Sächsisches Staatsministerium
für Kultus

Geltungsbereich:
- allgemeinbildendes Gymnasium
- Abendgymnasium und Kolleg
- schulfremde Prüfungsteilnehmer

Schriftliche Abiturprüfung
Leistungs- und Grundkursfach Mathematik

Abiturähnliche Musteraufgaben

1 Vorbemerkungen

Die neuen Lehrpläne für Mathematik in der gymnasialen Oberstufe und die gültige EPA stellen auch an die zentrale Abiturprüfung in Sachsen und an ihre Aufgabenkultur neue Anforderungen, die aus dem gewohnten Vorgehen herausführen ohne bisher Erreichtes zu ignorieren. Die unten angegebenen Musterklausuren zeigen exemplarisch, welche Anforderungen sich für das Abiturniveau in Sachsen aus der im Lehrplan geforderten Verknüpfung von Wissenserwerb, Entwicklung von Lern-, Methoden- und Sozialkompetenz sowie Werteorientierung ergeben. Es wird die Absicht verfolgt, die Umsetzung der allgemeinen fachlichen Ziele des Lehrplans

- Entwickeln von Problemlösefähigkeiten
- Entwickeln eines kritischen Vernunftgebrauchs
- Entwickeln des verständigen Umgangs mit der fachgebundenen Sprache unter Bezug und Abgrenzung zur alltäglichen Sprache
- Entwickeln des Anschauungsvermögens
- Erwerben grundlegender Kompetenzen im Umgang mit ausgewählten mathematischen Objekten

in potenziellen Abituraufgaben zu verdeutlichen.

Hinsichtlich der Aufgabenkultur wird besonderer Wert auf einen stärkeren Anwendungsbezug der Aufgaben und auf die Verknüpfung grundlegender Inhalte aus verschiedenen Teilgebieten der Mathematik gelegt.

In der Struktur der Prüfungsarbeit wird ein ausgewogenes Verhältnis zwischen der Nutzung von Hilfsmitteln und hilfsmittelfreiem Arbeiten realisiert. Innerhalb des Teils B werden einzelne Aufgaben bzw. einzelne Aufgabenteile in Abhängigkeit der vom Prüfungsteilnehmer in der Prüfung verwendeten Hilfsmittel differenziert gestaltet.

Die nachfolgenden Musteraufgaben besitzen orientierende Funktion für die Abiturprüfung ab 2010 an allgemeinbildenden Gymnasien.

2 Abiturähnliche Musteraufgaben für das Leistungskursfach

2.1 Material für den Prüfungsteilnehmer

Allgemeine Arbeitshinweise

Die Prüfungsarbeit besteht aus den Teilen A und B, die innerhalb von **270 Minuten** zu bearbeiten sind.

Teil A: Ein Teil der Aufgaben im Teil A ist auf dem **Aufgabenblatt** zu lösen.

Für die Bearbeitung der Aufgaben im Teil A sind ausschließlich folgende Hilfsmittel zugelassen:

- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung,
- Zeichengeräte und Zeichenhilfsmittel.

Im Teil A sind **15 BE** (Bewertungseinheiten) zu erreichen.

Alle Materialen zum Teil A werden 60 Minuten nach Arbeitsbeginn eingesammelt.

Teil B: Für die Bearbeitung der Aufgaben im Teil B sind nach dem Einsammeln von Teil A folgende **Hilfsmittel** zugelassen:

- grafikfähiger, programmierbarer Taschenrechner mit oder ohne Computer-Algebra-System (CAS) bzw. ein CAS auf der Grundlage einer anderen Plattform,
- Tabellen- und Formelsammlung,
- eigene Aufzeichnungen,
- im Teil A zugelassene Hilfsmittel.

Im Teil B sind **45 BE** zu erreichen.

Geben Sie auf dem Deckblatt der Arbeit den verwendeten Typ des Taschenrechners an.

Die **Lösungsdarstellung** muss nachvollziehbar sein und in einwandfreier Form erfolgen.

Schulchiffre: _______________ Kennzahl Prüfungsteilnehmer: _______________

Prüfungsinhalt

Teil A

Tragen Sie die Antworten zu den Aufgaben 1 und 2 auf dem vorliegenden Aufgabenblatt ein, und verwenden Sie für die Antworten zu den Aufgaben 3 und 4 das bereitliegende Papier für die Reinschrift.

1 In den Aufgaben 1.1 bis 1.5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Antwort richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an.

1.1 Welche Steigung besitzt die Tangente an den Graphen der Funktion f mit $f(x)=\sqrt{2\cdot x}\quad \left(x\in D_f\right)$ an der Stelle a ihres Definitionsbereichs?

☐	☐	☐	☐	☐
$\frac{2}{3}\cdot\sqrt{2\cdot a^3}$	$\frac{2}{\sqrt{2\cdot a}}$	$\frac{1}{\sqrt{2\cdot a}}$	$\frac{4}{\sqrt{2\cdot a}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2\cdot a}}$

1.2 Welcher der angegebenen Funktionsterme charakterisiert eine Stammfunktion der Funktion g mit $g(x)=\frac{1}{7-3\cdot x}\quad \left(x\in D_g\right)$?

☐	☐	☐	☐	☐
$-\frac{3}{7-3\cdot x}$	$-\frac{1}{3}\cdot\ln(7-3\cdot x)$	$-3\cdot\ln\lvert 7-3\cdot x\rvert$	$\frac{3}{(7-3\cdot x)^2}$	$-\frac{1}{3}\cdot\ln\lvert 7-3\cdot x\rvert$

1.3 Die erste Ableitung einer Funktion h ist an einer Stelle s ihres Definitionsbereichs negativ. Welche der Aussagen ist unter dieser Voraussetzung wahr?

☐ Der Graph von h ist achsialsymmetrisch zu x = s.

☐ h hat an der Stelle s ein lokales Maximum.

☐ Die Tangente an den Graphen von h an der Stelle s ist monoton fallend.

☐ s ist eine negative Nullstelle von h.

☐ s ist eine Wendestelle von h.

1.4 Bei einem Turnier mit 8 Mannschaften spielt jede Mannschaft gegen jede andere ohne Rückrunde.

Wie groß ist die Gesamtanzahl der Spiele?

☐	☐	☐	☐	☐
16	28	49	56	64

1.5 Gegeben ist die Strecke $\overline{AB}$ mit $A(7;-4)$ und $B(-3;-5)$. Der Punkt T teilt diese Strecke so, dass $\overline{AT}:\overline{TB}=3:2$ gilt.

Welche Koordinaten hat der Punkt T?

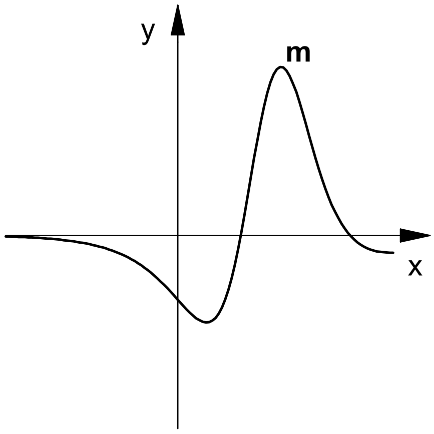
☐	☐	☐	☐	☐
$T(1;-4{,}6)$	$T(3;-4{,}4)$	$T(1;-4{,}4)$	$T(-10;-1)$	$T(3;-4{,}6)$

Für Aufgabe 1 erreichbare BE-Anzahl: 5

Schulchiffre: _______________ Kennzahl Prüfungsteilnehmer: _______________

2 Skizzieren Sie zum vorgegebenen Graphen einer Funktion m in dasselbe Koordinatensystem den Graphen einer zugehörigen Stammfunktion M im dargestellten Intervall.

Begründen Sie den Verlauf des Graphen der Stammfunktion an markanten Stellen.



Begründung:

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

Erreichbare BE-Anzahl: 4

3 Verbindet man jeden Mittelpunkt einer Seitenfläche des Würfels ABCDEFGH mit den vier Mittelpunkten der benachbarten Seitenflächen, dann erhält man den Körper IJKLMN, wobei I und N Mittelpunkte gegenüberliegender Seitenflächen sind.

Weisen Sie nach, dass der Winkel zwischen den Kanten $\overline{JI}$ und $\overline{JN}$ ein rechter Winkel ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

4 Ein Glücksrad besitzt genau zwei Sektoren, die durch einen roten bzw. blauen Anstrich unterschieden werden. Für einen Einsatz von 4 € wird das Rad genau dreimal gedreht.

Wird dreimal die Farbe rot ermittelt, dann erhält der Spieler 8 €;
wird dreimal die Farbe blau ermittelt, dann erhält der Spieler 4 €;
wird einmal die Farbe rot und zweimal blau ermittelt, dann erhält der Spieler 7 €.
In allen anderen Fällen wird nichts ausgezahlt.

Ermitteln Sie die Größe des Zentriwinkels des Sektors mit rotem Anstrich so, dass ein faires Spiel entsteht.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

Teil B

Aufgabe 1 (für Prüfungsteilnehmer, die ein CAS benutzen)

Für die Modellierung von Wachstumsprozessen in Natur und Gesellschaft spielen Exponentialfunktionen eine wichtige Rolle. Beispielsweise wird die Entwicklung der durchschnittlichen Lebenserwartung y (in Jahren) eines Neugeborenen in vielen Ländern über längere Zeiträume statistisch untersucht und mithilfe der Funktionen $f_{a;b;c}$ durch

$y = f_{a;\,b;\,c}(x) = \dfrac{a}{1 + b \cdot e^{-c \cdot x}}$ $(a, b, c \in \mathbb{R}, a, b, c > 0; x \in \mathbb{R}, x \geq 0)$ modelliert

(x beschreibt dabei die Differenz des Geburtsjahres vom Anfangsjahr der Untersuchungen).

1.1 In einem Land wurde die durchschnittliche Lebenserwartung eines Neugeborenen seit dem Jahr 1900 durch die Funktion $f_{80;\,1{,}2;\,0{,}05}$ modelliert.

Ermitteln Sie den Wertebereich dieser Funktion.

Interpretieren Sie den Verlauf des Graphen dieser Funktion bezüglich der Entwicklung der durchschnittlichen Lebenserwartung eines Neugeborenen.

Bestimmen Sie, in welchem Jahr mit dieser Modellierung bei einem Neugeborenen mit einer durchschnittlichen Lebenserwartung von 65 Jahren gerechnet werden konnte.

Erreichbare BE-Anzahl: 6

1.2 Zeigen Sie mittels Termumformungen, dass die Funktionen $f_{a;\,b;\,c}$ auch durch $y = f_{a;\,b;\,c}(x) = \dfrac{a \cdot e^{c \cdot x}}{b + e^{c \cdot x}}$ beschrieben werden können.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

1.3 Ermitteln Sie diejenigen Werte für b so, dass die Bedingungen I und II erfüllt sind.

I Die Graphen der Funktionen $f_{a;\,b;\,c}$ besitzen für x > 0 jeweils einen Wendepunkt.

II Die Tangenten an die Graphen der Funktionen $f_{a;\,b;\,c}$ in den Wendepunkten schneiden die Ordinatenachse jeweils im positiven Bereich.

Erreichbare BE-Anzahl: 8

Fortsetzung auf Seite 6

Fortsetzung Aufgabe 1 (für Prüfungsteilnehmer, die ein CAS benutzen):

1.4 Das Statistische Bundesamt in Deutschland untersucht die durchschnittliche Lebenserwartung von Neugeborenen seit 1871, dabei wird zwischen Jungen und Mädchen unterschieden. Folgende Daten wurden für Jungen veröffentlicht:

Geburtsjahr	1871	1891	1910	1924	1932	1949	1965	1980	1991	2001
Lebenserwartung Jungen in Jahren	35,6	40,6	47,4	56,0	59,9	64,6	67,6	70,2	72,5	75,6

Modellieren Sie mittels logistischer Regression die durchschnittliche Lebenserwartung neugeborener Jungen seit dem Jahr 1871 in Deutschland.

Hinweis: Eine mögliche Lösung lautet $y = f(x) = \dfrac{102{,}926}{1 + 1{,}761 \cdot e^{-0{,}012 \cdot x}}$ $\left(x \in \mathbb{R},\ x \geq 0\right)$.

Ermitteln Sie nach Ihrem oder dem angegebenen Modell das Jahr, in dem die durchschnittliche Lebenserwartung am meisten stieg.

Welche durchschnittliche Lebenserwartung hätte ein neugeborener Junge im Jahr 2007 in Deutschland?

Erreichbare BE-Anzahl: 5

1.5 Um Voraussagen zur Rentenentwicklung zu geben, sind Aussagen zur durchschnittlichen Lebenserwartung notwendig.

Die im Jahr 2002 geborenen Jungen haben laut Statistischem Bundesamt eine durchschnittliche Lebenserwartung von 76 Jahren. Es wird angenommen, dass die durchschnittliche Lebenserwartung annähernd normalverteilt ist. 88 % aller 2002 geborenen Jungen haben laut Statistischem Bundesamt eine durchschnittliche Lebenserwartung von mindestens 60 Jahren.

