

Taschenrechner im Griff

Christof König

© CASIO Europe GmbH

Inhaltsverzeichnis

I.	Worum geht es bei „Taschenrechner im Griff“?	2
II.	Zum Material	3
III.	Kommentare und Lösungshinweise zu den Aufgabenkarten.....	3
	Karte 1: Rechenübungen	3
	Karte 2: Zahlenmauern.....	4
	Karte 3: Sonderbares mit Zahlen, Rechenspielereien	5
	Karte 4: Zauberrechnungen und –Gleichungen	6
	Karte 5: Was schlägt die Uhr?	7
	Karte 6: ggT und kgV.....	8
	Karte 7: Speichernutzung	9
	Karte 8: Bruchrechnung.....	10
	Karte 9: Ägyptische Bruchrechnung	12
	Karte 10: Von Wertetabellen und Graphen	13
	Karte 11: Was passiert beim Würfeln? 1.....	14
	Karte 12: Was passiert beim Würfeln? 2.....	14
	Karte 13: Statistische Berechnungen	15
	Karte 14: Spiele mit Würfeln 1	16
	Karte 15: Spiele mit Würfeln 2	17
	Karte 16: Werfen von zwei Würfeln.....	19
	Karte 17: Überraschende Zufälle.....	20
	Karte 18: Rechnen mit Einheiten.....	20
IV.	Anhang.....	22
	Zu Karte 1: Rechenübungen	22
	Zu Karte 2: Zahlenmauern	24
V.	Kartensammlung	25

I. Worum geht es bei „Taschenrechner im Griff“?

Mit diesen Aufgabenkarten werden die wichtigsten Funktionen des Taschenrechnermodells CASIO fx-86DE PLUS vorgestellt. Die Schülerinnen und Schüler finden auf jeder Karte eine genaue Tastenbeschreibung, erhalten eine bildliche Darstellung und eine genaue Anweisung, wie die Funktion richtig genutzt wird. Im Anschluss folgen zur Eingewöhnung einige kleine Aufgaben bis schließlich das Anspruchsniveau steigt und von den Schülerinnen und Schülern Transferfähigkeiten verlangt werden. Die Klasse wird auch immer wieder zu Kreativität, zur Stellung eigener Aufgaben und zum Erfinden eigener Spiele ermuntert und aufgefordert. Dadurch können sie tiefer in das Themengebiet vorstoßen, da sie auch das Ergebnis und Probleme der Aufgabe bzw. der Spiele voraussehen müssen, um diese sinnvoll formulieren und erfinden zu können.

Alle bis zur 8. Klasse bekannten Rechenoperationen werden aufgegriffen und können mit Einsatz des Taschenrechners durchgearbeitet werden. Einige Themenbereiche dieser Kartensammlung können auch ohne Vorkenntnisse komplett neu erschlossen werden. Vielen Schülerinnen und Schülern bereitet der Umgang mit ihrem Taschenrechner Probleme und sie kennen einige Funktionen nicht bzw. können sie nicht oder nur falsch nutzen, weil ihnen die richtige Bedienung nicht vertraut ist. Der richtige und effiziente Einsatz des Taschenrechners ist aber für eine erfolgreiche Bearbeitung einiger Sachverhalte und Aufgaben in der Schule sehr wichtig und soll deshalb hier besondere Aufmerksamkeit bekommen.

Auf den ersten Karten erlernen die Schülerinnen und Schüler einen schnellen und korrekten Umgang mit den Grundrechenarten und gebrauchen und erweitern ihre Problemlöse- und Transferfähigkeiten. Anschließend werden einige erstaunliche Gleichungen und Aufgaben untersucht und der Grund für ihren überraschenden Effekt gesucht. Außerdem wird das Dividieren mit Rest für die Bestimmung von ggT und kgV verwendet, sowie der Speicher des Taschenrechners für den schnellen und häufigen Zugriff auf einige Zahlen. Die zweidimensionale Darstellung der Brüche wird genutzt, um auch schwierige und längere Terme direkt und genauso einzugeben, wie man sie auch in der Aufgabenstellung sieht. Mit Hilfe von Wertetabellen werden Graphen gezeichnet bzw. Graphen ihren Funktionen zugeordnet. Zudem kann man auch Zufallszahlen erzeugen. Das lässt sich beispielsweise für viele verschiedene Würfelexperimente nutzen. Aber auch sehr große Zufälle, also unwahrscheinliche Ereignisse, werden betrachtet. Der Taschenrechner bietet auch eine Hilfe bei statistischen Berechnungen an. Es folgen einige Karten mit Würfelspielen, um das gerade Erlernte anzuwenden. Bei diesen Würfelspielen soll den Schülerinnen und Schülern genügend Zeit gewährt werden, um mehrmals zu spielen und viele Ergebnisse für Vermutungen und eine Analyse zur Verfügung zu haben. Zum Schluss befasst sich diese Kartensammlung mit der Umrechnung einiger bekannter Einheiten, aber auch besonders mit alten oder in anderen Ländern gebräuchlichen Längeneinheiten.

Mit Hilfe des PC-Programms CASIO fx-ES PLUS Emulator kann man der ganzen Klasse eine mit ihrem Taschenrechnermodell übereinstimmende Benutzeroberfläche bieten. Das empfiehlt sich zur Vorführung und Hilfestellung bei einigen Funktionen des Taschenrechners, aber auch zur Überprüfung der richtigen Eingabe durch die Schülerinnen und Schüler. Das Programm kann bei jeder Aufgabenkarte eingesetzt werden. Bei den Karten, bei denen sich der Einsatz aber besonders lohnt, findet sich darauf immer ein Verweis in diesem Begleitheft.

II. Zum Material

Im Anhang befinden sich Kopiervorlagen für die Würfel der Karte 1 und verschiedene leere Zahlenmauern für die Karte 2.

III. Kommentare und Lösungshinweise zu den Aufgabenkarten

Karte 1: Rechenübungen

Voraussetzungen:

Grundrechenarten

Dezimalbruchrechnung

Aktivitäten:

Erlernen der Tastenbelegung des Taschenrechners für die Grundrechenarten

Spielerische Förderung der schnellen und richtigen Eingabe

Lernziel:

Schnelle und richtige Berechnung von Grundrechnungen mit Hilfe des Taschenrechners

Methodische Hinweise:

Die Karte kann von den Schülerinnen und Schülern selbstständig bearbeitet werden.

Sie kann immer wieder genutzt werden, um zu wiederholen und zu festigen. Dafür eignen sich besonders die Würfel. Die leeren Würfelgrundrisse können auch für andere Anforderungsgebiete verwendet werden, wie zum Beispiel beim Rechnen mit Brüchen oder Prozenten.

Für Aufgabe e) muss man die Klasse in Vierergruppen einteilen.

Material:

Kopiervorlage für Würfelgrundrisse im Anhang (Seiten 22, 23)

Kleber

Lösungshinweise:

- a, b) Die Ziffern 1-9 sind auf dem Taschenrechner in einer 3x3 Matrix angeordnet. Zwei nebeneinander stehende Ziffern unterscheiden sich um den Wert 1, die Ziffern von übernächsten Spalten um den Wert 2, das begründet die Ergebnisse 111 und 222. Untereinander stehende Ziffern unterscheiden sich um den Wert 3, die Ziffern von übernächsten Zeilen um den Wert 6, das begründet die Ergebnisse 333 bzw. 666.
- c) Bei der ersten Zahl wird immer 111 addiert, bei der zweiten wird 111 subtrahiert, also erhält man immer das gleiche Ergebnis.

Zum Weiterdenken:

Die Schülerinnen und Schüler können die Seiten der unbeschriebenen Würfelgrundrisse beschriften und so mit ihren eigenen Zahlen rechnen. Auch für weitere Rechenoperationen, wie die Multiplikation und Division, und Themengebiete, wie zum Beispiel die Bruch- oder Prozentrechnung, können die Würfel genutzt werden.

