1. Aufgabenstellungen im Mathematiklehrbuch und der Graphiktaschenrechner - Taschenrechnereinsatz in der Mittelschule: Rechteckuntersuchungen (Osawa)

Einleitung:

Der Graphiktaschenrechner kann beim Lösen von Aufgaben eingesetzt werden, um dabei verschiedene Sichtweisen zu entwickeln. Nach der Auffassung einiger Fachleute zeigen sich die Vorteile des Graphiktaschenrechners erst dann, wenn mit Werten aus dem realen Leben gerechnet wird, so dass die Schüler zu einem tieferen Verständnis der Vorgänge in der sie umgebenden Welt gelangen. Wir allerdings meinen, dass der Graphiktaschenrechner schon im täglichen Unterricht recht nutzbringend eingesetzt werden kann.
Wir wollen im Folgenden eine Anzahl von Beispielen für Aufgabenstellungen im Schulunterricht vorführen, die zeigen sollen, dass der Graphiktaschenrechner auch für die Lösung allgemeiner, in den Mathematik-Lehrbüchern enthaltener Problemstellungen herangezogen werden kann.

Der Schwerpunkt der Ausführungen ist die Betrachtung von *"Änderungen einer unabhängigen Variablen und entsprechende Änderungen von abhängigen Größen"*. Es soll gezeigt werden, wie der Graphiktaschenrechner auch in den unteren Klassenstufen nutzbringend eingesetzt werden kann.

Die Schüler können für sämtliche Aufgaben des vorliegenden Arbeitsbuches den CASIO CFX-9850GB Plus verwenden.

Unterrichtsgegenstand:

Änderungen einer unabhängigen Variablen und entsprechende Änderungen von abhängigen Größen

Zielstellung:

Planung und Durchführung einer Unterrichtseinheit, in der mithilfe von Aufgaben die Fähigkeiten der Schüler entwickelt werden und indem Verfahren zur Erklärung numerischer Beziehungen innerhalb einer allgemeinen Lehrbuchaufgabe erarbeitet werden gemäß dem genannten Unterrichtsgegenstand: *"Änderungen einer unabhängigen Variablen und entsprechende Änderungen von abhängigen Größen"*

Aufgabenstellung: Ein Rechteck habe einen fest vorgegebenen Umfang von 15 cm.

a) Wenn die Breite des Rechtecks verändert wird, was ändert sich noch?
(Gehen Sie weiter zu b), wenn den Schülern bekannt ist: "der Flächeninhalt")

b) Wenn die Breite des Rechtecks verändert wird, wie ändert sich dann der Flächeninhalt?

c) Bei welcher Breite hat ein Rechteck den größten Flächeninhalt?

Unterrichtsplanung (nur eine Abfolge von Arbeitsschritten):

Zeit-vorgabe	Lernziel und Erarbeitung des Unterrichtsgegenstandes	erwartete Unterrichtsaktivitäten (Reaktionen der Schüler)	Hinweise und Bewertung
10 min	1. *Zeigen Sie, dass Änderungen einer Größe Änderungen anderer Größen bewirken.* "Wenn die Breite des Rechtecks verändert wird, was ändert sich dann außerdem und was nicht?"	• *Größen, die sich ändern:* "Länge des Rechtecks" "Flächeninhalt" "Länge der Diagonalen" • *Größen, die sich nicht ändern:* "Die Figur bleibt ein Rechteck, obwohl sich die Breite ändert." "Die Figur ist ein Rechteck, deshalb ändern sich die Winkel nicht."	Hinweis: • *Eine nicht zeitbegrenzte Diskussion vertieft das Interesse der Schüler an der Lösung des Problems.*
10 min	2. *Ermitteln Sie Meinungen der Schüler.* "Ändert sich die Fläche des Rechtecks wirklich?"	"Der Umfang ist auf 15 cm festgelegt, deshalb müssen sich die Länge und die Diagonale des Rechtecks ändern." "Die Fläche ändert sich auch." "Ich denke, dass sich die Fläche nicht ändert."	Hinweis [Konzept]: • *Bewerten Sie die Meinungen der Schüler.*
	3. *Zeigen Sie, dass sich die Fläche ändert.* "Welche Möglichkeiten stehen uns zur Verfügung, um festzustellen, ob sich die Fläche ändert?"	• *Betrachtung von Verfahren, mit denen festgestellt werden kann, ob sich die Fläche ändert* "Es geht ganz leicht, wenn wir einfach Länge und Breite verschiedene Werte geben." "Es ist leicht zu verstehen, wenn wir eine Tabelle anlegen." • *Selbstbestätigung* "Die Fläche ist unterschiedlich, wenn die Breite von 3 cm auf 4 cm verändert wird."	Hinweis [Wissen] [Verfahrensweise]: • *Bringen Sie die Schüler dazu, ihre vorhandenen Fähigkeiten anzuwenden, einbezogen die Begriffe, die sie aus der Grund schule kennen.*
	4. *Erläutern Sie die Wirkungen der Änderung der Breite* "Wenn die Breite geändert wird, wächst dann die Fläche?"	• *Welche Wirkungen hat die Änderung der Breite?* "Die Fläche wird größer, wenn die Breite vergrößert wird." "Die Fläche wird kleiner, wenn die Breite vergrößert wird." "Die Fläche wird größer oder kleiner je nachdem, wie sich die Breite ändert."	Hinweis: • *Heben Sie hervor, dass eine ganze Reihe von Zahlenwerten betrachtet werden muss.*