Bestimmen Sie unter diesen Annahmen, wie viel Prozent der 2002 geborenen Jungen das gegenwärtig festgelegte Rentenalter von 67 Jahren erreichen.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

Aufgabe 1 (für Prüfungsteilnehmer, die kein CAS benutzen)

Zwiebeln haben in guter Näherung die Form von Rotationskörpern.

Die Konturenlinien des Querschnitts vieler Zwiebeln können im ersten Quadranten eines Koordinatensystems mithilfe der Funktionsgleichung

$y = r_t(x) = (t - x) \cdot \sqrt{x} \quad \left(x \in D_{r_t};\, t \in \mathbb{R},\, t > 0\right)$

durch unterschiedliche Werte des Parameters t näherungsweise beschrieben werden.

1.1 Geben Sie den für den Sachverhalt geeigneten Definitionsbereich der Funktionen r_t an.

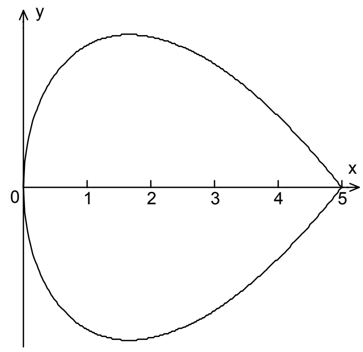
Weisen Sie nach, dass kein Graph der Funktionen r_t einen Wendepunkt besitzt.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

1.2 Die Abbildung zeigt für eine spezielle Zwiebel die Konturenlinie im ersten und vierten Quadranten.

Geben Sie den Wert des Parameters t an, welcher in der Abbildung gewählt wurde.

Geben Sie die Gleichung einer Funktion an, welche in diesem Fall die Konturenlinie im vierten Quadranten beschreibt.



Erreichbare BE-Anzahl: 2

1.3 Die Zwiebel mit der durch r_4 modellierten Konturenlinie wird senkrecht zur Rotationsachse geteilt.

Ermitteln Sie den Flächeninhalt der größtmöglichen Schnittfläche.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

1.4 Die Zwiebel soll in zwei Teile gleicher Volumina zerlegt werden. Für eine Modellierung wird hierzu das Koordinatensystem um eine z-Achse in Tiefenrichtung erweitert. Dabei kann die Teilung durch einen Schnitt parallel zur y-z-Ebene erfolgen.

Ermitteln Sie eine Gleichung der zugehörigen Schnittebene für $t = 4$.

Der Schnitt kann auch so geführt werden, dass zwei Teile gleicher Form entstehen. Begründen Sie, dass es unter dieser Bedingung unendlich viele Schnittmöglichkeiten gibt. Geben Sie die Menge aller Schnittebenen in Form einer geeigneten Gleichung an.

Erreichbare BE-Anzahl: 5

Fortsetzung auf Seite 8

Fortsetzung Aufgabe 1 (für Prüfungsteilnehmer, die kein CAS benutzen):

1.5 In einem anderen Modell sollen die Konturenlinien der Zwiebeln im ersten Quadranten durch ganzrationale Funktionen dritten Grades p_t beschrieben werden. Die Funktionen p_t und r_t sollen möglichst viele gleiche charakteristische Eigenschaften besitzen.

Beschreiben Sie ein mögliches Vorgehen zur Ermittlung einer Gleichung solcher Funktionen p_t.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

1.6 Ein Händler bietet seine Blumenzwiebeln in zwei Güteklassen an. Zwiebeln erster Wahl keimen zu 95 %, Zwiebeln zweiter Wahl zu 75 %. Die Packungen enthalten immer genau 25 Stück einer Güteklasse.

Ein Kunde erwirbt je eine Packung erster und zweiter Wahl.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit keimen alle Zwiebeln erster Wahl?

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass aus der Packung zweiter Wahl mehr als 75 % der Zwiebeln keimen?

Der Händler erhält in einer Stiege eine Lieferung von mehreren hundert Zwiebeln, die er selbst abpacken muss. Leider fehlt die Angabe der Güteklasse. Diese will er mithilfe von 50 zufällig entnommenen Zwiebeln testen.

Geben Sie für die Hypothese „In der Stiege befinden sich Zwiebeln erster Wahl“ den Erwartungswert an und bestimmen Sie den kritischen Bereich auf dem Signifikanzniveau 10 %.

Geben Sie eine Entscheidungsregel an.

Erklären Sie für den betrachteten Test, was unter einem „Fehler erster Art“ und einem „Fehler zweiter Art“ zu verstehen ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 8

Aufgabe 2

In Riad (Saudi-Arabien) wurde 2001 das Kingdom-Center fertiggestellt. Es beinhaltet außer Appartements, einem Luxushotel und Büros auch zahlreiche Geschäfte.

Die Grundfläche liegt in der x-y-Ebene eines gedachten kartesischen Koordinatensystems (eine Einheit entspricht 1 Meter). Sie wird durch eine Ellipse begrenzt, deren Mittelpunkt sich im Koordinatenursprung befindet und deren Achsen auf den Koordinatenachsen liegen.

Besonderes Merkmal des Gebäudes ist eine Öffnung, die oben durch eine Brücke mit Aussichtsplattform geschlossen ist. Der gekrümmte Teil dieser Öffnung hat in der x-z-Ebene die Form einer Parabel.

2.1 Eine Gleichung der Parabel in der x-z-Ebene lautet $z = 0{,}11 \cdot x^2 + 186$ $(x \in \mathbb{R}, -32{,}5 \le x \le 32{,}5)$.

Geben Sie die Höhe des Scheitelpunktes dieser Parabel über der Grundfläche des Gebäudes sowie Näherungswerte für die Höhe des Gebäudes und die Länge der Brücke an.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

2.2 Zu einem bestimmten Zeitpunkt treffen Sonnenstrahlen mit dem Richtungsvektor $\vec{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -15 \end{pmatrix}$ auf das Gebäude.

Ermitteln Sie eine Gleichung der parabelförmigen Schattenbegrenzung der Öffnung auf der Erdoberfläche.

Bestimmen Sie die Größe des Flächeninhaltes der Öffnung innerhalb der Schattenfläche.

Hinweis: Nehmen Sie die Erdoberfläche vereinfacht als unbebaute Ebene an und vernachlässigen Sie den Schatten der Brücke.

Erreichbare BE-Anzahl: 6

2.3 Anlässlich eines Feiertages wird das Gebäude durch zwei Laser L_1 und L_2 angestrahlt, die sich in den Punkten $P_{L_1}(0; 45; 20)$ und $P_{L_2}(0; -55; 0)$ befinden. Laser L_1 bewegt den Lichtstrahl in der Ebene E_1: $(-65 \cdot a + 1300) \cdot y - 2925 \cdot z = -2925 \cdot a$, Laser L_2 in der Ebene E_2: $-65a \cdot y + 3575 \cdot z = 3575 \cdot a$. Der Wert a wird durch einen Computer gesteuert.
Ermitteln Sie alle Werte a, für die L_1 die Öffnung der Parabel überstreicht.

Hinweis: Der Laser ist so aufgestellt, dass nur die parabelförmige Begrenzung in der x-z-Ebene berücksichtigt werden muss.

Der Wert a wird auf 200 eingestellt. In der Schnittgerade der Ebenen E_1 und E_2 treten besondere Lichteffekte auf.
Geben Sie eine Gleichung der Schnittgeraden und den Schnittwinkel der Ebenen an.

Erreichbare BE-Anzahl: 5

Fortsetzung auf Seite 10

Fortsetzung Aufgabe 2

Jeweils im Rhythmus von einer Minute startet ein Computer den Bewegungs- und Farbablauf der beiden Laser zeitgleich neu. Diese Abschnitte werden im Folgenden als Sequenzen bezeichnet. Es stehen für jeden Laser nur die zwei Farben violett und gelb zur Verfügung. Der Computer legt die Reihenfolge jeweils zufällig fest, es ist also auch möglich, dass bei aufeinanderfolgenden Sequenzen die Farbe nicht wechselt.

2.4 Bei einer Einstellung des Computers tritt violettes Licht beim Laser L_2 mit der Wahrscheinlichkeit 0,35 auf.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Laser L_2 bei 10 aufeinanderfolgenden Sequenzen häufiger gelb zeigt, als man erwarten kann.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

2.5 Der Laser L_1 wird bei einer anderen Einstellung des Computers in 10 Stichproben mit jeweils 10 Sequenzen beobachtet und es wird notiert, bei wie vielen Sequenzen davon jeweils die Farbe violett auftrat.

Anzahl der Sequenzen mit violettem Licht in der Stichprobe	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anzahl der Stichproben, für die das zutrifft	0	0	1	3	3	1	2	0	0	0	0

Begründen Sie, dass für das Ereignis „Laser L_1 zeigt violettes Licht“ auf der Grundlage der Stichproben eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{5}$ angenommen werden kann.

Der Zufallsversuch „Entscheidung für violettes oder gelbes Licht beim Laser L_1“ soll für 200 Sequenzen simuliert werden.

Beschreiben Sie, wie Sie diese Simulation mithilfe eines GTR, eines Computer-Algebra-Systems oder eines anderen Zufallsgenerators umsetzen können.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

2.2 Hinweise für den prüfenden Fachlehrer

Erwartungsbild und Bewertungsmaßstab

Inhaltlich zu erwarten:	Erreichbar:

Teil A

1	je Ergebnis 1 BE: Feld 3, Feld 5, Feld 3, Feld 2, Feld 1	**5 BE**
2	Skizze (2 BE) Begründung (2 BE)	**4 BE**
3	Nachweis	**3 BE**
4	Wahrscheinlichkeitsverteilung Ansatz für Erwartungswert Größe des Zentriwinkels: 216°	**3 BE**
		15 BE

Teil B

Aufgabe 1 (für Prüfungsteilnehmer, die ein CAS benutzen)

1.1	Untersuchungen zum Wertebereich Wertebereich: $W_{f_{80;1,2;0,05}} = \left\{ y \in \mathbb{R}, \frac{400}{11} \le y < 80 \right\}$ Interpretation (2 BE) Ansatz für Jahreszahl Lösung: 1933	**6 BE**
1.2	Nachweis	**2 BE**
1.3	Ermittlung der Wendestelle einschließlich Nachweis (2 BE) Koordinaten des Wendepunktes: $W\left(\frac{\ln b}{c}; \frac{a}{2}\right)$ Ansatz für Gleichung der Tangente im Wendepunkt Gleichung einer Tangente im Wendepunkt: $y = \frac{a \cdot c}{4} \cdot x + \frac{a}{4} \cdot (2 - \ln b)$ Ansätze für Werte b (2 BE) Werte b: $1 < b < e^2$	**8 BE**
1.4	Modellierung (2 BE) Ansatz für maximalen Anstieg Lösung: 1916 (Lösung kann entsprechend der Modellierung abweichen) durchschnittliche Lebenserwartung: 76,6 a (Lösung kann entsprechend der Modellierung abweichen)	**5 BE**
1.5	Ansatz zur Ermittlung der Standardabweichung Standardabweichung: $\sigma \approx 13{,}6$ Ansatz für prozentualen Anteil prozentualer Anteil: 75 %	**4 BE**
		25 BE

Aufgabe 1 (für Prüfungsteilnehmer, die kein CAS benutzen)

1.1 $D_{r_t} = \{x \in \mathbb{R}, 0 \le x \le t\}$

1. Ableitung
2. Ableitung

Schlussfolgerung für die Existenz von Wendestellen **4 BE**

1.2 $t = 5$

Funktionsgleichung: z. B. $s(x) = -(5-x) \cdot \sqrt{x} \quad (x \in \mathbb{R}, 0 \le x \le 5)$ **2 BE**

1.3 lokales Maximum

Schnittfläche: $A \approx 30$ **2 BE**

1.4 Ermittlung einer Gleichung der Schnittebene (2 BE)

eine Gleichung der Schnittebene: z. B. $x = 1{,}54$

Begründung

Gleichung für die Menge aller Schnittebenen:

z. B. $b \cdot y + c \cdot z = 0 \ (b, c \in \mathbb{R}; x, y, z \in \mathbb{R})$ **5 BE**

1.5 Beschreibung: z. B. Aussagen zur Anzahl der notwendigen Bedingungen, zu genutzten charakteristischen Punkten (2 BE) und zum mathematischen Verfahren **4 BE**

1.6 $P(A) \approx 0{,}2774$

$P(B) \approx 0{,}5611$

Erwartungswert: 47,5

Ansatz für kritischen Bereich

kritischer Bereich: $k < 45$

Entscheidungsregel: Verwerfung der Hypothese für $k < 45$

Erklärung (2 BE) **8 BE**

25 BE

Aufgabe 2

2.1 Höhe des Scheitelpunktes über der Grundfläche: 186 m

Höhe des Gebäudes: ≈ 302 m

Länge der Brücke: ≈ 65 m **3 BE**

2.2 Gleichung einer Projektionsgeraden

Koordinaten der Projektionspunkte (2 BE)