Benotung:

Diese Karte ist nicht geeignet zur Notenvergabe.

Karte 2: Zahlenmauern**Voraussetzungen:**

Grundrechenarten

Aktivitäten:

Produktives Üben bekannter Grundrechenarten

Problemlösen, man muss von vorne und/oder von hinten zur Lösung gelangen

Selbständiges Stellen von Aufgaben

Lernziele:

Anwendung der Grundrechenarten

Selbständiges Finden der Lösungswege

Methodische Hinweise:

Die Karte kann von den Schülerinnen und Schülern selbständig bearbeitet werden.

Die Karte kann gut zur Übung und Wiederholung genutzt werden.

Material:

Kopiervorlage zu Zahlenmauern im Anhang (Seite 24)

Lösungshinweise:

Zahlenmauern sind ein bewährtes Übungsformat im Grundschulunterricht und eignen sich auch sehr gut zur Wiederholung in der Sekundarstufe 1. Diese Karte kann man gleich zu Beginn der Nutzung des Taschenrechners erfolgreich bewältigen.

b) Im Schlussstein steht 68900.

c) Den größten Wert im Schlussstein erhält man, indem man die beiden kleinsten Zahlen in den Ecken und die größte in der Mitte der untersten Reihe platziert. Dadurch nehmen die kleinen Zahlen nur auf jeweils einen Stein in der zweiten Reihe Einfluss, die größte jedoch sowohl auf den linken, als auch auf den rechten Teil der Mauer. Die Anordnung der übrigen beiden Zahlen spielt keine Rolle. Im Schlussstein steht 101867. Den kleinsten Wert erhält man dementsprechend, wenn man die beiden größten Zahlen in den Ecken platziert und die kleinste in der Mitte. Im Schlussstein steht 49919.

d) Nur gerade Zahlen in der zweiten Reihe sind nicht möglich. Dazu benötigt man in der ersten Zeile nur gerade bzw. nur ungerade Zahlen. Nur ungerade Zahlen in der zweiten Reihe erhält man, indem man abwechselnd ungerade und gerade Zahlen in die erste Reihe einträgt, zum Beispiel 1559 – 2558 – 3557 – 6554 – 9551.

Zum Weiterdenken:

Hier wird die Kreativität der Schülerinnen und Schüler gefördert, da sie eigene Zahlenmauern bauen sollen und überlegen müssen, welche Zahlen angegeben werden müssen, damit die Mauern eindeutig oder auf verschiedene Arten lösbar sind.

Benotung:

Mit dieser Karte kann man einzelne Schülerinnen und Schüler benoten. Sie sollen eine oder mehrere Zahlenmauern lösen, beispielsweise an der Tafel, und ihr Vorgehen erklären.

Alternativ können die Schülerinnen und Schüler auch selbstständig die Aufgaben a) bis e) lösen und ihre Ergebnisse werden eingesammelt und bewertet.

Karte 3: Sonderbares mit Zahlen, Rechenspielerien

Voraussetzungen:

Grundrechenarten

Potenzen

Dezimalbrüche

1. Binomische Formel (Plusformel)

Aktivitäten:

Kennenlernen einiger besonderer Rechnungen

Finden von Erklärungen

Anwendung der 1. Binomischen Formel (Plusformel)

Findung und Anwendung der Gaußschen Summenformel

Lernziele:

Problemlösen

Richtiger Einsatz der Binomischen Formel

Umgang mit arithmetischen Reihen

Methodische Hinweise:

Bei der Suche nach den Erklärungen müssen die Schülerinnen und Schüler unterstützt und ihnen kleine Hilfen gegeben werden.

Um auf die Gaußsche Summenformel zu kommen, benötigen die Schülerinnen und Schüler wahrscheinlich eine Hilfe.

Lösungshinweise:

c) Wir wollen die ersten beide Schritte untersuchen:

$$1.\text{Schritt: } 1,1^2 = \left(1 + \frac{1}{10}\right)^2 = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{10} + \left(\frac{1}{10}\right)^2 = 1 + \frac{2}{10} + \frac{1}{100} = 1,21$$

$$2.\text{Schritt: } 1,01^2 = \left(1 + \frac{1}{100}\right)^2 = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{100} + \left(\frac{1}{100}\right)^2 = 1 + \frac{2}{100} + \frac{1}{10000} = 1,0201$$

Die Erklärung der Aufgaben lässt sich also mit Hilfe der 1. Binomischen Formel (Plusformel) finden.

Die gleiche Vorgehensweise ist auf die anderen Zahlen anzuwenden. Ab 1,4 kommt es zu einem Überschlag. Daher erhält man nicht immer im Ergebnis die gleichen Ziffern, zwischen die sich Nullen schieben. 1,21; 1,0201; 1,002001 usw.

d) $n = 10$:

1. Weg: Schreiben Sie die Zahlen aufsteigend nebeneinander, darunter absteigend.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Die Summe der Spalten ergibt jeweils den Wert 11, also $n + 1$. Insgesamt haben wir 10, also n Spalten. Wir erhalten also den Gesamtwert $n(n + 1)$. Da wir uns aber für die Summe einer Zeile interessieren, dividieren wir durch 2 und erhalten die Formel:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}.$$

2. Weg: Die Summe der kleinsten und größten Zahl, zweitkleinsten und zweitgrößten Zahl usw. ergibt immer 11. Die gesuchte Gesamtsumme erhält man also, indem man $5 * 11$ rechnet, wobei $5 = \frac{n}{2}$, $11 = n + 1$.

Für die Schülerinnen und Schüler ist es schwierig selbständig diese Formel zu finden aber anschließend ist es sehr logisch und verständlich für sie.

Die Geschichte von Gauß (deutscher Mathematiker, Astronom, Physiker, lebt um 1800), wann und in welcher Situation er diese Formel erkannt hat, ist an dieser Stelle auch sehr interessant.

e) 1) $\sum_{k=1}^{876} k = 384126$ 2) $\sum_{k=1}^{1234} k = 761995$.

Zum Weiterdenken:

Hier wird der Transfer gefordert. Die Schülerinnen und Schüler müssen ihr Wissen über die Gaußsche Summenformel auf weitere arithmetische Reihen übertragen.

a) $3 + 6 + 9 + \dots + 60 = \sum_{k=1}^{20} 3k = (60 + 3) * \frac{20}{2} = 630$

Die Addition von größter und kleinster Zahl usw., ergibt immer die Summe 63. Insgesamt addieren wir 20 Zahlen, bilden also 10 solcher Summen.

b) Hier sind die Kreativität und die Problemlösefähigkeit der Schüler gefragt.

Benotung:

Mit dieser Karte können einzelne Schülerinnen und Schüler geprüft werden, indem sie ihre Beobachtungen und ihre Erklärungen für diese Besonderheiten schildern.

Karte 4: Zauberrechnungen und -Gleichungen

Voraussetzungen:

Grundrechenarten

Gleichungen vereinfachen und aufstellen

Aktivitäten:

Aufstellung einer Gleichung aus einer Textaufgabe

Vereinfachung und Analyse von Gleichungen

Lernziele:

Aufstellung und Untersuchung von Gleichungen

Selbständiges Stellen von Aufgaben

Methodische Hinweise:

Diese Karte kann von den Schülerinnen und Schülern selbständig bearbeitet werden.