Zeitvorgabe	Lernziel und Erarbeitung des Unterrichtsgegenstandes	erwartete Unterrichtsaktivitäten (Reaktionen der Schüler)	Hinweise und Bewertung
25 min	5. *Diskutieren Sie den Fall der maximalen Fläche* "Welche Breite führt zur maximalen Fläche?"	• *Die Breite sei x (in cm), die Fläche y (in cm^2). Bestimmen wir jetzt die maximale Fläche.* "Die Fläche ist am größten, wenn x = 4 ist." "Die Formel lautet: y = x (7,5 – x); wir können sie graphisch darstellen." "Ich denke, die Fläche ist am größten, wenn das Rechteck zum Quadrat wird."	Hinweis [Verfahrensweise]: • *Heben Sie hervor, wie nützlich es ist, die Beziehung als Formel auszudrücken.*
	6. *Ermitteln Sie mit dem Graphiktaschenrechner, welche Breite zur maximalen Fläche führt, indem sie die verschiedenen Funktionen des Rechners benutzen.* "Welche Form hat der Graph?" "Auf welchen Teil des Graphen sollten wir uns konzentrieren?" "Welches Ergebnis können wir erwarten, wenn wir Werte mit der Trace-Funktion prüfen?"	• *Zeichnet den Graphen von y = x (7,5 – x) mit dem Graphiktaschenrechner.* "Der Graph ist offensichtlich eine Gerade." (Bild 1 bis 4) "Ich möchte mehr vom oberen Abschnitt des Graphen sehen." • *Rollt das Bild in Richtung der positiven y-Achse.* "Es ist eine Kurve!" (Bild 5 bis 7) • *Bestimmt die Koordinaten der dem Scheitelpunkt nächstliegenden Punkte mit der Trace-Funktion.* "Eine Breite von 3,7 oder 3,8 cm führt zu einer Fläche von 14,06 cm^2. Das ist der Maximalwert." "Es ist merkwürdig, dass zwei Lösungen existieren."	• *Stellen Sie einen zusätzlichen Graphiktaschenrechner bereit.* Hinweis [Konzept]: • *Vermitteln Sie den Schülern die Erkenntnis, dass die graphische Darstellung ein effektives Werkzeug zur Problemlösung ist und dass der Maximalwert aus dem Verlauf des Graphen entnommen werden kann.* • *Lassen Sie die Schüler die geeigneten Funktionen des Graphiktaschenrechners finden.*
	7. *Diskutieren Sie Verfahren zur Bestimmung genauerer Werte.* "Gibt es nicht vielleicht ein Verfahren zur Bestimmung genauerer Werte?"	• *Um den Bereich in der Nähe des Scheitelpunktes zu vergrößern, bedient euch der Zoom-Funktion, und prüft die Koordinaten mittels Trace erneut (Bild 8).* "y = 14,0625 für x = 3,75. Das ist der Maximalwert."	Hinweis: • *Verweisen Sie auf die Notwendigkeit, die erhaltenen Ergebnisse zu überprüfen.* [Verstehen]:
5 min	8. *Schlussfolgerungen:* "Was können wir über die Beziehung zwischen Breite und Flächeninhalt aussagen?"	• *Die Schüler haben gelernt, dass sich die Fläche eines Rechtecks bei Änderungen der Breite ändert.*	• *Die Schüler wissen jetzt, dass die Fläche eines Rechtecks eine Funktion seiner Breite ist.*