Gleichung der Parabel: z. B. $y = 0{,}04 \cdot x^2 + 62{,}0 \quad (x \in \mathbb{R}, -32{,}5 \le x \le 32{,}5)$

Ansatz für Flächeninhalt

Flächeninhalt in Abhängigkeit von der Gleichung der Parabel: z. B. $1600\,m^2$ **6 BE**

2.3 Lösungsidee und Modell

Intervall für Werte a: z. B. $186 < a < 302$ (2 BE)

eine Gleichung der Schnittgeraden: z. B. $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R})$

Größe des Schnittwinkels α: $\alpha \approx 29{,}4°$ **5 BE**

2.4 Ansatz für Wahrscheinlichkeit
Wahrscheinlichkeit: $P(Y \geq 7) \approx 0{,}5138$ **2 BE**

2.5 Begründung

z. B.: Es wurden 10 Stichproben mit je 10 Sequenzen, also insgesamt 100 Sequenzen beobachtet. Davon trat 40 mal violettes Licht auf. Die Wahrscheinlichkeit für violettes Licht kann deshalb auf $\frac{2}{5}$ geschätzt werden. (2 BE)

Beschreibung

z. B.: Mit dem Zufallsgenerator werden 200 Zufallszahlen von 1 bis 5 ermittelt.
Es gilt die Regel: Wurde eine 1 oder 2 ermittelt, so wird die Farbe violett zugeordnet, bei allen anderen Versuchsausgängen gelb. (2 BE) **4 BE**

20 BE

Sachsen 2010 Abitur Mathematik-Leistungskurs(LK)-Muster

Lösungen mit GTR-Unterstützung (ClassPad und Hinweise auf das CAS)

(Reine Rechnungen können im Main-Menü erfolgen, im eActivity-Menü können zusätzlich zu den Rechenschritten auch reine Texte und spezielle Arbeitsfenster mit eingebunden werden.)

Pflichtaufgaben
Teil A: (ohne Taschenrechner)

Aufgabe 1: Tippklausur (genau eine von fünf Antworten richtig)

Pflichtaufgabe 1.1

ges. Tangentenanstieg an der Stelle x=a für die Funktion f(x) = √(2x), x∈Df

Lösung:
f'(x) = (1/2)×(2x)^(-1/2)×2 = 1/√(2x) mit x=a: f'(a) = 1/(√(2a)

Kontrolle im GTR(CAS):
Define f(x)=√(2x)
done
diff(f(x),x,1,a) = 2^(1/2)/(2*a^(1/2))

Damit ist Antwort 3 richtig.

Pflichtaufgabe 1.2

ges. Ableitung g einer Stammfunktion mit g(x)=1/(7-3x), x∈Df

Lösung:
∫(1/(7-3x),x) = (-1/3)×ln|7-3x| + C

(Integration z.B. durch zielgerichtetes Probieren:
Stammfunktion muß etwas mit ln(...) sein,
Probe durch Differenzieren)

Kontrolle im GTR(CAS):
Define g(x) = 1 / (7-3x)
done
∫(g(x),x) = -ln(|7-3*x|) / 3

Damit ist Antwort 5 richtig.

Pflichtaufgabe 1.3

geg. Ableitung h'(x) ist für x=s negativ
ges. Welche Eigenschaft ist gilt dann?

Lösung:
h(x) ist an der Stelle x=s (streng) monoton fallend.

Damit ist Antwort 3 richtig.

Pflichtaufgabe 1.4

geg. Turnier mit 8 Mannschaften (jede gegen jede ohne Rückrunde)
ges. Anzahl der Spielpaarungen

Lösung:
Anzahl der Kombinationen ohne Wiederholung: nCr(8,2)=8×7/2=28
Damit ist Antwort 2 richtig.

Kontrolle im GTR:
nCr(8,2) = 28

Pflichtaufgabe 1.5

geg. Strecke AB mit A(7;-4) und B(-3;-5) und Teilerpunkt T auf AB mit AT:TB=3:2
ges. Koordinaten von T

Lösung:
T = A + (3/5)×(B-A) = (7;-4) + (3/5)×((-3;-5) - (7;-4)) = (7;-4) + (3/5)×(-10;-1) = (1;-4.6)

Kontrolle im GTR:
[[7],[-4]] ⇒ A

[[-3],[-5]] ⇒ B

A+3/5*(B-A) = [[1],[-4.6]]

Damit ist Antwort 1 richtig.

Sachsen 2010 Abitur Mathematik-Leistungskurs(LK)-Muster

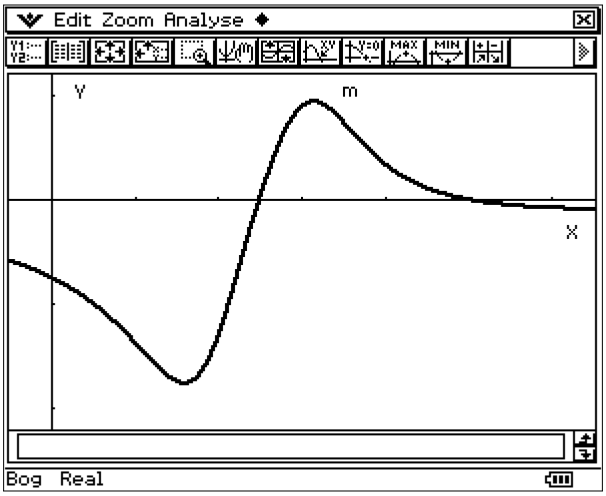
Lösungen mit GTR-Unterstützung (ClassPad und Hinweise auf das CAS)

(Reine Rechnungen können im Main-Menü erfolgen, im eActivity-Menü können zusätzlich zu den Rechenschritten auch reine Texte und spezielle Arbeitsfenster mit eingebunden werden.)

Pflichtaufgaben
Teil A: (ohne Taschenrechner)

Aufgabe 2: theoretisches Wissen zur Kurvendiskussion

geg. Schaubild einer Ableitungsfunktion m (ohne Formel) mit 2 Extremwerten, dazwischen ein Wendepunkt und eine Nullstelle, eine weitere Nullstelle nach dem rechten Extrempunkt.
Skizze



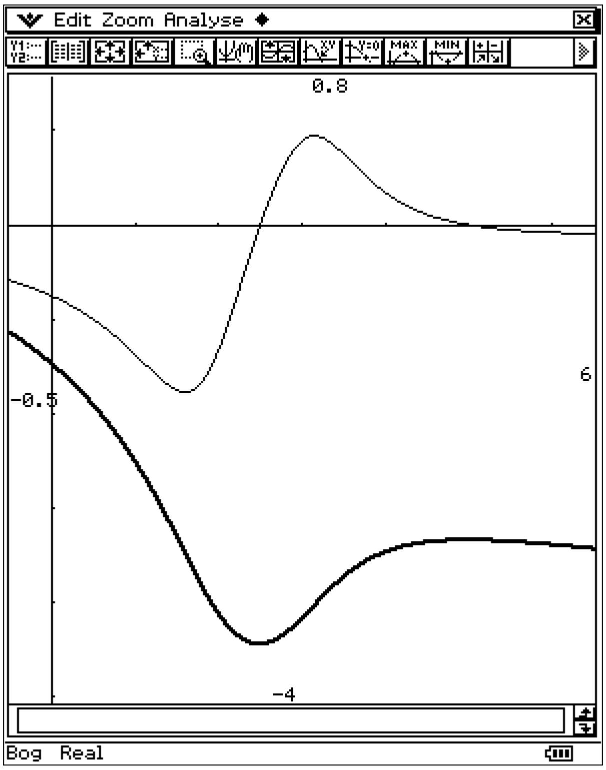
ges. Stammfunktion M (skizzieren und begründen) im vorgegebenen Intervall des x-y-Koordinatensystems

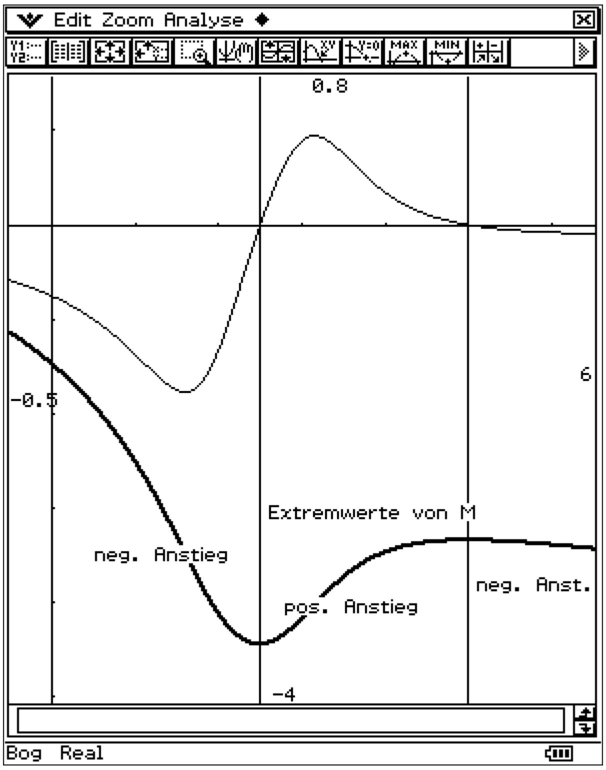
Lösung:
theoretisch gilt ∫(m(t),t,a,x) = M(x) - M(a)

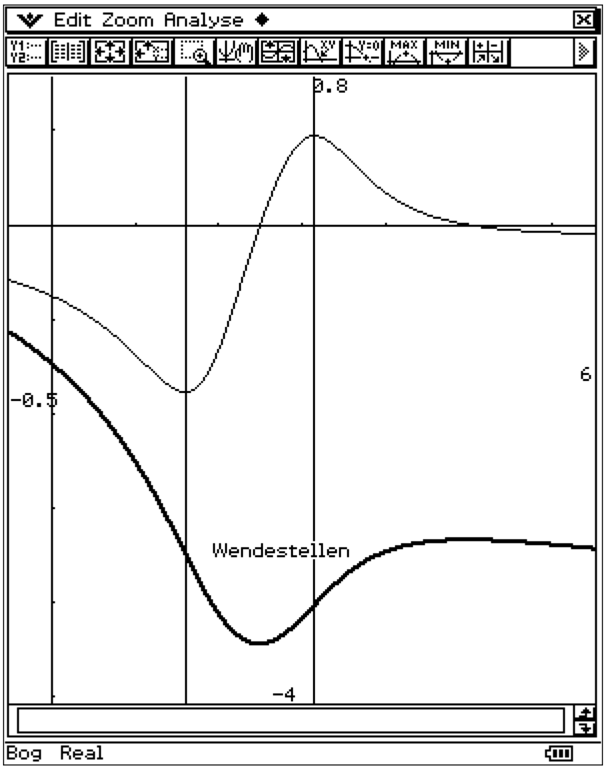
bekannt ist:
Extremstellen x_{w1}, x_{w2} der Ableitungsfunktion m(x) sind Wendestellen der Stammfunktion M(x)
Nullstellen x_{n1}, x_{n1} der Ableitungsfunktion m(x) sind extremwertverdächtige Stellen der Stammfunktion M(x), hier sind es tatsächlich Extremstellen, da m(x) dort das Vorzeichen wechselt:

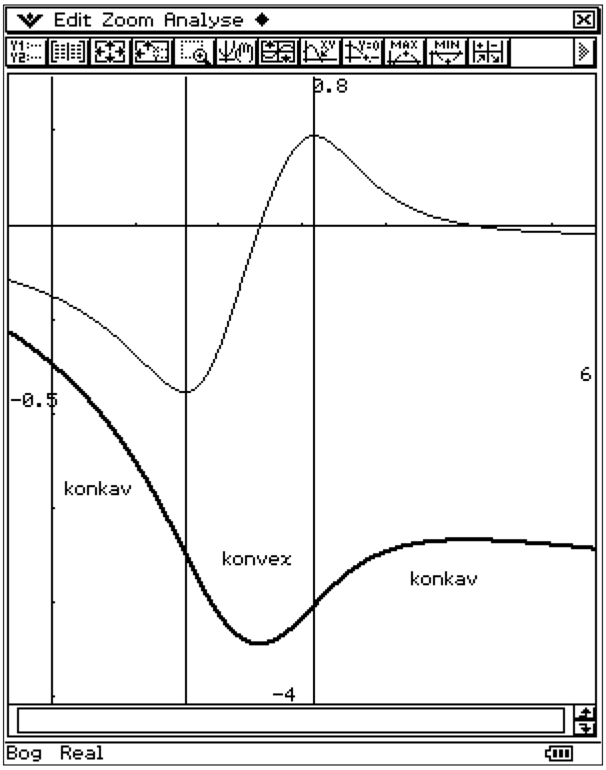
$m(x_{n1} - \text{epsilon}) < 0 < m(x_{n1} + \text{epsilon})$ ergibt Minimumstelle (konvexer Kurventeil)
$m(x_{n2} - \text{epsilon}) > 0 > m(x_{n2} + \text{epsilon})$ ergibt Maximumstelle (konkaver Kurventeil)