Lösungshinweise:

- a), b) Dieser Trick nutzt das dezimale Stellenwertsystem. Sind die beiden Zahlen $a = AB$ und $b = CD$, wobei A, B, C, D die Ziffern der beiden Zahlen sind, lässt sich die Gleichung so schreiben:

$$\begin{aligned} & \left(((a * 5 + 24) * 4 + 12) * 5 + b - 540 \right) : 10 = (100a + b) : 100 = \\ & = (AB00 + CD) : 100 = AB, CD \end{aligned}$$

- c) Für drei Zahlen benötigt man einen Term, der sich wie folgt auflösen lässt:

$$(10000a + 100b + c) : 100 = ABCD, EF$$

- d) Die Begründung werden eher nur die leistungsstärkeren Schülerinnen und Schüler finden. Mit dem folgenden Tipp können aber mehrere auf die richtige Begründung kommen: Sei $a > b > c$. Eine dreistellige Zahl abc lässt sich so schreiben:

$$100a + 10b + c.$$

Das machen wir auch mit der Zahl bca : $bca = 100b + 10c + a$.

$$\begin{aligned} \text{Für die Differenz gilt: } abc - bca &= 100a + 10b + c - (100b + 10c + a) = \\ &= (100a - a) + (10b - 100b) + (c - 10c) = 99a - 90b - 9c \end{aligned}$$

Alle Glieder sind für alle a, b, c durch 9 teilbar, also ist auch die gesamte Differenz durch 9 teilbar. Dieses Muster ist auf beliebig große Zahlen anwendbar.

Da die Zahlen durch 9 teilbar sind, sind sie folglich auch durch 3 teilbar. Mit anderen Zahlen funktioniert es nicht.

Benotung:

Mit dieser Karte lassen sich einzelne Schülerinnen und Schüler prüfen. Diese können die Erklärungen für die Zaubereien in den Aufgaben b) bis d) liefern.

Karte 5: Was schlägt die Uhr?

Voraussetzungen:

Teilen mit Rest

Aktivitäten:

Rechnen modulo einer anderen Zahl

Berechnung des kgV

Selbständiges Stellen von Aufgaben

Lernziele:

Kennenlernen und errechnen von ggT und kgV mit Anwendungen

Einführung des Rechnens modulo einer natürlichen Zahl

Methodische Hinweise:

Diese Karte kann von den Schülerinnen und Schülern alleine oder mit einer Partnerin bzw. einem Partner bearbeitet werden. Diese Karte kann mit Karte 6 zusammen bearbeitet werden.

Lösungshinweise:

Hier wird das Rechnen modulo einer natürlichen Zahl eingeführt. Man kann hier auch Verknüpfungstabellen erstellen und Nullteiler suchen.

- a) 13h vergehen. 1 Uhr auf der Erde, 3 Uhr auf Sedna, 4 Uhr auf Buda.
- b) 3 Tage auf der Erde = 72h. $72 \div 5 = 14R2$. Die Uhr zeigt 2 Uhr an. Es sind 7 Tage vergangen.
- c) Peter: 3 Tage, Vormittag.
- d) Hans: 10 Uhr, Andrea: 7 Uhr.
- e) Hans und Andrea.
- f) Erde: 12h, 24h, 36h..., also $12k$, mit $k \in \mathbb{N}$. Sedna: 5h, 10h, 15h..., also $5l$, mit $l \in \mathbb{N}$. Buda: 9h, 18h, 27h..., also $9m$, mit $m \in \mathbb{N}$.
- g) Erde und Sedna: 60h. Erde und Buda: 36h. Sedna und Buda: 45h.
- h) 60h.

Zum Weiterdenken:

Hier können sich die Schülerinnen und Schüler eigene Aufgaben ausdenken, um das Thema zu vertiefen und kreativ zu sein. Planeten und Sterne kann man über gängige Suchmaschinen oder Astronomieseiten unter dem Suchbegriff „Rotationsperiode x Stunden“ finden.

Benotung:

Diese Karte kann von den Schülerinnen und Schülern allein oder in Partnerarbeit bearbeitet werden und die Lösungen eingesammelt werden, um Noten zu vergeben.

Karte 6: ggT und kgV

Voraussetzungen:

Teilen mit Rest

Modulo

Bruchrechnung

Aktivitäten:

Berechnung von ggT und kgV

Anwendung eines Algorithmus

Lernziele:

Erlernen von ggT und kgV

Methodische Hinweise:

Die Karte soll mit den Schülerinnen und Schülern anfangs besprochen werden. Die Beispielaufgabe soll über das CASIO-Programm fx-ES PLUS Emulator vorgeführt werden. Anschließend kann der Rest der Karte von den Schülerinnen und Schülern selbstständig gelöst werden. Entweder können sie alles auf einmal lösen und die Ergebnisse werden in Form von Referaten am Ende vorgetragen oder sie arbeiten sich von Aufgabe zu Aufgabe mit jeweils anschließender Lösung der Aufgabe, zum Beispiel an der Tafel.

Diese Karte kann mit Karte 5 zusammen bearbeitet werden.

Lösungshinweise:

Den ggT zweier Zahlen kann man mit Hilfe ihrer Primfaktorzerlegung errechnen oder indem man die Zahlen als Bruch in den Taschenrechner eingibt und herausfindet, mit welcher Zahl er gekürzt hat. Ein weiterer Weg, der besonders bei großen Zahlen sehr schnell zum Ergebnis führt, ist aber der Euklidische Algorithmus.

Euklid (griechischer Mathematiker, lebte um 300 v.Chr.) suchte ein gemeinsames Maß für die Längen von zwei Linien. Dazu zog er immer wieder die kleinere von der größeren Linie ab und errechnete so den ggT. Heute verwendet man nicht mehr die Differenz, sondern dividiert mit Rest.

Gesucht ist der größte gemeinsame Teiler von a und b ($a > b$):

$a = k_0 * b + r_1$. b passt also k_0 mal in a und übrig bleibt der Rest $r_1 < b$. In jedem folgenden Schritt wird solange der Divisor durch den Rest geteilt bis die Division aufgeht, also:

$b = k_1 * r_1 + r_2$, $r_1 = k_2 * r_2 + r_3$, ..., $r_{n-1} = k_n * r_n + 0$. Der Divisor des letzten Schrittes, also r_n , ist der gesuchte größte gemeinsame Teiler. In jedem Schritt wird die Zahl mindestens halbiert, daher führt der Algorithmus auch bei großen Zahlen sehr schnell zum Ergebnis.

a) $ggT(256,312) = 8$.

b) $ggT(10166,8568) = 34$.

c) $ggT(231990,237762) = 222$.

d) $kgV(256,312) = 9984$, $kgV(10166,8568) = 2561832 \approx 2,56 * 10^6$,
 $kgV(231990,237762) = 248461290 \approx 248 * 10^6$

e) Man benötigt also Banden, die so groß sind, dass sie sowohl die Länge als auch die Breite des Platzes ohne Überhang umstellen können. Daher errechnen wir den ggT.

$ggT(112,72) = 8$. Die Banden müssen also 8 Meter lang sein.

f) $ggT(289,255) = 17$. Eine Treppenstufe ist 17cm hoch.

g) Man benötigt das kgV der beiden Schrittlängen. Zuerst bestimmt man den ggT:

$ggT(504,324) = 36$. Also gilt: $kgV(504,324) = 4536$. Sie stehen nach $4536mm \approx 4,5m$ wieder auf gleicher Höhe. Hans hat 9 Schritte gemacht, seine Schwester 14.

Benotung:

Diese Karte kann von den Schülerinnen und Schülern einzeln bearbeitet und ihre Ergebnisse eingesammelt und benotet werden.

Alternativ können die Aufgaben auch einzeln oder in Zweiergruppen vorgetragen werden. Auf dieser Karte sind viele Aufgaben, auch von unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad, wodurch viele Schülerinnen und Schüler durch das Referieren ihrer Ergebnisse geprüft werden können.

