 75 % (hinauf wie hinunter) diese Aufgabe bewältigen kann.
   Lösen Sie die Aufgabe zuerst grafisch und dann rechnerisch. Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.
c. Untersuchen Sie gegebenenfalls, welche Steigfähigkeit mindestens erforderlich ist.

<table>
<tr><td>a.</td><td>Der erste Teil lässt sich zunächst grafisch-anschaulich lösen, da die Stellen mit der höchsten Steigung leicht zu finden sind.

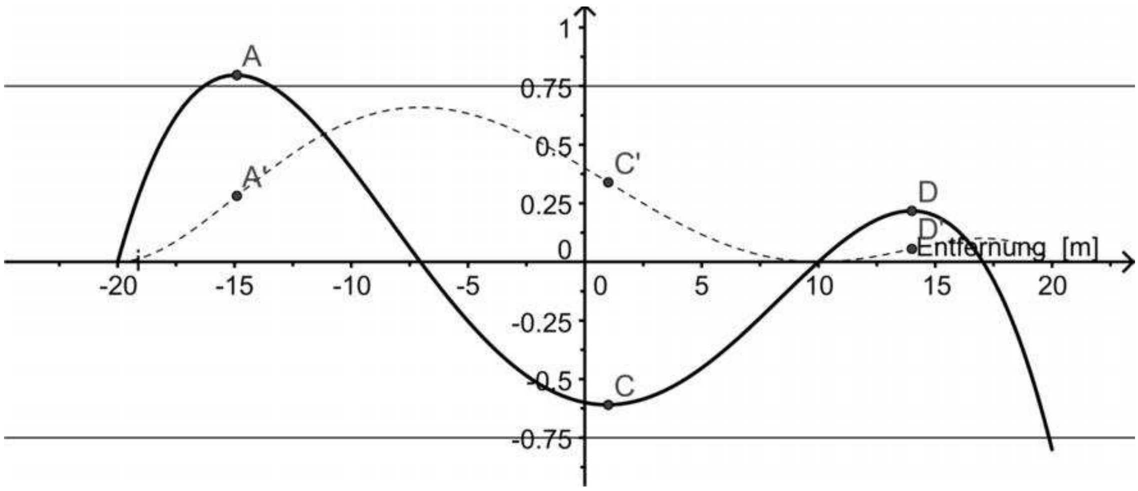
Der Graph lässt sich durch ein Polynom mindestens 5.Grades darstellen.Unter Beachtung der Nullstellen und Einbeziehung des angegebenen Punktes B kommt man zum Funktionsterm $g(x) = -\frac{1}{200000}(x+20)^2(x-10)^2(x-20)$.

Die höchste Steigung liegt an den Wendepunkten der Funktion vor, die entsprechenden Extremstellen der Ableitungsfunktion. Diese können mit der zweiten Ableitung oder mithilfe von Wertetabellen gefunden werden.

Gesucht sind die Nullstellen der zweiten Ableitung von g.

Define $g(x)=\frac{1}{200000}(x+20)^2(x-10)^2(x-20)$
done
diff(g(x),x,2
$\frac{x^3-210\cdot x+200}{10000}$
Define $g2(x)=\frac{x^3-210\cdot x+200}{10000}$
done
solve(g2(x)=0
{x=-14.94595423,x=0.9565487071,x=13.98940552▸

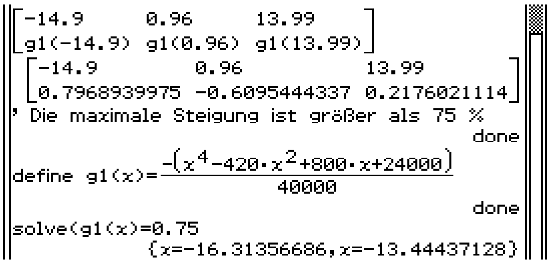
$x \approx -14{,}9$ oder $x = 1$ oder $x = 14$ sind sinnvolle Näherungslösungen.



Gezeichnet sind hier die Ableitungsfunktion (durchgezeichnet) sowie die Profilfunktion f (gestrichelt und nicht im richtigen Maßstab).</td></tr>
<tr><td>b.</td><td>Diesen Teil kann man ebenfalls grafisch lösen, wenn man eine Gerade mit der Steigung 75 % (das entspricht einem Winkel von etwa 37°) einzeichnet und diese parallel an den Graphen der Funktion f verschiebt. Entsprechend geht</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>man für den Winkel von -37° vor.

Zwischen den Stellen $x_1 \approx -16{,}3$ m und $x_2 \approx -13{,}4$ m ist die Steigung größer als 75 %.


</td></tr>
<tr><td>c.</td><td>Setzt man die im Aufgabenteil a) gefundenen Extremstellen in die erste Ableitungsfunktion ein, so erhält man $g'(-14{,}9) \approx 0{,}80$, $g'(1) \approx -0{,}61$ und $g'(14) \approx 0{,}22$.
Die maximal notwendige Steigfähigkeit beträgt also 80 %.

Hinweis: Aus der Grafik kann man schon sehen, dass die maximale Steigfähigkeit bei $x \approx -14{,}9$ zu bestimmen ist.
Eine größere Genauigkeit macht (auch im Kontext der Aufgabe) keinen Sinn.</td></tr>
</table>