Weiterhin erkennbar:
negativer Anstieg bedeutet streng monoton fallend
positiver Anstieg bedeutet streng monoton wachsend









Es folgt eine Beispielrechnung:

Datei Edit Einf. Aktion

Define $y1(x)=\dfrac{-(x-2.5)\cdot(x-5)}{1+(|x-2.5|)^3}$

done

$\displaystyle\int \frac{-(x-2.5)\cdot(x-5)}{1+(2.5-x)^3}\,dx$

$$\frac{10\cdot\sqrt{3}\cdot\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}\cdot(4-2\cdot x)}{3}\right)-6\cdot\ln(|7-2\cdot x|)+9\cdot\ln(|19-16\cdot x+4\cdot x^2|)}{12}$$

$\displaystyle\int \frac{-(x-2.5)\cdot(x-5)}{1+(x-2.5)^3}\,dx$

$$\frac{-\left(10\cdot\sqrt{3}\cdot\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}\cdot(6-2\cdot x)}{3}\right)+14\cdot\ln(|3-2\cdot x|)-\ln(|39-24\cdot x+4\cdot x^2|)\right)}{12}$$

Define $y2(x)=\dfrac{10\cdot\sqrt{3}\cdot\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}\cdot(4-2\cdot x)}{3}\right)-6\cdot\ln(|7-2\cdot x|)+9\cdot\ln(|19-16\cdot x+4\cdot x^2|)}{12}$

done

Define $y3(x)=\dfrac{-\left(10\cdot\sqrt{3}\cdot\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}\cdot(6-2\cdot x)}{3}\right)+14\cdot\ln(|3-2\cdot x|)-\ln(|39-24\cdot x+4\cdot x^2|)\right)}{12}$

done

Define y4(x)=piecewise(x<2.5,y2(x)-1.3863,y3(x))-3

done

y2(2.5) → -0.0626

y3(2.5) → -1.4489

y2(2.5)-y3(2.5) → 1.3863

Alge Dezimal Real Bog

Wegen des Betrages in y1 wurde stückweise integriert und die Stammfunktion dann zusammengesetzt:

Edit Typ GMem

Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5

☑ $y1=\dfrac{-(x-2.5)\cdot(x-5)}{1+(|x-2.5|)^3}$

☐ $y2=\dfrac{10\cdot\sqrt{3}\cdot\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}\cdot(4-2\cdot x)}{3}\right)-6\cdot\ln(|7-2\cdot x|)+9\cdot\ln(|19-16\cdot x+4\cdot x^2|)}{12}$

☐ $y3=\dfrac{-\left(10\cdot\sqrt{3}\cdot\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}\cdot(6-2\cdot x)}{3}\right)+14\cdot\ln(|3-2\cdot x|)-\ln(|39-24\cdot x+4\cdot x^2|)\right)}{12}$

☑ y4=piecewise(x<2.5,y2(x)-1.3863,y3(x))-3

☑ x5=2.5

☑ x6=5

☐ x7=1.600084371

☐ x8=3.150742753

☐ x9:

☐ x10:

Bog Real

CASIO EDUCATIONAL PROJECTS

Sachsen 2010 Abitur Mathematik-Leistungskurs(LK)-Muster

Lösungen mit GTR-Unterstützung (ClassPad und Hinweise auf das CAS)

(Reine Rechnungen können im Main-Menü erfolgen, im eActivity-Menü können zusätzlich zu den Rechenschritten auch reine Texte und spezielle Arbeitsfenster mit eingebunden werden.)

Pflichtaufgaben
Teil A: (ohne Taschenrechner)

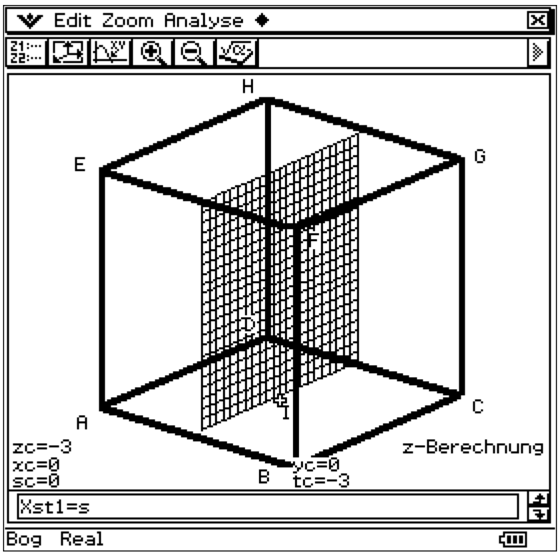
Aufgabe 3: Geometrie

geg. Würfel ABCDEFGH mit einbeschriebener Doppelpyramide IJKLMN, wobei die 6 Eckpunkte der Doppelpyramide die Seitenmitten des Würfels sind. I und N liegen auf gegenüberliegenden Seitenflächen des Würfels.

ges. Nachweis: Kanten JI und JN bilden einen rechten Winkel.

Lösung:
Ohne Beschränkung der Allgemeinheit soll I in der Grundfläche ABCD liegen, N in der Deckfläche EFGH.
Der Würfel möge achsenparallel im 3D Koordinatensystem liegen, Kantenlänge a, Würfelmittelpunkt der Koordinatenursprung.
Die Kanten JI und JN liegen dann in einer senkrechten Ebene, parallel zu zwei Seitenflächen des Würfels.

Würfel in 3D



Man erkennt den Pyramidenpunkt I in der Mitte der Grundfläche.

Wir geben die Koordinaten der Punkte an und untersuchen den Winkel wie folgt:

[[0],[0],[(-a)/2]] ⇒ I [[a/2],[0],[0]] ⇒ J [[0],[0],[a/2]] ⇒ N

Skalarprodukt JI mit JN: N - J = [[(-a)/2],[0],[a/2]] I - J = [[(-a)/2],[0],[(-a)/2]]
dotP(N-J,I-J) = 0

Das Skalarprodukt ist 0, d.h. die Kanten JN und JI sind orthogonal.

Sachsen 2010 Abitur Mathematik-Leistungskurs(LK)-Muster

Lösungen mit GTR-Unterstützung (ClassPad und Hinweise auf das CAS)

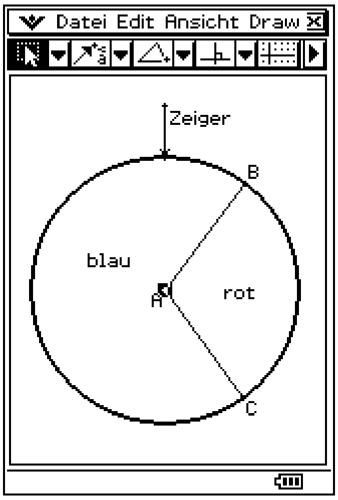
(Reine Rechnungen können im Main-Menü erfolgen, im eActivity-Menü können zusätzlich zu den Rechenschritten auch reine Texte und spezielle Arbeitsfenster mit eingebunden werden.)

Pflichtaufgaben
Teil A: (ohne Taschenrechner)

Aufgabe 4: Stochastik

geg. Glücksrad dreimal drehen

Glücksrad:



Ereignisse:
Ri = {rot ermittelt, i-te Drehung des Rades}, P(Ri)=p

A = R1∩R2∩R3 (dreimal rot)
B = {dreimal blau}
C = {einmal rot und zweimal blau}

Spieleinsatz 4 EUR
Gewinn für A: 8 EUR
Gewinn für B: 4 EUR
Gewinn für C: 7 EUR
Gewinn für andere Spielverläufe: 0 EUR

ges. Zentriwinkel für rot, damit faires Spiel entsteht

Lösung: $P(A)=p^3$ $P(B) = (1-p)^3$ $P(C) = 3\times p\times(1-p)^2$
(Binomialverteilung mit n=3 und Erfolgswahrscheinlichkeit p)

Zufälliger Gewinn sei X mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung:

X = k	8	4	7
P(X=k)	p^3	$(1-p)^3$	$3\times p\times(1-p)^2$

$E(X) = 8\times p^3 + 4\times(1-p)^3 + 7\times3\times p\times(1-p)^2 = 4$ (Einsatz)

Gleichung durch Ausklammern von p lösen:
$8\times p^3 + 4\times(1-p)^3 + 7\times3\times p\times(1-p)^2 = 4$ ergibt 9*p-30*p^2+25*p^3=0
p*(9-30*p+25*p^2)=0 Lösung p=0 entfällt.
9-30*p+25*p^(2)=0 mit den Wurzelsatz lösen.

Kontrolle mit GTR:
8*p^3+4*(1-p)^3+7*3*p*(1-p)^2 = 21*p*(1-p)^2+4*(1-p)^3+8*p^3
expand(ans) = 4+9*p-30*p^2+25*p^3
solve(ans=4,p) = {p=0,p=3/5}

Winkelbetrachtung:
360° × 0.6 = 216° für rot
360° × 0.4 = 144° für blau

Der gesuchte Winkel beträgt 216°.

Sachsen 2010 Abitur Mathematik-Leistungskurs(LK)-Muster

Lösungen mit GTR-Unterstützung (ClassPad und Hinweise auf das CAS)

(Reine Rechnungen können im Main-Menü erfolgen, im eActivity-Menü können zusätzlich zu den Rechenschritten auch reine Texte und spezielle Arbeitsfenster mit eingebunden werden.)

Pflichtaufgaben
Teil B: (mit Taschenrechner)

Aufgabe 1: Analysis, Regression

geg. Wachstumsfunktion (logistischer Wachstumsprozess)

y = $f_{a,b,c}$(x) = a/(1+b×**e**^(-c×x)), a,b,c>0, x∈R, x≥0.

Hierbei
y ... durchschnittliche Lebenserwartung (in Jahren) eines Neugeborenen
x ... Differenz Geburtsjahr des Neugeborenen zum Anfangsjahr der Untersuchungen des Wachstumsprozesses
(z.B. Beginn der Untersuchungen des Wachstumsprozesses 1900, Geburtsjahr 1950, dann x=50 usw., dann ist y die durchschnittliche Lebenserwartung eines im 50. Jahr der Untersuchungen Geborenen Kindes.)

Pflichtaufgabe 1.1

geg. Beginn der Untersuchungen im Jahr 1900 mit a=80, b=1.2, c=0.05
ges. Wertebereich der Funktion y = $f_{80,1.2,0.05}$(x) und Interpretation des Verlaufes der Funktion

Lösung:
offensichtlich y>0 und y<80, da Nenner >1 ist.

Grenzwert: lim($f_{80,1.2,0.05}$(x),x,∞)= ((80)/(1)) = 80

y(0) = 80/(1+1.2) = 80/(2.2) = 400/11

Nun ist **e**^(-c×x) = **e** ^(-0.05×x) streng monoton fallend, damit ist y(x) streng monoton wachsend.

Wertebereich W_f = [400/11, 80).

ges. x für y8x) = 65.

Lösung: y ist streng monoton und damit umkehrbar

x = y^(-1)(x), wobei y^(-1) die Umkehrfunktion bezeichnet.

80/(1+1.2×**e**^(-0.05×x)) = 65 ergibt 80/65 = 1+1.2×**e**^(-0.05×x)

Hieraus folgt

e^(-0.05×x) = (80/65 -1) ×1/1.2 und -0.05×x = ln((80/65)-1) ×1/1.2) = -ln(5.2), d.h.

x = ln(5.2))/0.05 = 20×ln(5.2) ≈ 32.973

Rechnung im GTR:
solve(80/(1+1.2×**e**^(-0.05*x))=65,x) = {x=20×ln(2)-20×ln(5)+20×ln(13)}
simplify(ans) = {x=20×ln(26/5)}
approx(ans) = {x=32.97317251}

Im 33. Jahr der Modellierung, d.h. 1933, betrug die durchschnittliche Lebenserwartung 65 Jahre.
D.h. ein 1933 Neugeborenes konnte mit einer durchschnittlichen Lebenserwartung von 65 Jahren rechnen.