Karte 7: Speichernutzung

Voraussetzungen:

Grundrechenarten

Lösung der quadratischen Gleichung mittels Lösungsformel (Mitternachtsformel)

Aktivitäten:

Nutzung des internen Speichers des Taschenrechners

Lernziele:

Nutzung des Speichers des Taschenrechners
Selbständige Aufgabenstellung

Methodische Hinweise:

Für diese Karte und das richtige Handling soll eine kleine Einführung mit den Schülern per PC-Programm CASIO fx-ES PLUS Emulator gemacht werden. Die Beschreibung auf der Karte soll eigentlich ausreichen, allerdings halte ich eine Einleitung über das richtige Speichern und Aufrufen aus dem Speicher hier für sinnvoll.

Anschließend kann die Karte von den Schülerinnen und Schülern selbständig bearbeitet werden. Jedoch sollen die Aufgaben einzeln gelöst werden und das Ergebnis nach jeder Teilaufgabe vorgetragen werden, da so alle Schülerinnen und Schüler langsam an den höheren Schwierigkeitsgrad herangeführt werden und leichter folgen können.

Lösungshinweise:

- a) Das Wichtige hierbei ist, dass die Schüler lernen, richtig zu speichern und den Speicher abzurufen.
- b) $D = 7744, x_1 = -\frac{15}{13}, x_2 = \frac{1}{5}$.
- c) 1) $F_{links} = 8250 = F_{rechts} \rightarrow$ Gleichgewicht.
2) $F_{links} = 25125, F_{rechts} = 24392,5 \rightarrow$ linke Seite überwiegt.
3) $F_{links} = 21560, F_{rechts} = 23155 \rightarrow$ rechte Seite überwiegt.

Zum Weiterdenken:

Hier werden die Schülerinnen und Schüler wieder selber in der Aufgabenstellung tätig und vertiefen das gerade Gelernte.

Benotung:

Die Aufgaben können nach kurzer Bearbeitungszeit von den Schülerinnen und Schülern vorgetragen werden. Besonders empfehlenswert wäre das Vorführen mit Hilfe des PC-Programms, da so die korrekte Nutzung des Speichers ebenfalls überprüft werden kann. Eine lange Bearbeitungszeit für das komplette Lösen aller Aufgaben und anschließendem Einsammeln zur Benotung empfiehlt sich hier nicht.

Karte 8: Bruchrechnung

Voraussetzungen:

Bruchrechnung
Klammer vor Punkt vor Strich

Aktivitäten:

Umgang mit der Bruchfunktion des Taschenrechners
Realistische Eingabe von Brüchen
Selbständige Aufgabenstellung

Lernziele:

Richtiger Umgang und richtige Eingabe von Klammern und Brüchen

Methodische Hinweise:

Damit die Brüche so angezeigt werden, wie man sie auch auf Papier schreiben würde, und der Bruchstrich nicht als Haken auf dem Display erscheint, müssen folgende zwei Dinge gewährleistet sein:

1. Der Taschenrechner muss auf COMP eingestellt sein, drücken Sie dazu **MODE** **1**.
2. Der Taschenrechner muss auf MathIO, nicht auf LineIO eingestellt sein. Drücken Sie **SHIFT** **MODE**, um ins Setup zu gelangen und anschließend die **1** (MthIO).

Den Schülerinnen und Schülern soll besonders bei den großen Brüchen im Teil c) Zeit gelassen werden für die richtige Eingabe.

Die Karte kann von den Schülerinnen und Schülern selbständig bearbeitet werden.

Lösungshinweise:

Es geht erst einmal darum, einfache Bruchaufgaben richtig in den Taschenrechner einzugeben. Im Verlauf dieser Karte wird der Schwierigkeitsgrad erhöht.

a) $\frac{38}{9}, 0, \frac{1}{15}, \frac{1}{8}$.

b) $\frac{11}{12}, 1, \frac{111}{10}, \frac{113}{10}, \frac{17}{2}$.

c) Der Bruch muss im Taschenrechner genauso aussehen wie auf der Karte.

1) $\frac{7}{40}$, 2) $\frac{384}{625}$.

d) $X = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$, $Y = \frac{65}{16} = 4\frac{1}{16}$

e) Bei dieser Aufgabe ist es wichtig, alles exakt einzugeben, auch die Klammern. Als Ergebnis erhält man 1.

g) $A(\text{Clubhaus und Kabinen}) = 18720m^2 * \frac{1}{20} = 936m^2$.

4 Toiletten und 8 Kabinen werden gebaut, also insgesamt 12 Räume:

$$A(\text{EinRaum}) = (936m^2 - 420m^2) : 12 = 43m^2.$$

Zum Weiterdenken:

a) $A(\text{Kabinen}) = 936m^2 - 420m^2 = 516m^2$. Also gilt für eine Wohnung:

$$A(\text{Wohnung}) = 516m^2 : 2 = 258m^2. A(\text{Zimmer Wirt}) = 258m^2 * \frac{1}{6} = 43m^2.$$

$$A(\text{Zimmer Platzwart}) = 258m^2 * \frac{1}{8} = 32,25m^2.$$

b) Hier ist die Kreativität der Schüler gefragt.

Benotung:

Bei den Aufgaben a) bis c) und e) ist die richtige Eingabe das Entscheidende. Bei den Aufgaben d) und g) ist auch der Lösungsweg entscheidend. Eine Möglichkeit, Noten für diese Aufgaben zu verteilen, wäre, die richtige Eingabe mit Hilfe des PC-Programms CASIO fx-ES PLUS Emulator vorführen zu lassen. So können auch die, die Probleme hatten, die korrekte Lösung beobachten und ihre Fehler erkennen.

Karte 9: Ägyptische Bruchrechnung

Voraussetzungen:

Bruchrechnung

Aktivitäten:

Zerlegung von Brüchen durch Ausprobieren in Stammbrüche

Zerlegung von Brüchen mit Hilfe eines Algorithmus in Stammbrüche

Reflexion des Algorithmus

Lernziele:

Anwendung und Analyse eines Algorithmus

Zerlegung von Brüchen in Stammbrüche

Methodische Hinweise:

Diese Karte kann von den Schülerinnen und Schülern selbstständig bearbeitet werden oder auch in der ganzen Klasse. Allerdings ist es hilfreich für die Klasse, wenn das Beispiel in Aufgabe c) einmal mit Hilfe des Programms CASIO fx-ES PLUS Emulator vorgeführt wird.

Lösungshinweise:

$$\text{b) } \frac{1}{5}, \frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}, \frac{3}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}, \frac{4}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$$

$$\text{d) } \frac{1}{10}, \frac{2}{10} = \frac{1}{5}, \frac{3}{10} = \frac{1}{4} + \frac{1}{20}, \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}, \frac{5}{10} = \frac{1}{2}, \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}, \frac{7}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5},$$
$$\frac{8}{10} = \frac{4}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20}, \frac{9}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

$$\text{e) } \frac{95}{126} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{252},$$
$$\frac{59}{120} = \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{65} + \frac{1}{10920}.$$

$$\frac{283}{330} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{42} + \frac{1}{2310}.$$

Zum Weiterdenken:

a) Warum sind die einzelnen Stammbrüche immer verschieden? Dies folgt daraus, dass die Folge der Stammbruchnenner p, p_1, p_2, \dots streng monoton steigend ist. Wir beweisen das für den ersten Schritt, für den $\frac{a}{b} - \frac{1}{p} = \frac{a_1}{b_1}$ gilt. Wäre $p_1 \leq p$, so hätte man im ersten Schritt nicht den größten Stammbruch $\leq \frac{a}{b}$ gewählt.

b) Warum bricht der Algorithmus nach endlich vielen Schritten ab? Da der Beweis nicht leicht ist, ist er nur für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler geeignet. Wir zeigen zuerst, dass die Zähler der Brüche $\frac{a}{b}, \frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}$ usw. immer kleiner werden. Wir rechnen dies für den ersten Schritt nach: Da $\frac{1}{p}$ der größte Stammbruch $\leq \frac{a}{b}$ war, existiert eine reelle Zahl d mit $0 \leq d < 1$, so dass $p = \frac{b}{a} + d$. Damit gilt $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a}{b} - \frac{1}{p} = \frac{a}{b} - \frac{a}{\frac{b}{a} + d} = \dots = \frac{da^2}{b(b+da)}$, also

$$a_1 = \frac{da^2 b_1}{b(b+da)}.$$

Der Nenner b_1 kann nicht größer sein als ap , also $b_1 \leq b\left(\frac{b}{a} + d\right)$. Weiter gilt also $\frac{a_1}{b_1} = \dots = da < a$.

