

11. Welchen Wert hat die unbestimmte Form 0^0 ? -

Diskussion über $y = f(x) = x^x$ für $x \rightarrow +0$ (CASIO)

Zielstellung:

Die allgemeine Potenzfunktion $y = f(x) = x^x = e^{x \ln x}$ ist nur für $x > 0$ definiert. Mit Hilfe des Graphiktaschenrechners wird das Verhalten der Funktion in der Nähe von Null untersucht.

Mathematischer Hintergrund: Unbestimmte Formen, Grenzwerte

Bekanntlich gilt per Definition $a^0 = 1$ ($a \neq 0$), jedoch ist 0^0 nicht definiert. Wenn ich auf die Frage meiner Schüler nach dem Wert von 0^0 antworte,

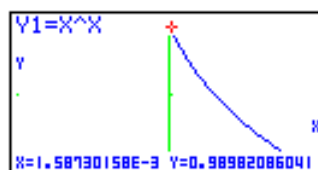
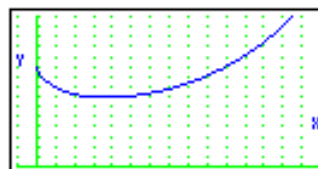
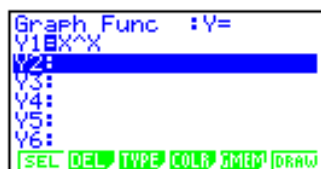
"Der Wert von 0^0 existiert nicht.",

befriedigt sie das nicht. Ich meine aber, dass gerade im Mathematikunterricht auf Einfälle der Schüler unbedingt zu ihrer Zufriedenheit eingegangen werden muss. In diesem Falle vermag der Graphiktaschenrechner eine wesentliche Hilfe zu bieten. Wir wollen das jetzt vorführen.

Wenn wir die Funktion $y = f(x) = x^x$ grafisch darstellen, nachdem wir sie (siehe erstes Bild) definiert haben, werden wir überrascht und beeindruckt sein von dem unerwarteten Verlauf des Graphen (siehe drittes Bild).

In der Nähe von Null wollen wir den Graphen genauer untersuchen. Obwohl für x der Bereich $-0,1 \leq x \leq 1,5$ festgelegt wurde, wird für $x \leq 0$ kein Graph gezeichnet. Mit der **ZOOM**-Funktion vergrößern wir den Graphen nahe Null auf das 6-fache (siehe fünftes Bild).

Sicher können wir verstehen, dass der Wert von 0^0 nicht definiert ist, jedoch können wir im Sinne eines Grenzüberganges $x^x \rightarrow 1$ für $x \rightarrow +0$ den Wert von 0^0 interpretieren. Wenn wir den Cursor auf das linke Ende des Graphen stellen, werden die Koordinaten unten angezeigt. An der y -Koordinate ist ersichtlich, dass der Wert nahe 1 liegt, also auf 1 zustrebt.



Indem wir den Schülern Themen auf diese Weise nahe bringen, können sie den Wert von 0^0 visuell erfassen und ihren mathematischen Horizont erweitern.

Auch das folgende Problem weckt sicher ihr Interesse:

Wie verhält sich $y = f(x) = \sin x / x$ in der Nähe von Null, d.h. welchen Wert hat $0/0$?