Pflichtaufgabe 1.2

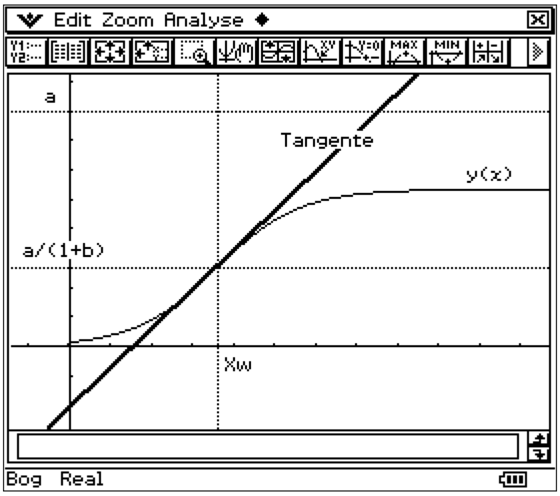
ges. Termumformung in y(x) = a×**e**^(c×x)/(b+e^(c×x))
Lösung:
mit **e**^(c×x) erweitern:
a/(1+b×**e**^(-c×x)) × **e**^(c×x)/**e**^(c×x) = (a×**e**^(c×x)) / ((1+b×**e**^(-c×x))×**e**^(c×x)) =
(a×**e**^(c×x))/(**e**^(c×x)+b) = (a×**e**^(c×x))/(b+**e**^(c×x)).

Kontrolle im GTR(CAS):
judge(a/(1+b×**e**^(-c×x))=a×**e**^(c×x)/(b+**e**^(c×x))) TRUE

Pflichtaufgabe 1.3

ges. Parameter b mit
I. Graphen haben einen Wendepunkt
II. Tangenten an den Graphen im Wendepunkt schneiden die y-Achse im positiven Bereich.

Prinzipskizze



Lösung: Ableiten mit der Produktenregel
y=a×(1+b×**e**^(-c*x))^(-1)
y' = a×(-1)×(1+b×**e**^(-c×x))^(-2)×b×**e**^(-c×x)×(-c) = abc×**e**^(-c×x)×(1+b×**e**^(-c×x))^(-2)
y'' =abc×(-c×**e**^(-c*x)*(1+b×**e**^(-c×x))^(-2)-2×**e**^(-c×x) × (1+b×**e**^(-c×x))^(-3)×b×**e**^(-c×x)×(-c))
= abc×(-c) ×**e**^(-c×x)×(1+b×**e**^(-c×x))^(-3)×(1+b×**e**^(-c×x)-2×b×**e**^(-c×x)) = 0

Hieraus folgt:

1-b×**e**^(-c×x) = 0, 1 = b×**e**^(-c×x), b = **e**^(c×x), c×x = ln(b) und

x = x_w = (1/c)× ln(b),

y(x_w) = a/(1+1) = a/2
y'(x_w) = a×c/(1+1)^2 = a×c/4

Kontrolle im GTR(CAS):

define y(x) = a×(1+b×**e**^(-c×x))^(-1)
done
diff(y(x),x,1) = a×b×c×**e**^(c*x)/(b+e^(c×x))^2
diff(y(x),x,2) = (-(a×b×c^2×**e**^(2×c×x)-a×b^2×c^2×**e**^(c×x)))/(b×**e**^(c×x))^3
factor(ans) = a×b×c^2×(b-**e**^(c×x))×e^(c×x)/(b×**e**^(c×x))^3
solve(ans=0,x) = {x=ln(b)/c}
y(x)|x=ln(b)/c = a/2
diff(y(x),x,1,ln(b)/c) = a×c/4

Tangente:

y_t(x) = a/2+a×c/4×(x - ln(b)/c)
y_t(0) = a/2 – (a×c/4)×ln(b)/c = a/2×(1-c/2)×ln(b)/c = a/2×(1-ln(√(b)) > 0

ergibt

ln(√(b)) < 1 und √(b) < **e**, d.h. 0 < b < **e**^2 .

Antwort: für 0 < b < e^(2) schneidet die Wendetangente die y-Achse mit y>0.

Kontrolle im GTR(CAS):

Define y_t(x) = a/2 + (a×c/4)×(x-ln(b)/c)
done
solve(y_t(0)>0,b) = {a×ln(b)<2×a}
solve(ln(b)<2,b) = {0<b<e^2}

Pflichtaufgabe 1.4

geg. Datenerfassung seit 1871 wie folgt

Tabelle:

Geb.-jahr	1871	1891	1910	1924	1932	1949	1965	1980	1991	2001
Lebenserw. y von Jungen	35.6	40.6	47.4	56.0	59.9	64.6	67.6	70.2	72.5	75.6
x	0	20	39	53	61	78	94	109	120	130

Hinweis: mögliche Lösung y = f(x) = 102.926/(1+1.761×e^(-0.012x))

ges. Modellierung mittels logistischer Regression

Lösung:

Methode MKQ mit n=10

F(a,b,c) = ∑((y_k-f(x_k))^2,k,1,10) = ∑((y_k-a×(1+b×e^(-c×x_k))^(-1))^2,k,1,10) → min bzgl. a,b,c

Rechnung mittels logistischer Regression im GTR:

{1871,1891,1910,1924,1932,1949,1965,1980,1991,2001}-1871⇒list1

{35.6,40.6,47.4,56,59.9,64.6,67.6,70.2,72.5,75.6}⇒list2

Befehl **LogisticReg list1,list2** im Berechnungsfenster Main auszuführen.

Ergebnisse für den Ansatz y=c/(1-a×e^(-b×x)):
a = 1.7605011 ≈ 1.761
b = 0.0124598 ≈ 0.012
c = 102.92602 ≈ 102.926

d.h. die den Daten angepasste logistische Regressionsfunktion lautet so wie im Hinweis angegeben.

ges. Jahr mit stärkstem Anstieg der durchschnittlichen Lebenserwartung

Lösung:
der stärkste Abstieg von y(x) ist ein Extremwert von y'(x), d.h. ein Wendepunkt von y(x)
y(x) = a*(1+b*e^(-c*x))^(-1)

y'(x) → max

d.h.
y'(x) = abc×e^(-c×x)×(1+b×e^(-c×x))^(-2) → max

notwendige Bedingung:

y''(x) = 0 ergibt, s.o.,

$x = x_w$ = (1/c)× ln(b) = (1/0.0124598)×ln(1.7605011) = 45.39386543 ≈ **45.4**

Rechnung im GTR:
1/0.0124598*ln(1.7605011) = 45.39386543
1/0.012*ln(1.761) = 47.15681913

mit den gerundeten Zwischenergebnissen erhält man eine etwas abweichende Lösung:

$x = x_w$ = (1/c)× ln(b) = (1/0.012)×ln(1.761) = 47.15681913 ≈ 47.2

Damit erweist sich erneut, dass gerundete Zwischenergebnisse das Endergebnis verfälschen können!

Weiter: Jahr 1871 + 45.4 = 1916.4,
d.h. im Jahr 1916 war der stärkste Anstieg der durchschnittlichen Lebenserwatung zu verzeichnen.

(bzw. (gerundete Zwischenergebnisse)
Jahr 1871 + 47.2 = 1918.2,
d.h. im Jahr 1918 war der stärkste Anstieg der durchschnittlichen Lebenserwatung zu verzeichnen.)

ges. durchschnittliche Lebenserwartung für ein 2007 Neugeborenes

Lösung: x = 2007 -1871 = 136

y(136) = **77.8 Jahre** bzw. (mit gerundeten Zwischenergebnissen) y(136) = **76.6 Jahre**

Rechnung im GTR:

102.92602/(1+1.7605011*e^(-0.0124598*x))|x=136 = 77.77524184
102.926/(1+1.761*e^(-0.012*x))|x=136 = 76.56232836

Pflichtaufgabe 1.5

geg. Mittelwert y = 76 (für 2002 Neugeborene),
der (zufällige) Mittelwert Y sei normalverteilt mit E(Y)=76 und P(Y≥60) = 0.88 = 88%

ges. P(Y≥67)

Lösung: zuerst wird die Standardabweichung berechnet

P((Y-76)/σ ≤ (60-76)/σ) = Φ(-16/σ) = 1-0.88 = 0.12

Hieraus folgt
-16/σ = invNormCDf("L",0.12,1,0) = z_0.12 (Quantil)

Somit σ = -16/z_0.12 = -16/(-1.174986792) = 13.61717434

Rechnung im GTR:

invNormCDf("L",0.12,1,0) = -1.174986792
-16/ans = 13.61717434

Damit ergibt sich:

P(Y≥67) = 1- P(Y<67) = 1- Φ((67-76)/σ) = 1- Φ((67-76)/13.61717434) = 0.7456714198

Rechnung im GTR:

1-normCDf(-∞,(67-76)/13.61717434,1,0) = 0.7456714198

Antwort: die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt P(Y≥67) ≈ 0.7457 = 74,67%

Sachsen 2010 Abitur Mathematik-Leistungskurs(LK)-Muster

Lösungen mit GTR-Unterstützung (ClassPad und Hinweise auf das CAS)

(Reine Rechnungen können im Main-Menü erfolgen, im eActivity-Menü können zusätzlich zu den Rechenschritten auch reine Texte und spezielle Arbeitsfenster mit eingebunden werden.)

Pflichtaufgaben
Teil B: (mit Taschenrechner, ohne CAS)
Aufgabe 1 (Analysis, Stochastik)

geg. Zwiebel-Kontur im I. Quadranten $y = r_t(x) = (t-x)\times\sqrt{(x)}$, $x\in Db(r_t)$, $t>0$

Pflichtaufgabe 1.1
ges. Definitionsbereich $Db(r_t)$

Lösung:
$Db(r_t) = \{x\in R \mid 0\le x\le t\}$

ges. Nachweis, dass r_t keinen Wendepunkt hat (d.h. r_t' hat keinen Extremwert)

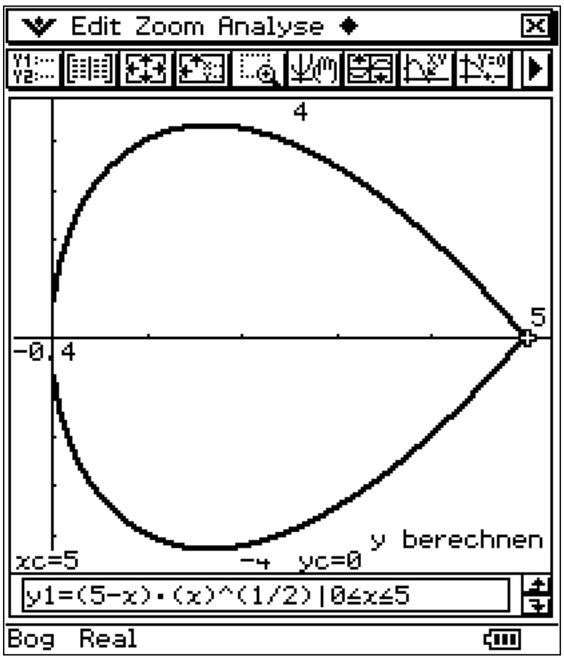
Lösung:
$r_t'(x) = -x\text{^}(1/2)+(t-x)\times 1/2\times 1/x\text{^}(1/2)$
und
$r_t''(x) = -2(1/2)\times(1/\sqrt{(x)}) + (t-x)\times(-1/4)\times x\text{^}(3/2) = -1/(\sqrt{(x)} - (t-x)\times(1/4)\times(1/(x\times\sqrt{(x)}) < 0$ für $0<x<t$,
d.h. r_t ist überall konkav und damit ohne Wendepunkt.

Pflichtaufgabe 1.2

ges. Parameter t zu geg. Graph in Skizze

Lösung:

Nullstellen bei x=0 und x=5, d.h. t=5.



Zwiebel-Kontur

ges. Gleichung der gespiegelten Funktion im IV. Quadranten

Lösung: $y = -r_t(x) = -(t-x)\times\sqrt{(x)}$, $0 \le x \le 5$.

Pflichtaufgabe 1.3

geg. t=4 und $r4(x) = (4-x)\times\sqrt{(x)}$, $0 \le x \le 4$.

ges. Flächeninhalt der größtmöglichen Schnittfläche
(Schnitt senkrecht durch Rotationsachse)

Lösung: Schnittkreis mit Maximalradius: r4(x) → max, d.h. r4'(x) = 0
$r4'(x) = -\sqrt{(x)} + (4-x)\times(1/2)\times(1/(\sqrt{(x)})) = 0$,
somit $-x + (4-x)\times(1/2) = 0$, d.h. $-3x/2 + 2 = 0$ und hieraus $x = x_{max} = 4/3$.

Flächeninhalt $A(x) = \pi\times(r4(x))^{\wedge}(2)$ mit x = 4/3 ergibt
$A_{max} = \pi\times((4-4/3)\times\sqrt{(4/3)})^{\wedge}(2) = 4\pi/3\times(64/9) = 256\pi/27 = 29.78695257 \approx 29.8$ Flächeneinheiten

Rechnung mit GTR:
256*π/27 = 29.78695257

Der größtmögliche Schnittkreis hat die Fläche 29.8 Flächeneinheiten.

Pflichtaufgabe 1.4

ges. Volumenhalbierung mit senkrechtem Schnitt zur x-Achse
(parallel zur y-z-Ebene) bei t=4

Lösung: V = Rotationsvolumen = ∫(A(x),x,0,4) = 2×∫(A(x),x,0,xo), xo zu bestimmen.