Jetzt sind wir fertig: Da für die Zähler $a > a_1 > a_2 > \dots > 0$ gilt, muss die Darstellung abbrechen.

Bemerkung: Es gibt auch unendliche Summen von Stammbrüchen, die einen Bruch darstellen. Die einfachsten Beispiele sind geometrische Reihen wie die folgende:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}.$$

Benotung:

Die Vorführung des richtigen Verwendens des Algorithmus mit Hilfe des PC- Programms bei den Aufgaben d) und e) kann benotet werden.

Karte 10: Von Wertetabellen und Graphen

Voraussetzungen:

- Kenntnis eines Koordinatensystems
- Geradengleichung
- Parabelgleichung

Aktivitäten:

- Erstellen von Wertetabellen
- Zeichnen von Graphen
- Zuordnen von Graphen und Wertetabellen

Lernziele:

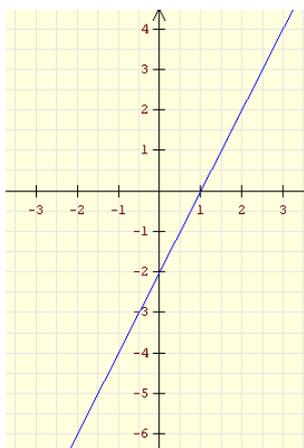
- Nutzung und Erstellung von Wertetabellen
- Zeichnen von Graphen

Methodische Hinweise:

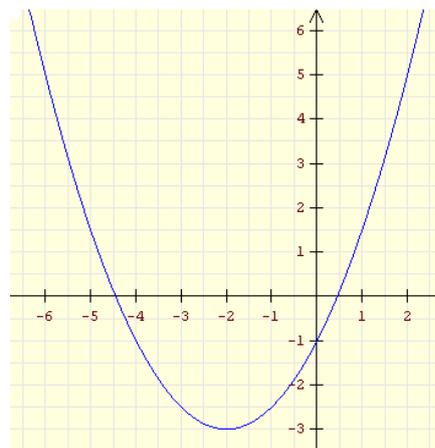
Diese Karte kann von den Schülerinnen und Schülern selbständig bearbeitet werden.

Lösungshinweise:

a)



c)



e) 1) $i(x)$, 2) $f(x)$, 3) $h(x)$, 4) $g(x)$

Benotung:

Diese Karte ist nicht geeignet für eine Benotung.

Karte 11: Was passiert beim Würfeln? 1

Voraussetzungen:

Keine

Aktivitäten:

Aufstellen von Vermutungen

Simulation des Werfens eines Würfels

Veranschaulichung mittels Strichliste, Tabelle und Säulendiagramm

Lernziele:

Nutzung des Säulendiagramms zur Darstellung eines Würfelexperimentes

Erkennen von Regelmäßigkeiten beim Würfeln

Methodische Hinweise:

Die Karte kann von den Schülerinnen und Schülern selbständig bearbeitet werden.

Die Gegenüberstellung von Schätzung und Experiment, die anschließende Analyse und die wiederholte Durchführung ermuntern die Schülerinnen und Schüler frühzeitig zum Aufstellen von Vermutungen und zur Vorhersage eines Vorgangs.

Lösungshinweise:

Bei dieser Karte stellen die Schülerinnen und Schüler fest, dass bei nur wenigen Durchführungen eines Zufallsexperiments kaum eine Systematik zu erkennen ist und völlig unterschiedliche Ergebnisse vorkommen.

Die sechs Zahlen eines normalen Würfels fallen ungefähr mit der gleichen relativen Häufigkeit von $\frac{1}{6}$. Jede Zahl soll bei 60 Würfeln also ca. 10mal auftreten.

Die Darstellung in einem Säulendiagramm erleichtert den Vergleich von Ergebnissen. Durch diese optische Veranschaulichung werden die Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen den eigenen Ergebnissen und denen der Nachbarin bzw. des Nachbarn schneller deutlich als durch den Vergleich der Tabellen. Das Verhältnis der Säulen untereinander legt auch eine Betrachtung der relativen Häufigkeiten nahe.

Benotung:

Diese Karte ist nicht für die Notengebung geeignet.

Karte 12: Was passiert beim Würfeln? 2

Voraussetzungen:

Ergebnisse der Karte 11

Bruchrechnung

Prozentrechnung

Aktivitäten:

Nutzung des Säulendiagramms zur Darstellung eines Würfelexperimentes
Vorhersage für das Verhalten des Würfels bei mehreren Würfeln
Zusammenfassung mehrerer Zufallsexperimente
Bestimmung der relativen Häufigkeit
Kennenlernen des Verhaltens eines Tetraeders

Lernziele:

Kennenlernen des Gesetzes der großen Zahlen
Relative Häufigkeit bei Experimenten mit Würfel bzw. Tetraeder

Methodische Hinweise:

Die Karte kann von den Schülerinnen und Schülern selbständig bearbeitet werden.
Über das Verhalten eines Würfels soll in der ganzen Klasse diskutiert werden.
Das richtige Ergebnis für Würfel und Tetraeder soll schriftlich festgehalten werden.

Lösungshinweise:

Auf dieser Karte wird Karte 11 fortgesetzt und vertieft. Durch die wiederholte Durchführung des Zufallsexperiments sollen große Versuchsreihen erzeugt werden und das Gesetz der großen Zahlen entdeckt werden. Die relativen Häufigkeiten der einzelnen geworfenen Zahlen nähern sich immer mehr dem Wert $\frac{1}{6}$ an. Das wird wieder besonders durch die Darstellung im Säulendiagramm deutlich. Bei Aufgabe d) werden die bisherigen Beobachtungen weitergedacht und auf die relative Häufigkeit direkt eingegangen. Die Schülerinnen und Schüler beobachten die Annäherung an den Wert $\frac{1}{6}$ nicht nur durch das Säulendiagramm, sondern auch durch die Berechnung der relativen Häufigkeiten bei jeweiliger Anzahl an Würfeln.

Zum Weiterdenken:

Die gleiche Vorgehensweise soll nun auf einen Tetraeder angewendet werden. Man beobachtet die gleichen Auffälligkeiten und das Annähern an die relative Häufigkeit. Diese beträgt beim Tetraeder $\frac{1}{4}$.

Benotung:

Diese Karte ist nicht für eine Benotung von Schülerinnen und Schülern geeignet.

Karte 13: Statistische Berechnungen

Voraussetzungen:

Ergebnisse der Karten 11 und 12

Aktivitäten:

Bestimmung von Summen und Mittelwerten

Lernziele:

Kennenlernen und Errechnen von Summe und Mittelwert
Erweiterung des Wissens über Würfelexperimente

Methodische Hinweise:

Der Taschenrechner muss sich im STAT- Modus befinden. Drücken Sie hierzu **MODE** **2** (STAT). Wenn in der Tabelle keine Anzahl (FREQ) angezeigt wird, diese Spalte also fehlt, drücken Sie **SHIFT** **MODE**, um ins Setup zu gelangen. Drücken Sie mit der Pfeiltaste nach unten und die **3** (STAT). Durch Drücken der **1** (ON) wird das Problem behoben.

Die Karte kann von den Schülerinnen und Schülern selbständig bearbeitet werden. Eine gemeinsame, kurze Einführung über die Eingabe der Daten in den Speicher mit Hilfe des PC-Programms beschleunigt den Vorgang.

