

Urnenmodelle

Was man weiß, was Schüler/in wissen sollte. Check-Up zu Begriffen und Schreibweisen.

Wiederholt man einen Bernoulli-Versuch (Erfolgswahrscheinlichkeit p , Misserfolgswahrscheinlichkeit $q = 1 - p$) n -mal, so ist die Wahrscheinlichkeit für k Treffer durch die Binomialverteilung per $P(X = k)$ gegeben.

Urnenmodell für das Ziehen mit und ohne Zurücklegen, Baumdiagramm mit Pfadregeln, Komplementärregel, Binomialkoeffizienten.

Gib - soweit möglich - alle Ergebnisse exakt (einfache Dezimalbruch- oder Bruchdarstellung) an.
Ziehungen: Man zieht nacheinander ohne Zurücklegen (o.Z.) bzw. mit Zurücklegen (m.Z.).

Aufgaben mit Minimalanforderungen

Bestimme die Lösungen.

- a) Aus der Urne (5x rot, 3x blau) zieht man 2-mal o.Z. Bestimme $P(b-b)$.
- b) Aus der Urne (1x rot, 3x grün, 5x schwarz) zieht man 2-mal o.Z. Bestimme $P(s-s)$.
- c) Aus der Urne (1x rot, 4x grün, 3x schwarz) zieht man 2-mal o.Z. Bestimme $P(r-g-s)$.
- d) Aus der Urne (1x rot, 2x grün, 3x schwarz) zieht man 3-mal m.Z. Bestimme $P(s-g)$.
- e) Aus der Urne (2x rot, 3x grün, 2x blau) zieht man 3-mal o.Z. Bestimme $P(r-g-b)$.

Aufgaben mit Standardanforderungen

Bestimme die Lösungen.

- a) Aus einem Gefäß mit Kugeln (1x rot, 2x gelb und 3x blau) zieht man zweimal o.Z. je eine Kugel. Berechne $P(„beide Kugeln haben die dieselbe Farbe“)$.
- b) Ein Gefäß enthält die Kugeln mit den Buchstaben T, O, M und I. Es wird dreimal nacheinander m.Z. (o.Z.) gezogen. Berechne $P(„T-O-M“)$.
- c) Ein Gefäß enthält die Kugeln (bzw. je zwei Kugeln) mit den Buchstaben A, M und O. Es wird 3-mal nacheinander o.Z. gezogen. Berechne $P(„O-M-A“)$ für beide Fälle.
- d) Aus der Urne (3x rot, 4x blau, 1x weiß) zieht man 2-mal o.Z. Bestimme $P(\text{keine blaue})$.

Aufgaben mit höherem Schwierigkeitsgrad

- a) Überprüfe und begründe, ob ein Urnenmodell mit 2 blauen und 3 roten Kugeln ein Zufallsexperiment mit der Trefferwahrscheinlichkeit 40% simulieren kann.
- b) Erstelle ein Urnenmodell: Beim Würfeln mit einem Würfel wird 3-mal nacheinander eine Sechs geworfen. Bestimme damit $P(6-6-6)$.
- c) Aus der Urne (3x schwarz, 2x weiß) zieht man dreimal hintereinander m.Z. (bzw. o.Z.). Bestimme $P(s-s-s)$, $P(\text{genau 2x schwarz})$, $P(\text{genau 1x schwarz})$, $P(0x \text{ schwarz})$.

Urnenmodelle

Falls nicht anders vorgegeben, löst du die Aufgaben so wie in den Unterrichtsbeispielen. Durch die Dokumentation deines Lösungsweges wird immer deutlich, wie du selbst vorgegangen bist. Natürlich muss auch die Verwendung des eingeführten Rechners ersichtlich sein. Du findest hier deshalb nur die Endergebnisse oder mal einen Tipp für einen besonderen Lösungsweg.

LÖSUNGEN

Aufgaben mit Minimalanforderungen

Bestimme die Lösungen.

- a) Acht Kugeln o.Z.: $P(b-b) = 6/56 \approx 10,7\%$.
- b) Neun Kugeln o.Z.: $P(s-s) = 5/18 \approx 27,8\%$.
- c) Acht Kugeln o.Z.: $P(r-g-s) = 4/112 \approx 3,6\%$.
- d) Sechs Kugeln m.Z.: $P(s-g) = 3/12 \approx 16,7\%$.
- e) Sechs Kugeln o.Z.: $P(r-g-b) = 3/30 = 10\%$.

Aufgaben mit Standardanforderungen

Bestimme die Lösungen.

- a) $P(\text{beide Kugeln haben die dieselbe Farbe}) = 2/30 + 6/30 = 4/15 \approx 26,7\%$.
- b) $P(„T-O-M“) = 1/64 \approx 1,6\%$ bzw. $P(„T-O-M“) = 1/24 \approx 4,2\%$.
- c) $P(„O-M-A“) = 1/6 \approx 16,7\%$ bzw. $P(„O-M-A“) = 8/120 \approx 6,6\%$.
- d) Acht Kugeln o.Z.: $P(\text{keine blaue}) = P(r-r) + P(r-w) + P(w-r) = 12/56 \approx 21,4\%$.

Aufgaben mit höherem Schwierigkeitsgrad

- a) Klappt für das Ziehen ohne Zurücklegen, $P(\text{blau}) = 2/5$ und $P(\text{rot}) = 3/5$.
- b) Individuelle Lösung möglich, z.B.: Aus einer Urne (6 Kugeln, je eine Farbe 1 bis 6) zieht man dreimal mit Zurücklegen. Bestimme $P(3x \text{ Farbe } 6)$. $P(6-6-6) = 1/216 \approx 0,46\%$.
- c) Fünf Kugeln m.Z.: $P(s-s-s) = 27/125 = 21,6\%$, $P(\text{genau } 2x \text{ schwarz}) = 54/125 = 43,2\%$, $P(\text{genau } 1x \text{ schwarz}) = 36/125 = 28,8\%$, $P(0x \text{ schwarz}) = 8/125 = 6,4\%$.

Bzw. beim Ziehen o.Z.: $P(s-s-s) = 6/60 = 10\%$, $P(\text{genau } 2x \text{ schwarz}) = 36/60 = 60\%$, $P(\text{genau } 1x \text{ schwarz}) = 18/60 = 30\%$, $P(0x \text{ schwarz}) = 0\%$.

Urnenmodelle

Hinweise zum Teacher-Tool "URNE"

Das Utility bietet den schnellen Zugriff auf die Lösung des Standardproblems:

„Wie lauten die Lösungen zu den klassischen Urnenmodellen mit und ohne Zurücklegen?“.

Wenn das zugehörige Histogramm angezeigt wird, hat man mittels SHIFT F1 Zugriff auf die Histogrammdaten.

Mit den Cursortasen "Rechts" oder "Links" kann man durch die Daten hangeln.

Dabei ist die Anzahl der Farben auf 2 beschränkt. Möchte man mit mehr Farben arbeiten, ist das Baumdiagramm die „bessere“ Wahl.

Durch die einfache Dateneingabe kann das vorliegende Tool drei Dinge erleichtern:

- Die Erstellung eigener Arbeitsblätter
- Die innere Differenzierung
- Die Erstellung von Tests und Klassenarbeiten

Hinweise zum Einsatz des Arbeitsblattes

Um die Selbstkontrolle für die Schüler/innen zu ermöglichen, sind lediglich die Endlösungen angegeben. Damit wird kein irgendwie gearteter Lösungsgang bevorzugt und das Arbeitsblatt bleibt universell einsetzbar.