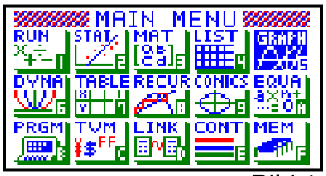

Bild 1

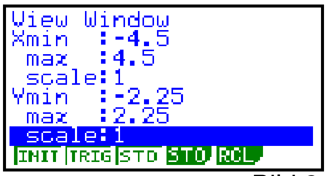

Bild 2

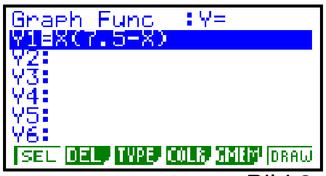

Bild 3

Einstellungen im GRAPH-Menü: Funktionsterm und Betrachtungsfenster

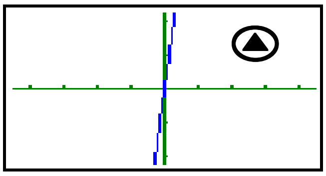
Bild 4

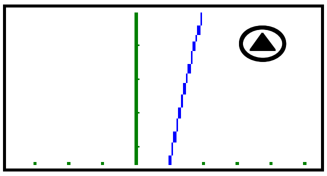
Bild 5

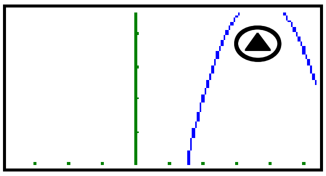
Bild 6

Verfolgung (Scroll) des Graphen durch Rollen des Bildes mit den Pfeiltasten

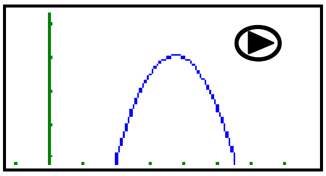
Bild 7

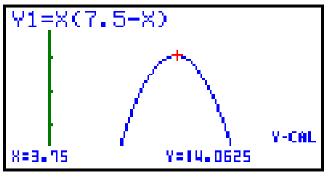

Bild 8

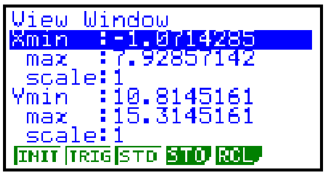

Bild 9

Abtasten des Graphen (**Trace**) und Berechnung von y bei x=3,75.

Schlußfolgerung:

Obwohl Schüler an sich großes Interesse am Graphiktaschenrechner haben, wird man seiner Bedeutung für den Mathematikunterricht bei weitem nicht gerecht, wenn er nicht für das Lösen von realen Aufgaben eingesetzt wird.

Das Interesse der Schüler muss durch bessere Verfahren der Präsentation von Problemen und der Entwicklung ihrer Fähigkeiten weiter erhöht werden, und die Lehrer sollten sich bemühen, Anwendungsfälle zu finden, die für den Einsatz des Graphiktaschenrechners prädestiniert sind.

Die einzelnen Schüler wenden vielerlei Prozeduren und Verfahren zur Problemlösung an und ihre jeweiligen Ziele sind ganz verschieden, wenn sie den Graphiktaschenrechner einsetzen.

Im eben abgehandelten Beispiel lieferte beispielsweise eine Breite von 3,7 oder 3,8 cm die größtmögliche Fläche, was aus der Wertetabelle der äquivalenten Werte entnommen werden konnte. Der Schüler, der die Existenz von zwei Lösungen bezweifelte, bediente sich des Graphiktaschenrechners, um seine Zweifel auszuräumen. Er benutzte den Graphiktaschenrechner als **"Werkzeug zur Unterstützung der Denktätigkeit"**.
Andererseits wurde der Graphiktaschenrechner als **Untersuchungswerkzeug** benutzt, und zwar jeweils von den Schülern, die von der Existenz nur eines einzigen richtigen Wertes zwischen 3,7 und 3,8 cm ausgingen bzw. davon, dass das Quadrat die größtmögliche Fläche besitzt.

Wir erkennen, dass die Schüler den Graphiktaschenrechner für viele verschiedene Ziele einsetzen und der Lehrer sie zum Gebrauch des Graphiktaschenrechners nicht erst aufzufordern braucht. Er sollte stattdessen eine Konstellation schaffen, in der die Schüler von sich aus ihren Bedürfnissen entsprechend zum Graphiktaschenrechner greifen. Das Ziel des Taschenrechnereinsatzes im Unterricht besteht letztlich darin, das Interesse der Schüler am Graphiktaschenrechner in das Bestreben zur Ausnutzung der Leistungsmerkmale des Graphiktaschenrechners zu verwandeln.