Die Berechnungen zum Tetraeder können nur durchgeführt werden, wenn auch bei Karte 12 das Kapitel „Zum Weiterdenken“ bearbeitet wurde.

Lösungshinweise:

- a) $n = 3, \sum X = 51, \bar{X} = 17$
- b) $n = 28, \sum X = 91, \bar{X} = 3,25$
- c) Der Mittelwert muss bei ca. 3,5 liegen und bei mehr Würfeln sich diesem Wert immer mehr nähern. Der Grund liegt im Gesetz der großen Zahlen. Alle Zahlen sind gleich wahrscheinlich, jede Zahl erhält man also gleich oft, man erhält den Mittelwert 3,5. Der Mittelwert stabilisiert sich allerdings deutlich schneller als die relativen Häufigkeiten, da die Abweichungen der relativen Häufigkeiten von ihren Wahrscheinlichkeiten nicht systematisch, sondern zufällig, sind.

Zum Weiterdenken:

Beim Tetraeder erhält man einen Mittelwert von 2,5. Der Grund ist der gleiche wie beim Würfel.

Benotung:

Diese Karte eignet sich nicht zur Notengebung.

Karte 14: Spiele mit Würfeln 1

Voraussetzungen:

Das Durcharbeiten der Karten 11 bis 13 ist für die richtige Einschätzung der Punktchancen sinnvoll, aber nicht zwingend

Aktivitäten:

Spielerisches Kennenlernen von relativer Häufigkeit und Mittelwert
Anwendung der Erkenntnisse aus den Karten 11 bis 13
Entwicklung von eigenen Spielen und Strategien

Lernziele:

Entwickeln eines Gespürs für Ergebnisse eines Zufallsexperiments

Methodische Hinweise:

Für diese Karte muss die Klasse in Dreier- oder Viergruppen eingeteilt werden.

Diese Karte kann als Stationenlernen zusammen mit den Karten 15 und 16 durchgespielt werden.

Diese Karte kann als Start vor den Karten 11 bis 13 verwendet werden, um ein Gespür für die Würfel zu bekommen oder auch als Abschluss, um das erlernte Wissen bei den Spielen auszunutzen.

Lösungshinweise:

Nach ausreichendem Spiel können die Spiele mathematisch untersucht werden. Für eine Analyse der Spiele sind Protokolle wichtig.

- a) 21 verliert: Mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2}$ fällt eine Zahl, die größer als 3 ist. Also kann es sinnvoll sein, bei 17 aufzuhören. Je nach Risikobereitschaft kann auch bei 16 oder 18 aufgehört werden.

Zur Vertiefung kann auch gefragt werden, wie oft man durchschnittlich würfeln kann, ohne zu verlieren. Da der Erwartungswert bei 3,5 liegt, kann man theoretisch 5mal würfeln. Aber manchmal fallen auch nur kleinere oder größere Zahlen.

- b) Doppelt verboten: Das erste Mal würfeln ist gefahrlos, dann beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass sich eine Zahl wiederholt, $\frac{1}{6}$, dann $\frac{2}{6}$ usw. Die Chance vier verschiedene Zahlen zu würfeln, beträgt $\frac{6}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{5}{18} \approx 28\%$. Wenn man aber schon drei verschiedene Zahlen gewürfelt hat, hat man eine 50%-Chance eine weitere unterschiedliche Zahl zu würfeln. Also kann ein Weiterwürfeln durchaus interessant sein. In manchen Situationen ist es aber auch sinnvoll, früh aufzuhören, beispielsweise, wenn man bereits 5 und 6 gewürfelt hat.

Die Schülerinnen und Schüler werden im Laufe der Spielrunden ein Gespür dafür bekommen, wann man weiterwürfelt und wann man aufhören soll. Sie können durch mehrere Versuche und Überlegungen wichtige Fragen und Probleme dieses Spiels lösen, auch ohne vorher theoretische Analysen durchgeführt zu haben.

Zum Weiterdenken:

- a) Die gleichen Überlegungen wie bei einem Spielwürfel kann man auch auf Tetraeder, Oktaeder usw. anwenden.
- b) Hier ist wieder die Kreativität der Schülerinnen und Schüler gefragt.

Benotung:

Diese Karte ist für eine Notengebung ungeeignet.

Karte 15: Spiele mit Würfeln 2

Voraussetzungen:

Das vorherige Durcharbeiten der Karten 11 bis 13 ist für diese Karte sinnvoll, aber nicht zwingend

Aktivitäten:

Spielerisches Kennenlernen von Besonderheiten bei Zufallsexperimenten
 Berechnung von Wahrscheinlichkeiten bei sich verbessernden Gewinnchancen

Lernziele:

Umgang mit Zufallsexperimenten

Methodische Hinweise:

Diese Karte kann von den Schülerinnen und Schülern selbständig in Kleingruppen bearbeitet werden.

Diese Karte kann als Stationenlernen zusammen mit den Karten 14 und 16 durchgespielt werden und als Abschluss der Karten 11 bis 13 dienen.

Lösungshinweise:

- a) Das Spiel analysiert man durch die Aufschlüsselung in ein Baumdiagramm. Mit Hilfe dieses Diagramms und den Regeln für die einzelnen Pfade können die Schülerinnen und Schüler die Siegwahrscheinlichkeiten der beiden Spieler errechnen:

$$P(\text{Spieler 1 gewinnt}) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{169}{324} \approx 52,16\%.$$

Spieler 2 gewinnt folglich mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 47,84%. Bei diesem Spiel ist also immer der im Vorteil, der beginnt.

- b) Die Analyse des Spiels erfolgt wie oben. Für einen Sieg von Spieler 1 gilt diesmal:

$$P(\text{Spieler 1 gewinnt}) = \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{3}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{7}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{512801920}{10^9} \approx 51,28\%.$$

- c) Diesmal gilt für einen Sieg des Startspielers: $P(\text{Spieler 1 gewinnt}) \approx 50,63\%$.

Die Gewinnchancen von Spieler 1 und 2 nähern sich bei mehreren Zahlen also immer mehr an. Allerdings bleibt Spieler 1 stets ein bisschen im Vorteil.

Zum Weiterdenken:

Durch diese Regeländerung wird der Erwartungswert dieses Spiels mit in Betracht gezogen. Je nachdem in welcher Runde man gewinnt, bekommt man eine unterschiedliche Anzahl an Punkten.

Für die Punkte von Spieler 1 gilt: $\frac{1}{6} \cdot 1 + \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot 3 + \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot 5 = 1 \frac{125}{324} \approx 1,3858.$

Für Spieler 2 gilt: $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot 2 + \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot 4 + \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{6} \cdot 6 = 1 \frac{7}{18} \approx 1,3889.$

Das Spiel ist also annähernd ausgeglichen, da beide auf lange Sicht die gleiche Zahl an Punkten bekommen. Spieler 2 ist minimal im Vorteil.

Auch diese Spielvariante soll vor der Analyse länger gespielt werden. Schülerinnen und Schüler können instinktiv zur Betrachtung des „mittleren Gewinns“ kommen.

Benotung:

Diese Karte ist nicht zur Notengebung geeignet.

Karte 16: Werfen von zwei Würfeln

Voraussetzungen:

Das Wissen aus den Karten 11 bis 13

Aktivitäten:

Erfahrungen und Untersuchungen mit zwei Würfeln und ihrer Augensumme machen
Entwicklung von eigenen Spielen und Strategien

Lernziele:

Unabhängigkeit zweier Würfel

Kennenlernen der Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der Augensummen

Methodische Hinweise:

Gespielt wird mit der Sitznachbarin bzw. dem Sitznachbarn.

Diese Karte kann als Stationenlernen zusammen mit den Karten 14 und 15 durchgespielt werden.

