

## Binomialverteilung

---

### Was man weiß, was Schüler/in wissen sollte. Check-Up zu Begriffen und Schreibweisen.

Wiederholt man einen Bernoulli-Versuch (Erfolgswahrscheinlichkeit  $p$ , Misserfolgswahrscheinlichkeit  $q = 1 - p$ )  $n$ -mal, so ist die Wahrscheinlichkeit für  $k$  Treffer durch die Binomialverteilung per  $P(X = k)$  gegeben. Besondere Wahrscheinlichkeiten, die – ausgehend von  $P(X = k)$  – teilweise mittels der Komplementärregel und der kumulierten Verteilung zu berechnen sind:

Höchstens  $k$  Erfolge mit  $P(X \leq k)$ , weniger als  $k$  Erfolge mit  $P(X < k)$ , mehr als  $k$  Erfolge mit  $P(X > k)$  und mindestens  $k$  Erfolge mit  $P(X \geq k)$ .

---

Gib Wahrscheinlichkeiten – soweit möglich – in Prozent auf eine Nachkommastelle gerundet an.

### Aufgaben mit Minimalanforderungen

Bestimme die Wahrscheinlichkeit(en) mit Hilfe der Binomialverteilung.

- Ein Würfel wird 10-mal geworfen und die Sechsen notiert. Berechne  $P(X = 2)$ .
- In Schokokugeln soll in jeder siebten Kugel eine Figur enthalten sein. Berechne für den Kauf von 3 Kugeln  $P(X = \{0, 1, 2, 3\})$ .
- Eine Münze wird 20-mal geworfen. Berechne  $P(X = 10)$ .
- Bei einer Qualitätskontrolle haben 5% der Kerzen kleinere Mängel. Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben von 10 Kerzen 2 kleinere Mängel?
- 40% der Mitteleuropäer haben Blutgruppe A. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden unter 100 Blutspendern genau 45 die Gruppe A haben.

### Aufgaben mit Standardanforderungen

Bestimme die Lösungen.

- An einer Losbude gewinnen 2 von 6 Losen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht jemand bei 7 Losen weniger als 4 Gewinne.
- 70% der Fahrer halten sich auf einem bestimmten Autobahnabschnitt an die Richtgeschwindigkeit. Zeichne und beschreibe für  $n = 10$  das Histogramm für  $P(k \text{ zu schnelle Fahrer})$ .
- Ein Spieler darf das erst Spielfeld betreten, wenn er eine Sechse gewürfelt hat. Er hat einen Versuch, dann wird der Würfel weitergegeben. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es keinem, einem, zwei oder sogar allen drei Spielern in der ersten Runde gelingt?
- Die Geburtswahrscheinlichkeiten für Jungen und Mädchen sind etwa gleich. Zeichne und beschreibe für eine Familie das Histogramm für  $P(k \text{ Jungen unter 3 Kindern})$ .

### Aufgaben mit höherem Schwierigkeitsgrad

- An einer Autorallye nehmen u.a. 8 Wagen des gleichen Typs teil. Jeder von ihnen kann mit der Chance 60% das Ziel der Rundfahrt erreichen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommen mindestens 3 Wagen ins Ziel?
- Beim Multiple-Choice-Test ist jeweils genau eine von 5 Antwortmöglichkeiten richtig. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind mehr als 10 von 25 Fragen richtig?
- Zwei Würfel werden gleichzeitig geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt man bei 5 Würfeln höchstens einen Pasch?

## Binomialverteilung

---

Falls nicht anders vorgegeben, löst du die Aufgaben so wie in den Unterrichtsbeispielen. Durch die Dokumentation deines Lösungsweges wird immer deutlich, wie du selbst vorgegangen bist. Natürlich muss auch die Verwendung des eingeführten Rechners ersichtlich sein. Du findest hier deshalb nur die Endergebnisse oder mal einen Tipp für einen besonderen Lösungsweg.

---

### LÖSUNGEN

#### Aufgaben mit Minimalanforderungen

Bestimme die Wahrscheinlichkeit(en) mit Hilfe der Binomialverteilung.

- a) Würfeln der Sechs:  $n = 10$ ,  $p = 1/6$ ,  $P(X = 2) \approx 29\%$ .
- b) Schokokugeln:  $n = 3$ ,  $p = 1/7$ ,  $P(X = \{0, 1, 2, 3\}) \approx 63\%$ ; 31,5%; 5%; 0,3%
- c) Wappen oben:  $n = 20$ ,  $p = 1/2$ ,  $P(X = 10) \approx 17,6\%$ .
- d) Kerzen:  $n = 10$ ,  $p = 0,05$ ,  $P(X = 2) \approx 7,5\%$ .
- e) Blutspender:  $n = 100$ ,  $p = 0,4$ ,  $P(X = 45) \approx 4,8\%$ .

#### Aufgaben mit Standardanforderungen

Bestimme die Lösungen.

- a) Losbude:  $n = 7$ ,  $p = 2/6$ ,  $P(X < 4) = P(X \leq 3) \approx 82,7\%$ .
- b) Schnelle Fahrer: Hist. zu  $P(k \text{ zu schnelle Fahrer})$ , keine Symmetrie, Max. bei  $P(3) \approx 26,7\%$ .
- c) Warten auf die Sechs:  $n = 3$ ,  $p = 1/6$ ,  $P(X = \{0, 1, 2, 3\}) \approx \{57,9\%; 34,7\%; 6,9\%; 0,5\%\}$ .
- d) Geburten: Hist. zu  $P(k \text{ Jungen unter } 3 \text{ Kindern})$ ,  $p = q$ , also Symmetrie, beide Max. 37,5%.

#### Aufgaben mit höherem Schwierigkeitsgrad

- a) Autorallye:  $n = 8$ ,  $p = 0,6$ ;  $P(X \geq 3) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 1 - P(X \leq 2) \approx 95\%$ .
- b) Multiple-Choice-Test:  $n = 25$ ,  $p = 1/5$ ,  $P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) \approx 0,6\%$ .
- c) Höchstens ein Pasch:  $n = 5$ ,  $p = 1/6$ ,  $P(X \leq 1) = 1 - P(X \geq 2) \approx 80,4\%$

## Binomialverteilung

---

### Hinweise zum Teacher-Tool "BINOVERT"

Das Utility bietet den schnellen Zugriff auf die Lösung des Standardproblems:

„Welchen Wert liefert die Binomialverteilung für die Parameter  $n$ ,  $p$  und  $k$  und wie sieht das zugehörige Histogramm aus?“.

Wenn das Histogramm angezeigt wird, hat man mittels SHIFT F1 Zugriff auf die Histogramm-daten. Mit den Cursortasten "Rechts" oder "Links" kann man durch die Daten wandern.

Durch die einfache Dateneingabe kann das vorliegende Tool drei Dinge erleichtern:

- Die Erstellung eigener Arbeitsblätter
- Die innere Differenzierung
- Die Erstellung von Tests und Klassenarbeiten

### Hinweise zum Einsatz des Arbeitsblattes

Um die Selbstkontrolle für die Schüler/innen zu ermöglichen, sind lediglich die Endlösungen angegeben. Damit wird kein irgendwie gearteter Lösungsgang bevorzugt und das Arbeitsblatt bleibt universell einsetzbar.

Während der klassisch händische Lösungsweg auf tabellierte Werte angewiesen ist, bietet der GTR nicht nur direkten Zugriff auf die Wahrscheinlichkeiten für genau  $k$  Treffer, sondern auch auf kumulierte Wahrscheinlichkeitsverteilungen sowie die Histogramme.