V = π×∫((4-x)^(2)×x,x,0,4)=π×∫(x^3-8x^2+16x,x,0,4) = π×(x^4/4-8x^3/3+16x^2/2),0,4)|x=4

hieraus folgt V = 64π/3 = 67.02064328

Rechnung mit GTR:
π*∫((4-x)^2*x,x,0,4) = 64*π/3
ans = 67.02064328

Nun analog
π×∫((4-x)^2×x,x,0,xo) = π×(x^4/4-8x^3/3+16x^2/2) | x=xo
= π×(xo^4/4-8xo^3/3+16xo^2/2) = 32π/3 = V/2

Rechnung mit GTR:
solve(π*(xo^4/4-8*xo^3/3+16*xo^2/2)=32*π/3,xo) = {xo=-0.9899291543,xo=1.542910273}

Die negative Lösung entfällt, d.h. xo=1.542910273.

Die Schnittebene hat die Gleichung x=xo=1.542910273.

ges. Schnittebenen zur Volumenhalbierung in Volumenanteile gleicher Form.
Angabe der Ebenenschar für derartige Schnitte.

Lösung:
Schar der Schnittebenen durch x-Achse mit Spurgeraden in der y-z-Ebene durch den Koordinatenursprung: Ebenen z = c×y mit c∈R oder Ebene y=0.

Zusammenfassen:
0×x+b×y+d×z=0 mit b,d∈R

Pflichtaufgabe 1.5

ges. Konturenlinie als ganzrationale Funktion $p_t(x)$ 3. Grades, wobei r_t und p_t möglichst ähnlich zueinander sein sollen (viele gleiche charakteristische Eigenschaften)
Beschreibung eines Lösungsweges

Lösung:
Ansatz $p_t(x)$ = ax^3+bx^2+cx+d mit folgenden Vorgaben
(1) Punkte vorgeben P1(0;0), P2(t/3;r_t(t/3)), P3(2t/3;r_t(2t/3)), P4(t;0)
und
(2) $p_t(x)>0$ für 0<x<t.
(3) $p_t''(x)<0$ für 0<x<t (konkav)
(4) $p_t'(x)=0$ für ein x∈(0,t), z.B. x=t/3.

Wir nutzen 4 wichtige Bedingungen zur Festlegung der 4 Koeffizienten a,b,c,d:
Mit $p_t(0)=0$ hat man d=0.
Mit $p_t(t)=0$ ergibt sich at^3+bt^2+ct=0 und wegen t>0 dann at^2+bt+c=0, d.h.
c=-at^2-bt

Mit dem Ansatz $p_t(x)$=ax^3+bx^2-(at^2+bt)x sind die Nullstellen von r_t gesichert.
Nun
$p_t'(x)$=3ax^2+2bx-at^2-bt=0 für x=t/3 (Maximumstelle von r_t, s.o.)
Mit $p_t(x)=r_t(x)$ und $p_t'(x)=0$ jeweils für x=t/3 hat man zwei weitere Bedingungen.

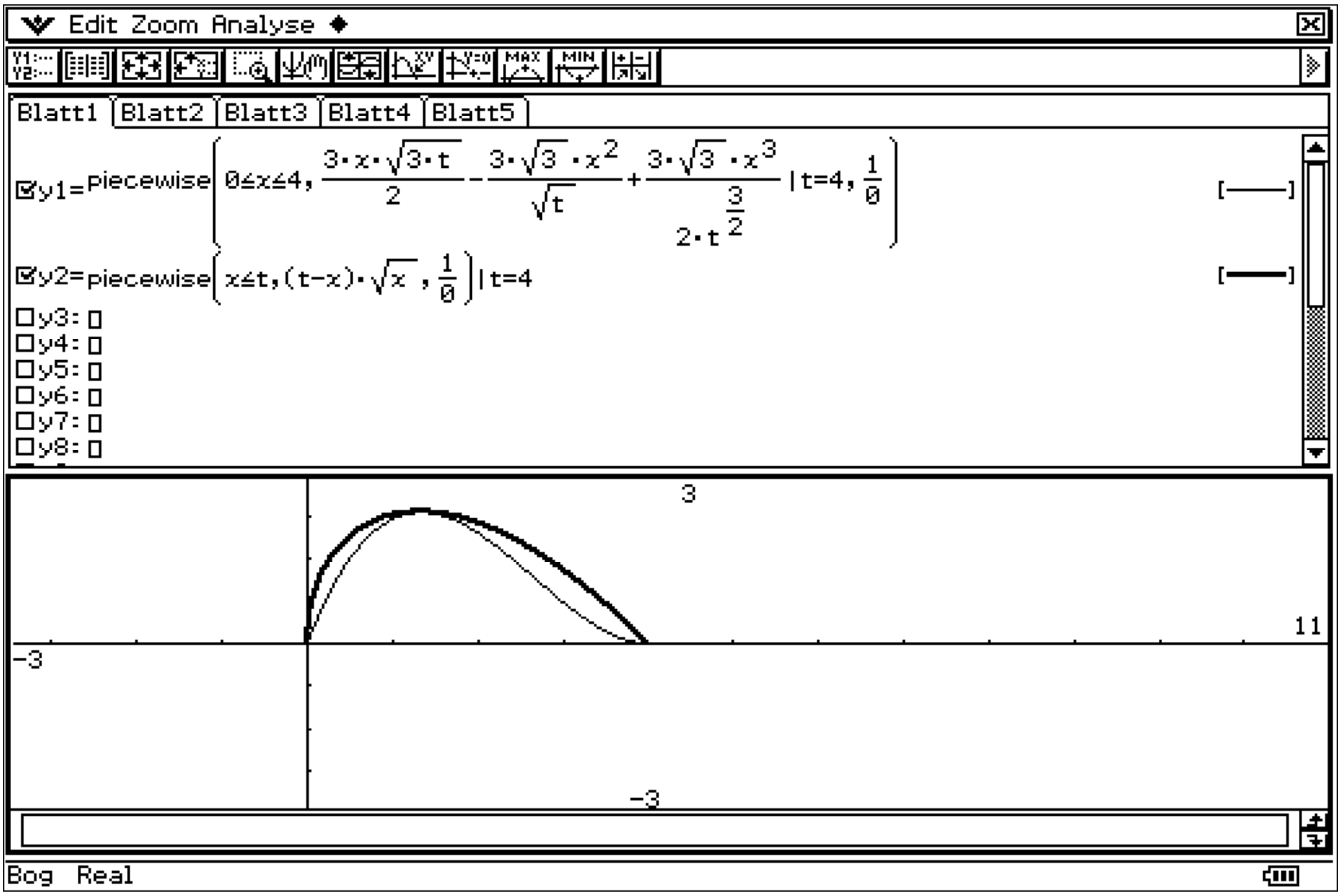
Rechnung im GTR(CAS):

diff((t-x)×x^(1/2),x,1)=0 ergibt (t-3×x)/(2×x^(1/2)) = 0
solve(ans,x) = {x=t/3} ist die Maximumstelle

(t-x)×x^(1/2)|x=t/3 ergibt 2×3^(1/2)×t^(3/2)/9 als Maximalwert
3×a×x^2+2×b×x-a×t^2-b×t=0|x=t/3 ⇒ g1 ergibt (-b×t)/3-2×a×t^2/3=0
a×x^3+b×x^2-(a×t^2+b×t) ×x = 2×3^(1/2)×t^(3/2)/9|x=t/3 ⇒ g2
ergibt b×t^2/9-t×(b×t+a×t^2)/3+a×t^3/27 = 2×3^(1/2)×t^(3/2)/9

solve({g1,g2},{a,b}) = {a=3×3^(1/2)/(2×t^(3/2)), b=(-3×3^(1/2))/t^(1/2)}
Define $p_t(x)$=a×x^3+b×x^2-(a×t^2+b×t)×x|{a=3×√(3)/(2*t^(3/2)), b=-3×√(3)/√(t)}
done
$p_t(x)$ ergibt 3×x×(3×t)^(1/2)/2-3×3^(1/2)×x^2/t^(1/2)+3×3^(1/2)×x^3/(2×t^(3/2))

Vergleich der Konturen



andere Lösung:
die 4 Punkte nutzen und eine kubische Regression durchführen
P1(0;0), P2(t/3; 2×√(3)×t^(3/2)/9), P3(2t/3; √(6)×t^(3/2)/9), P4(t;0)

Rechnung im GTR(CAS):
(t-x)×x^(1/2)|x=2×t/3 ergibt 6^(1/2)×t^(3/2)/9

Ansatz MKQ (Nullstellen bereits beachtet):
p_t(x) = a×x^3+b×x^2-(a×t^2+b×t)×x
F(a,b) = (2×√(3)×t^(3/2)/9 - p_t(t/3))^2 + (√(6)×t^(3/2)/9 - p_t(2t/3))^2 → min

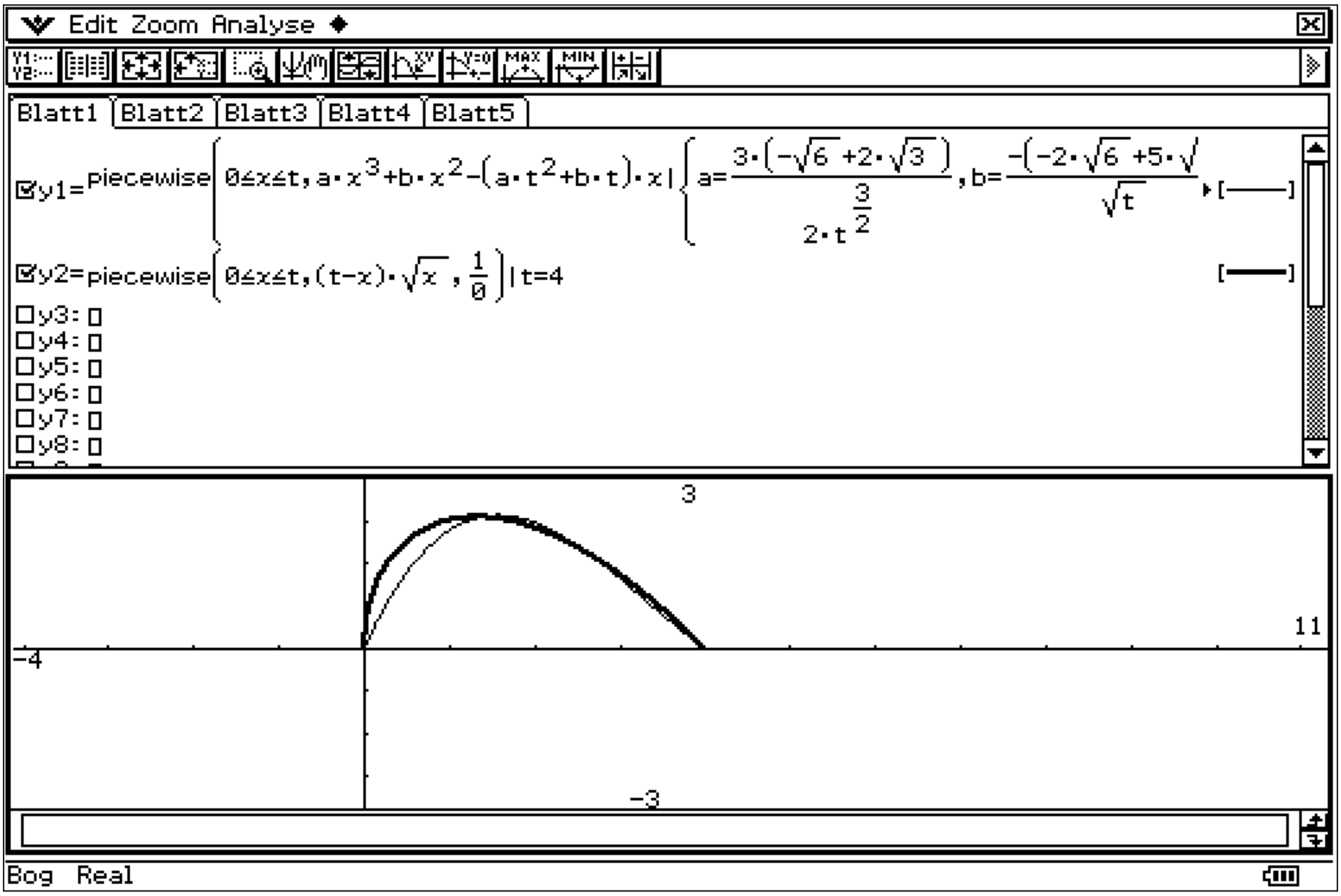
F(a,b) wird minimal, wenn hier beide Differenzen Null werden.
Es ergeben sich zwei lineare Gleichungen mit den zwei Unbekannten a,b:
2×√(3)×t^(3/2)/9 - p_t(t/3) = 0 und √(6)×t^(3/2)/9 - p_t(2t/3) = 0

Rechnung im GTR(CAS):
Define p_t(x) = a×x^3+b×x^2-(a×t^2+b×t)×x
done
simplify(2×√(3)×t^(3/2)/9 - p_t(t/3) = 0) ⇒ g1 ergibt eine lineare Gleichung in a,b
2×t×(3×(3×t)^(1/2)+3×b×t+4×a×t^2)/27 = 0
simplify(√(6)×t^(3/2)/9 - p_t(2t/3) = 0) ⇒ g2 ergibt eine zweite lineare Gleichung in a,b
t×(3×(6×t)^(1/2)+6×b×t+10×a×t^2)/27=0

simplify(solve({g1,g2},{a,b})) ergibt die eindeutige Lösung des linearen Gleichungsystems
{ a = 3×(-√(6)+2×√(3))/(2×t^(3/2)), b = -(-2×√(6)+5×√(3))/√(t) }

Vergleich der Konturen

Kubische Regression:



Pflichtaufgabe 1.6

geg. A_i = {i-te Blumenzwiebel 1. Wahl keimt}, p = P(A_i) = 0.95
B_i = {i-te Blumenzwiebel 2. Wahl keimt}, q = P(B_i) = 0.75
n = 25 (Packungsinhalt einer Packung 1. oder 2. Wahl), i = 1(1)n.