Lösungshinweise:

a) Für Schülerinnen und Schüler, die das Werfen von zwei Würfeln schon einmal untersucht haben, ist es klar, dass zum Beispiel die Augensummen 2 und die 3 nicht mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auftreten. Allerdings ist das einigen anderen nicht bewusst.

Meistens tritt eine der drei folgenden Vermutungen für die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Augensummen auf:

1. Die Schülerinnen und Schüler halten alle 11 möglichen Augensummen für gleich wahrscheinlich.
2. Sie unterscheiden 21 verschiedene Zahlenpaare und halten diese für gleich wahrscheinlich: (1,1), (1,2), (1,3) ... (1,6), (2,2) ... (2,6), ... (5,6), (6,6).
3. Sie unterscheiden 36 Zahlenpaare, die sie für gleich wahrscheinlich halten: (1,1), (1,2) ... (1,6), (2,1) ... (2,6), ... (6,1) ... (6,6).

Durch lange Versuchsreihen lässt sich erkennen, dass Vermutung 3 richtig ist. Das lässt sich dadurch zeigen, dass die beiden Würfel unabhängig voneinander sind. Mit beiden können alle möglichen 6 Zahlen gewürfelt werden, vollkommen unabhängig vom Ergebnis des anderen Würfels. Alternativ könnte man auch einen Würfel zweimal werfen.

Für das obige Beispiel gilt also: Die 2 kann nur auf eine Art gewürfelt werden, (1,1). Die 3 erhält man auf zwei Arten, (2,1) und (1,2).

Wenn man nun die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Augensummen errechnet, erhält man für einen Sieg von Spieler 1 die Wahrscheinlichkeit $\frac{24}{36} = \frac{2}{3} \approx 66,7\%$.

Bei Vermutung 1 läge die Wahrscheinlichkeit bei $\frac{5}{11} \approx 45,5\%$, bei Vermutung 2 bei $\frac{13}{21} = 61,9\%$.

Zum Weiterdenken:

a) $P(\text{Spieler 1 gewinnt}) = \frac{18}{36} = 50\%$.

b) $P(\text{Spieler 1 gewinnt}) = \frac{15}{36} \approx 41,6\%$.

c) $P(\text{Spieler 1 gewinnt}) = \frac{9}{36} = 25\%$. $P(\text{Spieler 2 gewinnt}) = \frac{12}{26} \approx 33,3\%$.
 $P(\text{keinen Punkt bzw. Punktabzug}) = \frac{16}{36} \approx 44,4\%$.

Benotung:

Diese Karte ist nicht zur Notengebung geeignet.

Karte 17: Überraschende Zufälle

Voraussetzungen:

Die Kenntnis der Karten 11 und 12 kann von Vorteil sein, diese müssen aber nicht vorher durchgeführt werden

Aktivitäten:

Untersuchung von unwahrscheinlichen Ereignissen

Lernziele:

Kennenlernen von unwahrscheinlichen Ereignissen

Methodische Hinweise:

Den Schülerinnen und Schüler muss genug Zeit gegeben werden für die Durchführung und die Analyse.

Lösungshinweise:

- a) Die Schülerinnen und Schüler werden sicherlich einige Pins wiedererkennen. So entwickeln sie ein Gespür dafür, dass auch sehr unwahrscheinliche Ereignisse eintreten, wenn man das Experiment nur oft genug durchführt.
- c) Eine vierstellige Zahl kann man auch erzeugen, indem man die Grenzen 1000 und 9999 angibt. Allerdings können so die Zahlen, die mit einer oder mehreren Nullen beginnen, nicht erzeugt werden.
Wenn man die Grenzen 0 und 9999 verwendet und die gleiche Bedingung für die Vornullen wie bei Aufgabe a) anwendet, kann man auch alle möglichen Pins erzeugen.

Benotung:

Diese Karte ist nicht zu Notengebung geeignet.

Karte 18: Rechnen mit Einheiten

Voraussetzungen:

Keine

Aktivitäten:

Umrechnung von Größen in verschiedene Einheiten

Lernziele:

Kennenlernen einiger neuer Einheiten
Umrechnung von Einheiten

Methodische Hinweise:

Die Karte kann von den Schülerinnen und Schülern selbständig bearbeitet werden.
Der Bereich „Zum Weiterdenken“ soll in Partnerarbeit durchgeführt werden. Allerdings kann auch der Lehrer oder einzelne Schülerinnen und Schüler einige Aufgaben an die gesamte Klasse stellen, die sie eigenständig lösen soll.

Lösungshinweise:

- a) Hier sollen die Schülerinnen und Schüler zwischen ein paar bekannten Einheiten umrechnen.
- b) Jetzt lernen die Schülerinnen und Schüler einige neue oder nur vom Namen her bekannte Einheiten kennen und rechnen diese in bekannte Einheiten oder eine andere neue Einheit um.

Zum Weiterdenken:

Das Durchführen dieser Aufgaben ist sehr empfehlenswert. Somit können die Schülerinnen und Schüler in Partnerarbeit das gerade Gelernte anwenden und vertiefen.

- b) Es ist wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler die Größen auf die gleiche Einheit bringen und anschließend die Rechnung durchführen.

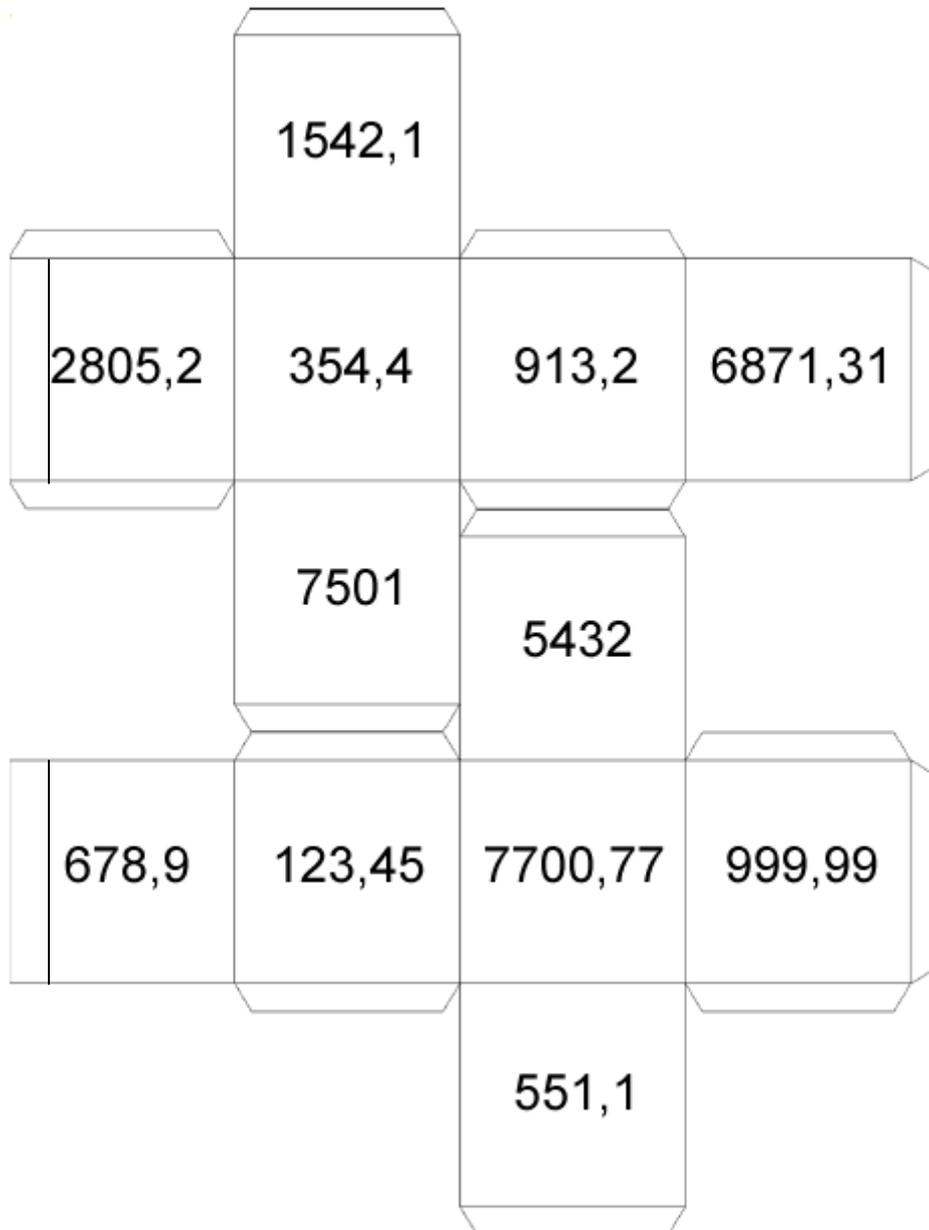
Benotung:

