2.2 Erlkönig 2

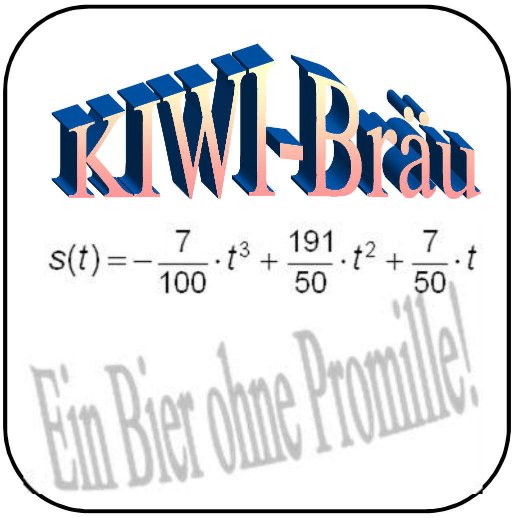
Titel	V2 - 2-2 Erlkönig 2
Version	Mai 2010
Themenbereich	Von der Sekanten- zur Tangentensteigung
Themen	Geschwindigkeiten
Rolle des CAS	Berechnungen mit der Tabellenkalkulation Lösen von Gleichungen
Methoden Hinweise	Es wird die Anlage von der Aufgabe V2 - 2-1 Erlkönig 1 benutzt. Diese Aufgabe sollte vorher bearbeitet worden sein. Die Momentangeschwindigkeit wird an bestimmten Stellen über die Durchschnittsgeschwindigkeit tabellarisch angenähert. Das soll den Übergang von der Sekanten- zur Tangentensteigung verdeutlichen und nachvollziehbar machen. Zum Teil d): Nach 12 s fährt das Fahrzeug mit konstanter Geschwindigkeit. In der Grafik kann man das an der Linearität des Graphen erkennen – gegebenenfalls muss dieser Fakt mit den Schülerinnen und Schülern vorher besprochen werden.
Quelle	CiMS
Zeitlicher Rahmen	2 Schulstunden (90 min)

V2 Von der mittleren zur lokalen Änderung

Ein Erlkönig ist eine gängige Bezeichnung in den Medien für den Prototyp eines Autos. Während die Hersteller versuchen, diese Wagen geheim zu halten, wird ihnen von Fotojournalisten – sogenannte Erlkönig-Jäger – nachgestellt, die danach die geschossenen Fotos an Fachmagazine, die Boulevardpresse oder Websites verkaufen. (Wikipedia)

Der Erlkönig-Jäger Paul Blitzlicht forscht unermüdlich weiter nach Spuren, die das Testteam unvorsichtigerweise zurückgelassen hat.

In der Eckkneipe, die die Tester gerne besuchen, findet Paul Blitzlicht einen zurückgelassenen Bierdeckel, den anscheinend ein Techniker beschrieben hat.



a. Bestätigen Sie, dass die Funktion mit dem auf dem Bierdeckel gefundenen Funktionsterm den Sachverhalt in dem Zeitraum $0\text{s} \le t \le 12\text{s}$ gut beschreibt.

b. Berechnen Sie folgende Durchschnittsgeschwindigkeiten:

$\bar{v}(0\text{s};8\text{s})$ $\bar{v}(4\text{s};8\text{s})$ $\bar{v}(7\text{s};8\text{s})$ $\bar{v}(7{,}9\text{s};8\text{s})$

$\bar{v}(8\text{s};12\text{s})$ $\bar{v}(8\text{s};10\text{s})$ $\bar{v}(8\text{s};9\text{s})$ $\bar{v}(8\text{s};8{,}1\text{s})$

Hinweis: Dabei ist $\bar{v}(0\text{s};8\text{s})$ *die Abkürzung für die Durchschnittsgeschwindigkeit zwischen den Zeitpunkten 0 s und 8s.*

