

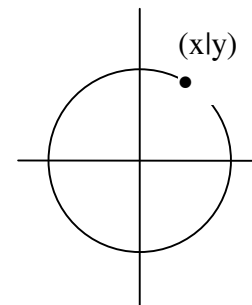
Trainingsblatt 12: **Sinus- und Cosinus-Werte am (Einheits-)Kreis****Was man weiß, was Schüler/in wissen sollte. Check-Up zu Begriffen und Schreibweisen.**

Die Definition für sin und cos am Einheitskreis. Der Satz des Pythagoras. Die Arbeit mit Daten in Listenform sowie das Plotten geeigneter Listenpaare.

1. Ermittle x- und y-Koordinaten für Kreispunkte (x|y) mit $r = 10$ cm per Zeichnung auf dem AB! Achte auf genaue Winkel und lies dabei die Längen möglichst auf den Millimeter genau ab.

Liste L1 α in $^\circ$	Liste L2 x in cm	Liste L3 y in cm
0	10,0	0,0
10		
20		
30		
40		
45		
50		
60		
70		
80		
90		

AB mit 10 cm Kreis



2. Beschreibe den Zusammenhang zwischen den x- und y-Koordinaten der Zeichnung? Gib Gleichungen für x und y an. Was fällt in den Listen L2 und L3 besonders auf?

x =

y =

3. Überprüfe deine x- und y-Daten mit "KREISXY" und gib die Listen L1 bis L3 in den GTR ein.
4. Plote geeignete Listen-Paare
- Stelle damit die Sinus- und Cosinus-Funktion für 0 bis 90° dar.
 - Verfahre analog für die Cosinus-Funktion.
5. Finde mindestens zwei Eigenschaften der sin- und cos-Funktion heraus und begründe sie. Tipp: In jeder Formelsammlung steht dazu einiges.
6. Sinus- und Cosinus-Funktion lassen sich auf 0 bis 360° fortsetzen. Ein Blick auf die Ergebnisse der Aufgabe 5 oder auf den Anfangskreis kann dir dabei helfen. Setze die Listen L1 bis L3 fort und gönne dir einen Blick auf deine erweiterte Darstellung bevor du die glatte grafische Darstellung von $\sin(x)$ und $\cos(x)$ im Deg-Modus in einem passenden Fenster betrachtest.

Trainingsblatt 12: **Sinus- und Cosinus-Werte am (Einheits-)Kreis**

Falls nicht anders vorgegeben, löst du die Aufgaben so wie in den Unterrichtsbeispielen.

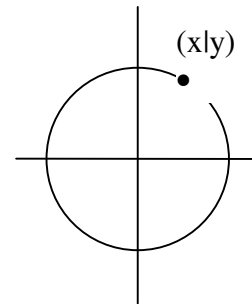
Durch die Dokumentation deines Lösungsweges wird immer deutlich, wie du selbst vorgegangen bist. Natürlich muss auch die Verwendung des eingeführten Rechners ersichtlich sein. Du findest hier deshalb nur die Endergebnisse oder mal einen Tipp für einen besonderen Lösungsweg.

LÖSUNGEN

1.

Liste L1 α in $^\circ$	Liste L2 x in cm	Liste L3 y in cm
0	10,0	0,0
10	9,8	1,7
20	9,4	3,4
30	8,7	5,0
40	7,7	6,4
45	7,1	7,1
50	6,4	7,7
60	5,0	8,7
70	3,4	9,4
80	1,7	9,8
90	0,0	10,0

AB mit 10 cm Kreis



2. Das Symmetrieverhalten und die „Gegenläufigkeit“ zu den Werten bei 45° fallen besonders auf.

$$x = \cos \alpha = \sqrt{(100 - y^2)}, \quad \cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{AK}{\text{Hyp.}} = \frac{x}{10}$$

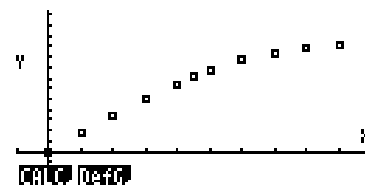
$$y = \sin \alpha = \sqrt{(100 - x^2)}, \quad \sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{GK}{\text{Hyp.}} = \frac{y}{10}$$

3. Überprüfe deine x- und y-Daten mit "KREISXY" und gib die Listen L1 bis L3 in den GTR ein. Achtung, hier soll $r = 1$ gelten! In obiger Tabelle ist der Faktor 10 wirksam.

4. Plotten geeigneter Listen-Paare

a) Plot 1: L1, L3 (x als α gegen $\sin \alpha$), siehe rechts

b) Plot 2: L1, L2 (x als α gegen $\cos \alpha$)



5. Finde mindestens zwei Eigenschaften

der sin- und cos-Funktion heraus und begründe sie.

Tipp: In unserer Formelsammlung steht dazu einiges.

- z.B.: $\sin(90^\circ - 30^\circ) = \cos 30^\circ \Rightarrow \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ bzw. $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, Symmetrie bzw. Versatz der Listen-Werte in L2 & L3 $\Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$ im α, β, γ -Dreieck
- $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$, Symmetrie, Schnitt-Pkt. der beiden Graphen
- $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$ bzw. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. GTR-Test sinnvoll, z.B. als neue Liste L4.
- $\sin(90^\circ + \beta) = \sin(90^\circ - \beta)$ für bel. β , Tabelle erweitern, GTR-Test möglich und sinnvoll!

Xmin=-1,45, Xmax=1,45, scale = 0,25, Ymin=-0,45, Ymax=1, scale = 0,25, 0-180°, ptch = 5

6. Infolge der Periodizität braucht es keine neuen Daten sondern nur die richtige Fortschreibung.

Zum Vergleich mit $\sin(x)$ wähle Xmin: -240; max: 390; scale: 45; dot: 5; Ymin: -1,5, max: 1,5; scale: 0,5.

Hinweise zum Teacher-Tool "KREISXY"

Das Utility bietet Zugriff auf die Kreiskoordinaten für einen Kreis mit $r = 1$ im Parameter-Mous mit der Schrittweite $\Delta T = 5$.

Hinweise zum Einsatz des Arbeitsblattes

Das vorliegende Tool dient zunächst der Unterstützung bzw. Aufarbeitung der Theorie zur Definition von $\sin(x)$ und $\cos(x)$.

Zusätzlich können einige wichtige Eigenschaften und Zusammenhänge dieser beiden grundlegenden trigonometrischen Funktionen erarbeitet werden. Dabei wird zunächst der Modus Deg gewählt. Die Arbeit mit Listen und das Plotten der Daten sollte eingeübt sein.

Hinweis zum Extrablatt mit dem 10 cm Kreis

Der Kreis ist sinnvollerweise auf Millimeterpapier zu zeichnen.

Der Radius von $r = 10$ cm passt eben gerade auf ein DIN A4 Blatt (210x297 mm). Auf der rechten bzw. linken Seite muss man allerdings auf je 1 cm Kästchenraster verzichten. Die Winkel lassen sich per Geo-Dreieck i.d.R. auf ein halbes Grad genau eintragen.