Diese Karte ist nur zur Notengebung geeignet, wenn im Bereich „Zum Weiterdenken“ Aufgaben an die ganze Klasse gestellt werden. Diese können schriftlich gelöst werden und zur Notenvergabe gesammelt werden.

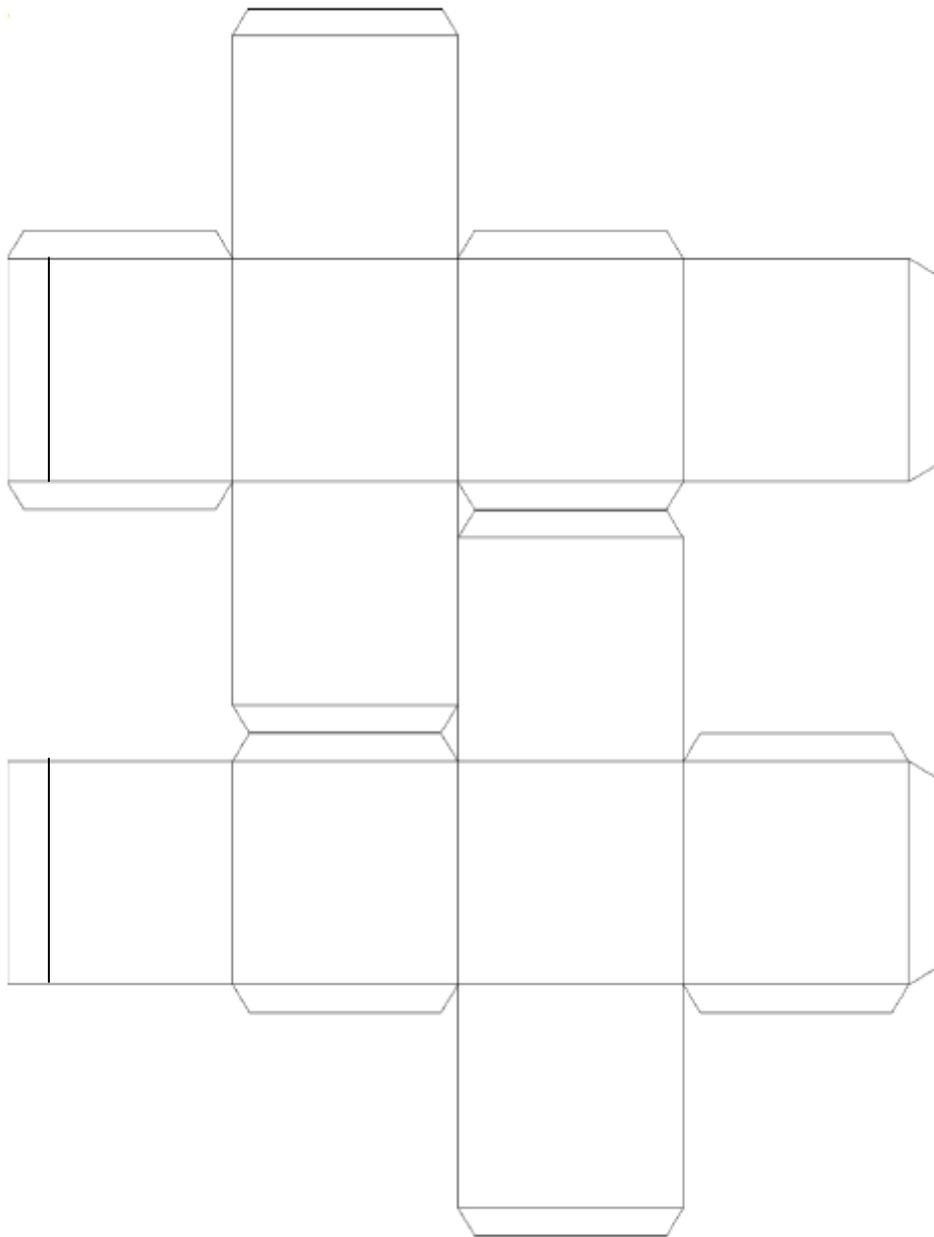
IV. Anhang

Zu Karte 1: Rechenübungen

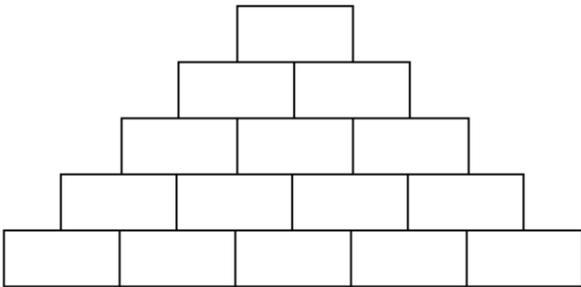
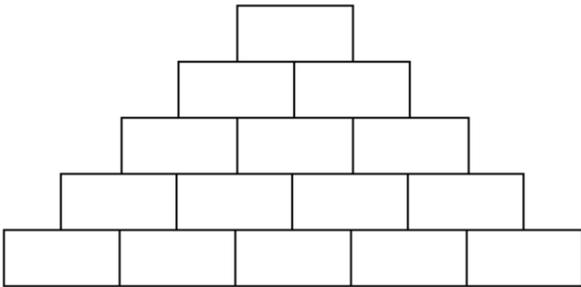
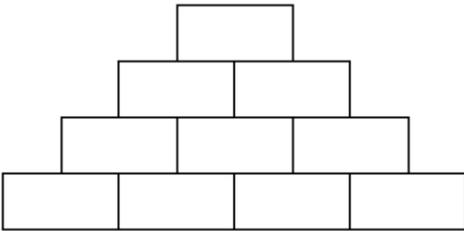
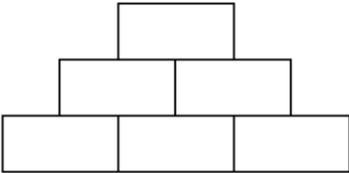
Aufgabe e)



Zum Weiterdenken:



Zu Karte 2: Zahlenmauern



V. Kartensammlung

Karte 1: Rechenübungen

Karte 2: Zahlenmauern

Karte 3: Sonderbares mit Zahlen, Rechenspielereien

Karte 4: Zauberrechnungen und - Gleichungen

Karte 5: Was schlägt die Uhr?

Karte 6: ggT und kgV

Karte 7: Speichernutzung

Karte 8: Bruchrechnung

Karte 9: Ägyptische Bruchrechnung

Karte 10: Von Wertetabellen und Graphen

Karte 11: Was passiert beim Würfeln? 1

Karte 12: Was passiert beim Würfeln? 2

Karte 13: Statistische Berechnungen

Karte 14: Spiele mit Würfeln 1

Karte 15: Spiele mit Würfeln 2

Karte 16: Werfen von zwei Würfeln

Karte 17: Überraschende Zufälle

Karte 18: Rechnen mit Einheiten