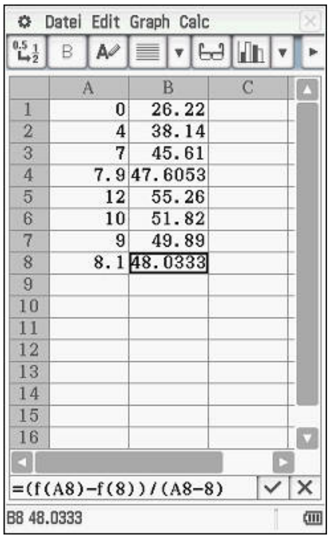
c. Berechnen Sie die Momentangeschwindigkeit zur Zeit $t = 8\text{s}$ (d. h. an der Stelle $t = 8\text{s}$) möglichst genau.

d. Begründen Sie, warum für den Zeitraum $t \ge 12\text{s}$ der auf dem Bierdeckel angegebene Funktionsterm nicht mehr sinnvoll ist.
Geben Sie für diesen Zeitraum einen geeigneten Funktionsterm an.

a. Durch Einsetzen einiger Werte $t \leq 12$ s erfolgt die Bestätigung.

b. Mithilfe einer Tabellenkalkulation lässt sich die Durchschnittsgeschwindigkeit schnell berechnen.

Man sieht hier auch gleich die Annäherung der Werte und hat die Motivation für die Grenzwertbildung für die Momentangeschwindigkeit.



	A	B	C
1	0	26.22	
2	4	38.14	
3	7	45.61	
4	7.9	47.6053	
5	12	55.26	
6	10	51.82	
7	9	49.89	
8	8.1	48.0333	
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			

=(f(A8)-f(8))/(A8-8)

B8 48.0333

c. Hier wird eine Näherung ausgeführt.

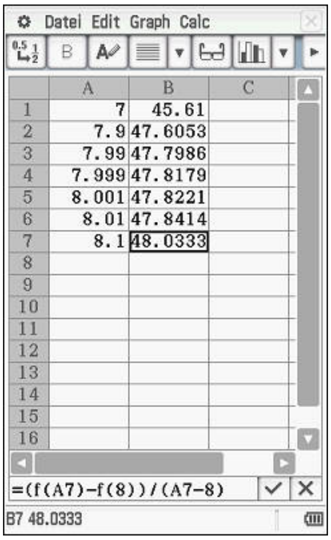
Aus der Tabelle ersieht man, dass die Durchschnittsgeschwindigkeiten

$\bar{v}(7{,}9s;8s)$ $\bar{v}(799s;8s)$ $\bar{v}(7{,}999s;8s)$

$\bar{v}(8s;8{,}1s)$ $\bar{v}(8s;8{,}01s)$ $\bar{v}(8s;8{,}001s)$

aufeinander „zuwachsen“.

Die Momentangeschwindigkeit beträgt danach:
$v \approx 47{,}82\,\frac{m}{s}$.



	A	B	C
1	7	45.61	
2	7.9	47.6053	
3	7.99	47.7986	
4	7.999	47.8179	
5	8.001	47.8221	
6	8.01	47.8414	
7	8.1	48.0333	
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			

=(f(A7)-f(8))/(A7-8)

B7 48.0333

d. Für $t \geq 12$ s verläuft der Graph annähernd linear. Das ist mit einer ganzrationalen Funktion dritten Grades nicht möglich, da sich die Krümmung bei einer solchen Funktion ständig verändert.
Für lineare Funktionen kann die Steigung mithilfe zweier Punkte bestimmt werden:

$g(12) = \frac{2154}{5} \approx 430{,}8$ wird berechnet, $g(18) \approx 800$ dem Graphen entnommen.

Damit erhält man die Steigung $m = \frac{800-431}{6} \approx 61{,}5$.

Und aus $g(12) \approx 430{,}8 = 61{,}5 \cdot 12 + b$ folgt mit dem Solve-Befehl oder durch elementares Umrechnen $b \approx -307$.
Insgesamt erhält man für den linearen Teil den Funktionsterm $g(x) \approx 61{,}5 \cdot x - 307$