Ein Kunde erwirbt je eine Packung 1. und 2. Wahl

ges.
Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass alle Zwiebeln in der Packung 1. Wahl keimen.

Lösung: $P(A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n)$ = 0.95^n = 0.95^25 = 0.2774

Rechnung im GTR:
0.95^25 = 0.2773895731

ges.
Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 75% der Zwiebeln aus Packung 2. Wahl keimen.

Lösung:
Ansatz:
Bernoulli-Schema mit $P(X_i=1)=P(B_i)=0.75$ und $P(X_i=0)=1-P(X_i=1)=0.25$ und
$S_n = X_1 + X_2 + X_n \geq 0.75\times25 = 18.75$
S_n ist binomialverteilt mit n=25 und p=0.75
$P(S_n \geq 19) = 1- P(S_n \leq 18) = 1\text{-binomialCDf}(18,25,0.75) = 0.5611$

Rechnung im GTR:
1 - binomialCDf(18,25,0.75) = 0.5610980541

geg. Händler erhält Stiege mit mehreren Hundert Zwiebeln ohne Angabe der Güteklasse,
Test mit Stichprobenumfang n=50

ges. Testablauf für die Hypothese "In der Stiege befinden sich Zwiebeln 1. Wahl"

Lösung:
1. Nullhypothese H_0: $p=p_0=0.95$,
   Alternativhypothese Ha: $p<p_0=0.95$, d.h. einseitiger kritischer Bereich
2. Signifikanzniveau $\alpha=0.10$ (vorgegeben)
3. Testgröße $T = S_n = X_1 + X_2 + X_n$, S_n ist binomialverteilt mit n=25 und $p=p_0=0.95$,
   hierbei $P(X_i=1) = P(A_i) = 0.95$ und $P(X_i=0) = 1 - P(X_i=1) = 0.05$ (Bernoulli-Schema)
4. kritischer Bereich: $K^* = \{t \mid t < z\_\alpha\}$ und $t = S_n$
5. Entscheidungsregel:
   Gilt $S_n = t < b_\alpha$ ($B(n,p_0)$-Quantil der Ordnung α), dann H_0 ablehnen, d.h.
   $S_n < b_\alpha = 45$, somit
   kein Einwand gegen H_0, falls mindestens 45 der 50 Zwiebeln keimen
   und damit die Stiege die 1. Wahl vermuten lässt.

Rechnung im GTR:
invBinomialCDf(0.1,50,0.95) = 45

Kontrolle:
binomialCDf(44,50,0.95) = 0.03777617299
binomialCDf(45,50,0.95) = 0.1036168101

ges. Erklärung Fehler 1.Art bzw. 2.Art am betrachteten Test

Lösung:

Fehler 1.Art: Ablehnung von H_0, obwohl H_0 richtig ist. D.h., obwohl die Stiege 1.Wahl ist, kann es mit der Wahrscheinlichkeit α passieren, dass nur höchstens 44 der 50 ausgewählten Zwiebeln keimen. Dann würde man mit der Irrtumswahrscheinlichkeit α die Hypothese "In der Stiege befinden sich Zwiebeln 1. Wahl" ablehnen und damit einen Fehler 1. Art begehen.

Fehler 2.Art: Nichtablehnung von H_0, obwohl H_0 falsch ist. D.h., obwohl die Stiege 2.Wahl ist, kann es mit der Wahrscheinlichkeit ß passieren, dass mindestens 45 der 50 ausgewählten Zwiebeln keimen. Dann würde mit der Wahrscheinlichkeit ß man die falsche Hypothese "In der Stiege befinden sich Zwiebeln 1. Wahl" nicht ablehnen und damit einen Fehler 2. Art begehen.

Rechnung mit GTR: $ß = P(S_n>44) = 0.00705$ unter H_a
1-binomialCDF(44,50,0.75) = 0.007046225322

Sachsen 2010 Abitur Mathematik-Leistungskurs(LK)-Muster

Lösungen mit GTR-Unterstützung (ClassPad und Hinweise auf das CAS)

(Reine Rechnungen können im Main-Menü erfolgen, im eActivity-Menü können zusätzlich zu den Rechenschritten auch reine Texte und spezielle Arbeitsfenster mit eingebunden werden.)

Pflichtaufgaben
Teil B: (mit Taschenrechner)

Aufgabe 2 (Algebra, Stochastik)

geg. Ellipse in x-y-Ebene mit Mittelpunkt im Koordinatenursprung und Achsen der Ellipse auf den Koordinatenachsen liegend (d.h. Ellipse nicht im Koordinatensystem gedreht).
Oberhalb der Ellipse liegt ein parabolischer Zylinder in Richtung y-Achse (1 Einheit = 1m).

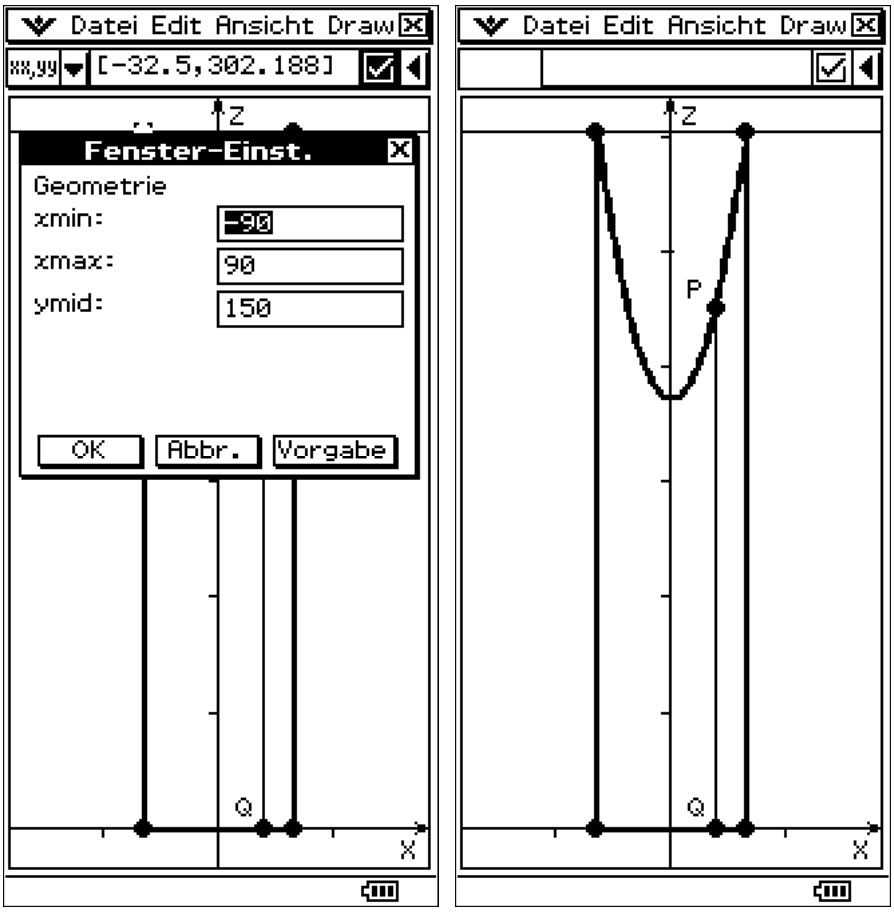
Pflichtaufgabe 2.1

geg. parabolischer Zylinder
z = 0.11x^2+186 (y bel.) mit
-32.5 ≤ x ≤ 32.5 (hier y=0)

ges. Höhe des Scheitelpunktes über der x-y-Ebene und Breite (Länge) der Parabel in den Endpunkten (d.h. Breite 2a, wobei a die große Halbachse der Ellipse bezeichnet) sowie die Gebäudehöhe.

Lösung:
z_{min} = 186m für x=0, d.h.
Scheitelpunkt liegt 186m über der x-y-Ebene.
Breite = 2a = 2×32.5 = 65m
(Länge des x-Intervalls)
Gebäudehöhe = z(32.5) =
0.11×32.5^2 + 186 = 302,2m

Rechnung mit GTR:
0.11*32.5^2+186 = 302.1875



Parabel in x-z-Ebene (y=0)

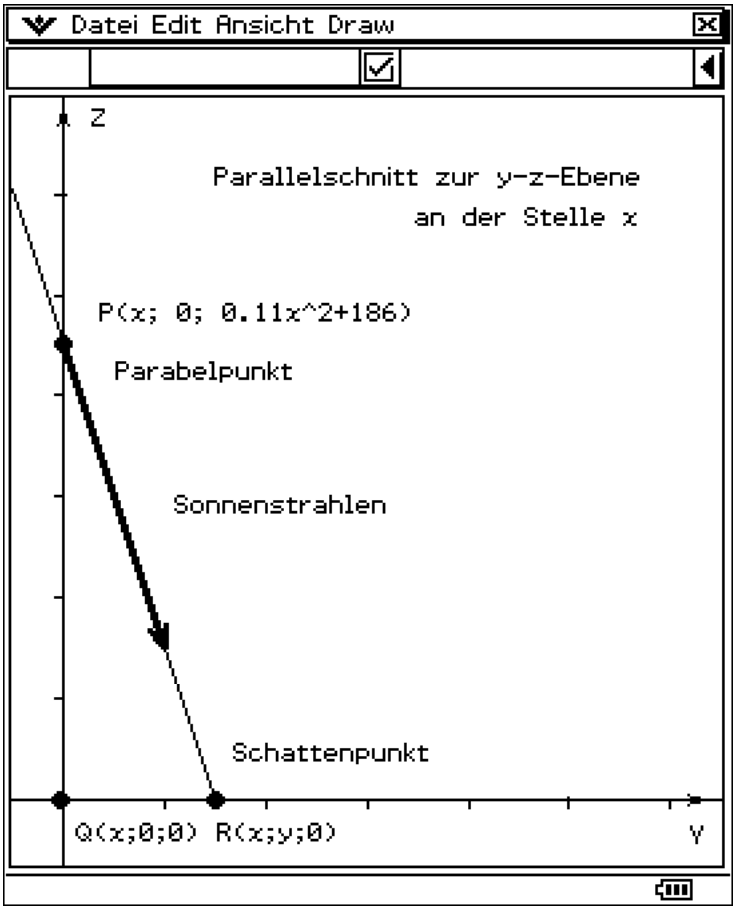
Pflichtaufgabe 2.2

geg. Richtungsvektor der Sonnenstrahlen **s** = [[0],[5],[-15]] in y-z-Ebene

ges. Schatten der Parabel z = 0.11x^2+186 mit -32.5≤x≤32.5 (hier y=0) in der x-y-Ebene und Flächeninhalt der Parabelöffnung

Lösung:

Sonnenstrahl in y-z-Ebene (an der Stelle x)



Geradengleichung durch P mit Richtungs-vektor **s**:

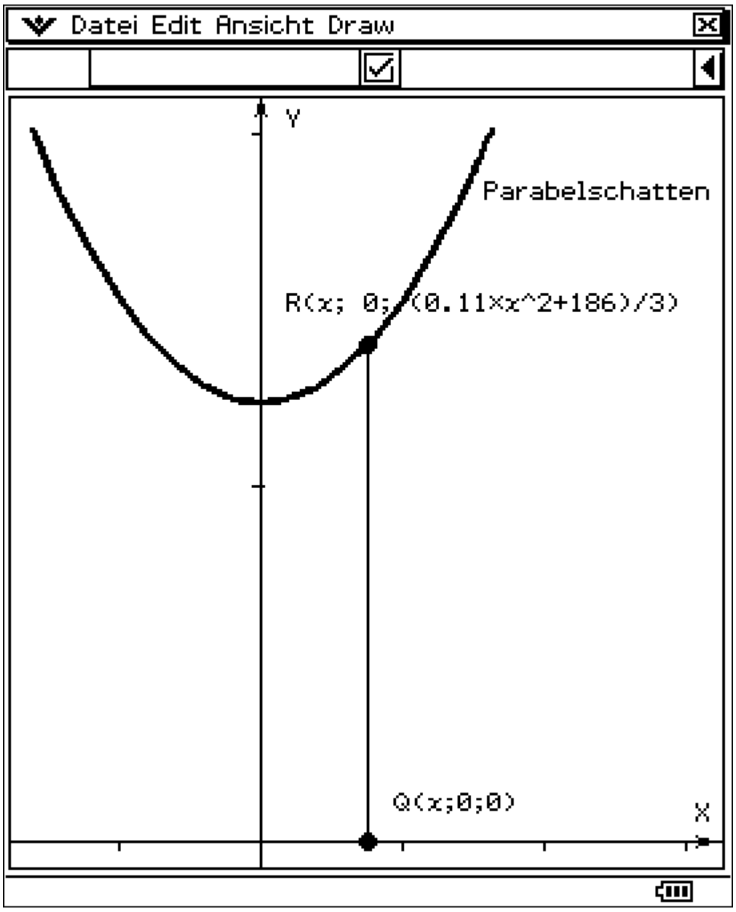
r(t) =
P + t×**s** =
[[x],[0],[0.11x^(2)+186]] +t×[[0],[5],[-15]], t∈R.

z = 0 für 0.11x^(2)+186 = -15t.

d.h.

t = t(x) = (0.11x^2+186)/(-15)
mit -32.5 ≤ x ≤ 32.5

Parabel in x-y-Ebene:



y(x) = 5×t(x) = (1/3)×(0.11x^2+186)

Flächeninhalt der Parabelöffnung
(in x-y-Ebene):

A = 2×∫(y(32.5)-y(x),x,0,32.5)
= (2/3)×∫(0.11×32.5^2+186 -
0.11x^2-186,x,0,32.5)
= (0.22/3)×∫(32.5^2 - x^2,x,0,32.5)
= (0.22/3)×(32.5^2x - (1/3)x^3)|x=32.5
= (0.22/3)×32.5^3×(1 - 1/3)
= (0.44/9)×32.5^3 = 1678.26

Rechnung im GTR:
Define y(x)=(0.11x^2+186)/3
Done

2*∫(y(32.5)-y(x),x,0,32.5) = 1678.263889

Der gesuchte Flächeninhalt beträgt 1678m².

CASIO
EDUCATIONAL PROJECTS

Pflichtaufgabe 2.3

geg. zwei Laser L_1 und L_2 in $PL_1(0;45;20)$
und $PL_2(0;-55;0)$

Laserstrahl von L_1 in Ebene
E_1: $(-65a+1300)\times y - 2925z = -2925a$ (x beliebig)

Laserstrahl von L_2 in Ebene
E_2: $-65a\times y + 3575z = 3575a$ (x beliebig)

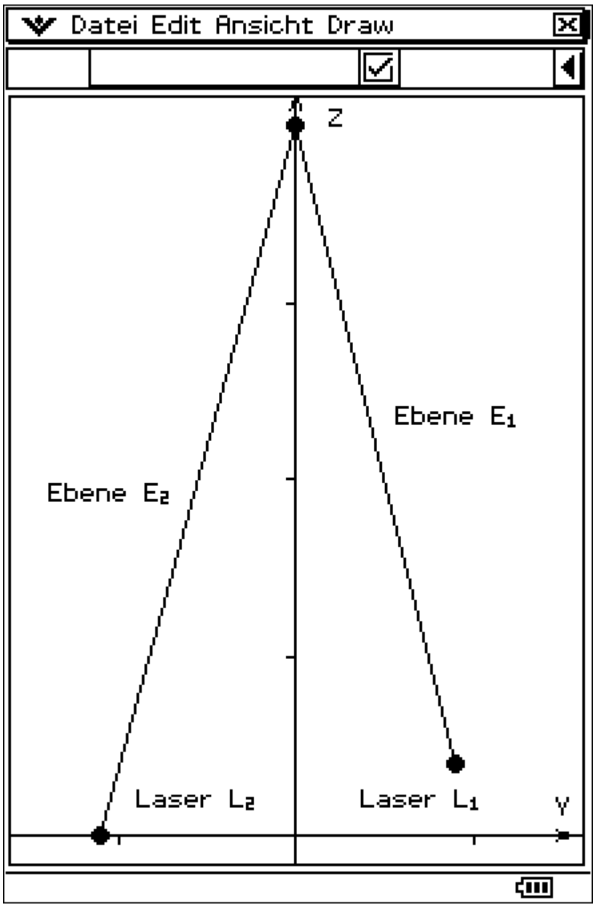
Parameter a wird gesteuert (durch einen Computer)

ges. Werte von a, so dass L_1 die Parabelöffnung überstreicht

Lösung:
$P(0;0;186)\in E_1$: $-2925\times 186 = -2925\times a$ ergibt a=186
$P(0;0;302.2)\in E_1$: $-2925\times 302.2 = -2925\times a$
ergibt a=302.2

Somit gilt für a: **186 < a < 302.2** (für Ebene E_1)

Bild: Laser in y-z-Ebene



ges. Schnittgerade der Ebenen E_1 und E_2 für a=200

Lösung:
$E_1 = E_2$ ergibt folgendes Gleichungssystem:

E_1: $(-65\times 200+1300)\times y - 2925z = -2925\times 200$ (1)
E_2: $-65\times 200\times y + 3575z = 3575\times 200$ (2)

Man erhält als Lösung y = 0, z = 200 und x beliebig,
d.h. die Schnittgerade hat die Gleichung
r(t) = [[0],[0],[200]] + t×[[1],[0],[0]], t∈R.

Rechnung im GTR:
solve({(-65*200+1300)*y-2925*z=-2925*200,-65*200*y+3575*z=3575*200,0=0},{x,y,z})
ergibt {x=x,y=0,z=200}

Folgender Teil der Geraden liegt in der Parabelöffnung:
z = 0.11x^2+186 mit z=200 betrachten
200=0.11*x^2+186*ergibt
$x_{1,2} = \pm\sqrt{(200-186)/0.11} = \pm 11.2815215$, d.h. -11.28<t<11.28

Rechnung im GTR:
((200-186)/0.11)^(1/2) = 11.2815215

ges. Schnittwinkel der Ebenen E_1 und E_2

Lösung:
Schnittwinkel der Normalenvektoren ermitteln:
Nebenrechnung:
-65×200+1300 = -13000+1300 = -11700

$\mathbf{n}_1$ = [[0],[-11700],[-2925]] und $\mathbf{n}_2$ = [[0],[-13000],[3575]]

Hieraus folgt
dotP($n_1°$, $n_2°$) = dotP([[0],[-11700],[-2925]], [[0],[-13000],[3575]]) /
(norm([[0],[-11700],[-2925]]) × norm([[0],[- 13000],[3575]]))
= 0.8711067371

Rechnung im GTR:

dotP([[0],[-11700],[-2925]], [[0],[-13000],[3575]]) /
(norm([[0],[-11700],[-2925]]) × norm([[0],[-13000],[3575]])) = 0.8711067371

Größe des Schnittwinkels:
$\angle(n_1,n_2)$ = arccos(0.8711067371) = 29.4°

Rechnung im GTR: (Altgradmodus)
$\cos^{-1}$(0.8711067371) = 29.41249472

Pflichtaufgabe 2.4

Zwei Farben (violett, gelb) erscheinen im zufälligen Wechsel (Rhythmus 1min)

geg. Ereignis A = {L_2 leuchtet violett} mit P(A) = 0.35, n=10 Sequenzen

ges. $P(S_n>ES_n)$, wobei S_n die zufällige Anzahl des Auftretens von gelb bezeichnet.

Lösung:
Bernoulli-Schema mit P(Xi=0) = P(A) = 0.35 und
$P(X_i=1) = 1-P(X_i=0) = 0.65$ für i-te Sequenz

$EX_i = 0.65$, $ES_n = 10×0.65 = 6.5$
Somit $P(S_n>ES_n) = P(S_n>6.5) = 1-P(S_n<6.5)$ = 1-binomialCDf(6,10,0.65) = 0.51383

Rechnung mit GTR:
1-binomialCDf(6,10,0.65) ergibt 0.5138270164

Pflichtaufgabe 2.5

geg. primäre Häufigkeitstabelle für n=10 beobachtete Stichproben S ($S_1,S_2,...,S_n$, Laser L_1 mit Blick auf das Auftreten von violett) jeweils mit 10 Sequenzen.

S = k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h_k	0	0	1	3	3	1	2	0	0	0	0
$k \times h_k$	0	0	2	9	12	5	12	0	0	0	0

ges. Begründung für $p = P(\{L_1 \text{ leuchtet violett}\}) = 2/5 = 0.4$

Lösung:
$Y = S_1+S_2+...+S_n$ sei die zufällige Anzahl von "violett" in $n\times 10$ Sequenzen
bzw. in 10n Minutentakten.
Y ist B(10n,p)-verteilt. Es gilt $E(Y) = (10n)\times p$, d.h.
$p = E(Y/(10n)) = E((S_1+S_2+...+Sn)/(10n))$.

Der Erwartungswert p wird nun durch den empirischen Mittelwert geschätzt:
$\hat{p} = (1/(10n))\times\sum(k\times h_k,k,0,n) = (1/100)\times 40 = 2/5 = 0.4$,
d.h. in 40 von 100 beobachteten Sequenzen trat violett auf.
Das entspricht einer geschätzten Wahrscheinlichkeit von 0.40.

Rechnung im GTR:
seq(k,k,0,10,1)⇒xlist

{0,0,1,3,3,1,2,0,0,0,0}⇒hlist

sum(xlist*hlist)/(10*10) ergibt 0.4

ges. Simulationsprogramm (Bernoulli-Schema mit n=200) zum Zufallsexperiment
"Entscheidung für violettes oder gelbes Licht beim Laser L_1"

Lösung:
Folge von Zufallszahlen X_1, X_2, ..., X_{200} erzeugen gemäß der Definition
$P(X_i=1) = P(\{\text{i-te Sequenz erscheint mit violettem Licht beim Laser } L_1\}) = 0.4$
$P(X_i=0) = P(\{\text{i-te Sequenz erscheint mit gelbem Licht beim Laser } L_1\}) = 0.6$

Mit dem Befehl rand() (ohne Argument) wird eine stetige gleichverteilte Zufallszahl im Intervall (0,1) generiert.

Simulationsprogramm SimulV01:

```
ClrText                      Löschung des Ausgabefensters
seq(0,x,1,200,1)⇒list1       Bereitstellung einer Liste mit 200 Nullen
For 1⇒i To 200 Step 1        Laufanweisung
If rand()<0.6
Then
0⇒X
Else
1⇒X
IfEnd
X⇒list1[i]
Next
print list1                  Ausgabe der simulierten Datenliste
Stop
```

kürzere Programmvariante SimulV02:

ClrText	
seq(0,x,1,200,1)⇒list1	Bereitstellung einer Liste mit 200 Nullen
For 1⇒i To 200 Step 1	Laufanweisung
(signum(rand()-0.6)+1)/2⇒list1[i]	
Next	
print list1	Ausgabe der simulierten Datenliste
Stop	

Die Programme müssen außerhalb der eActivity im Programmeditor erstellt und abgespeichert werden. Die Programme können dann komprimiert und im library-Ordner abgespeichert werden. Über den library-Ordner stehen sie dann auch in einer eActivity zur Verfügung:

Rechnen im GTR:

SimulV01( )
    Done

list1 ergibt
{0,1,0,0,0,0,0,1,1,0,0,1,0,0,1,1,0,1,0,1,1,0,0,0,1,1,0,1,0,1,1,0,1,0,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0,
1,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0,1,0,0,1,0,0,1,0,1,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,1,0,1,0,
1,0,1,0,1,1,0,0,0,0,1,0,1,0,0,0,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,1,1,0,1,0,0,0,1,0,0,0,0,1,0,0,1,
0,1,0,1,1,0,0,0,0,1,1,0,1,0,0,0,1,1,0,0,1,0,0,0,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,1,1,0,1,1,1,0,0,1,0,1}

sum(list1)/200 ergibt 0.445

SimulV02( )
    Done

list1 ergibt
{1,1,0,1,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,0,0,0,1,1,1,0,1,0,0,1,1,0,1,1,0,0,1,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0,0,1,
1,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,1,0,1,0,0,0,1,0,1,0,1,1,1,1,0,1,0,1,0,0,0,0,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,1,
0,0,1,0,1,1,1,0,0,0,0,0,0,1,0,1,0,0,0,0,0,1,1,0,1,1,0,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,1,0,1,1,0,1,1,0,
0,0,0,0,0,1,0,1,0,0,1,1,1,0,1,1,1,1,0,1,0,1,1,1,0,1,0,1,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,1,1}

sum(list1)/200 ergibt 0.395

Die Listenanzeige im Ergebnisfenster ist begrenzt, so dass ein separater Aufruf von list1 den Einblick in die gesamte Liste ermöglicht (Zeile scrollen).