

Gerade durch zwei Punkte

Was man weiß, was Schüler/in wissen sollte. Check-Up zu Begriffen und Schreibweisen.

Ansatz für eine Geradengleichung $g(x)$ in der Hauptform: $y = m \cdot x + b$, wobei x die Variable der Funktion, $y = g(x)$ der Funktionswert, m die Steigung des Steigungsdreiecks mit $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ und b der y -Achsenabschnitt sind. Eine Gerade ist durch Angabe zweier Punkte eindeutig bestimmt. Sonderfälle sind die Parallelen zur x - bzw. y -Achse. Bei einer Nullstelle x_0 mit $g(x_0) = 0$ wird die x -Achse im Punkt $N(x_0|0)$ geschnitten. $B(0|b)$ ist der Schnittpunkt mit der y -Achse.

Gib - soweit möglich - alle Ergebnisse exakt (einfache Dezimalbruch- oder Bruchdarstellung) an.

Aufgaben mit Minimalanforderungen

Bestimme die Geradengleichung, die Nullstelle x_0 und den y -Achsenabschnitt b für die Gerade durch die beiden Punkte P und Q .

- a) $P(0|1)$ und $Q(2|0)$
- b) $P(0|-1)$ und $Q(2|3)$
- c) $P(0|6)$ und $Q(-3|3)$
- d) $P(0|-4)$ und $Q(-2|4)$
- e) $P(0|2)$ und $Q(2|6)$

Aufgaben mit Standardanforderungen

Bestimme - falls nichts anderes gefragt ist - für die gesuchte Gerade die Geradengleichung, die Nullstelle und den Abschnitt auf der Hochachse.

- a) $P(2|2)$ und $R(3|4,5)$
- b) $A(0,5|1)$ und $B(2|3,5)$
- c) Eine dicke Kerze brennt gleichmäßig ab. Man kennt die beiden Datenpunkte $(1|18)$ u. $(5|6)$. Sie sind vom Typ $(t|k)$, mit der Zeit t und der aktuellen Kerzenlänge k . Wie lang war die Kerze und wann ist sie "aus"?
- d) Für die maximale Pulsfrequenz beim Training gibt es eine Sportstudio-Gleichung $r = f(a)$ mit der Pulsrate r je Minute und dem Alter a in Jahren. Du kennst 2 Datenpunkte $(a|r)$, und zwar $(15|205)$ und $(40|180)$.

Aufgaben mit höherem Schwierigkeitsgrad

- a) Der Preis p für einen Mietwagen wächst für ein Wochenende linear mit der gefahrenen Strecke s in km. Die Angaben auf der Rechnung lassen sich als Datenpunkt $(s|p)$ deuten. Familie Meier besinnt sich noch auf zwei Abrechnungen $(100|116)$ und $(200|159)$. Was muss sie zahlen, wenn sie neuerlich am Wochenende 350 km fährt?
- b) Eine 80 cm hohe zylinderförmige Regentonne wird bei gleichmäßigem Zulauf gefüllt. Nach 3 Minuten steht das Wasser 25 cm hoch. Nach weiteren 2 Minuten steht es bei 33 cm. Wie lange dauert es, bis die Tonne voll ist? Wie hoch steht das Wasser nach 20 Minuten? War die Tonne bei Beginn der Füllung leer?
- c) Biologen beobachten, dass das Zirpen der Grillen sich mit der Außentemperatur verändert. Der Zusammenhang der "Zirps" z pro Minute und der Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ sei als linear angenommen. Man findet die Daten $(T|z)$ als $(20|124)$ und $(27|173)$. Bei welcher Temperatur gibt es 100 "Zirps" pro Minute?

Gerade durch zwei Punkte

Falls nicht anders vorgegeben, löst du die Aufgaben so wie in den Unterrichtsbeispielen. Durch die Dokumentation deines Lösungsweges wird immer deutlich, wie du selbst vorgegangen bist. Natürlich muss auch die Verwendung des eingeführten Rechners ersichtlich sein. Du findest hier deshalb nur die Endergebnisse oder mal einen Tipp für einen besonderen Lösungsweg.

LÖSUNGEN

Aufgaben mit Minimalanforderungen

Bestimme die Geradengleichung, die Nullstelle x_0 und den y-Achsenabschnitt b für die Gerade durch die beiden Punkte P und Q.

- a) $y = -0,5 \cdot x + 1$; $x_0 = 2$; $b = 1$
- b) $y = 2 \cdot x - 1$; $x_0 = 0,5$; $b = -1$
- c) $y = 1 \cdot x + 6$; $x_0 = -6$; $b = 6$
- d) $y = -4 \cdot x - 4$; $x_0 = -1$; $b = -4$
- e) $y = 2 \cdot x + 2$; $x_0 = -1$; $b = -4$

Aufgaben mit Standardanforderungen

Bestimme - falls nichts anderes gefragt ist - für die gesuchte Gerade die Geradengleichung, die Nullstelle und den Abschnitt auf der Hochachse.

- a) $y = 2,5 \cdot x - 3$; $x_0 = 1,2$; $b = -3$
- b) $y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{6}$; $x_0 = -0,1$; $b = \frac{1}{6}$
- c) Länge der Kerze als Funktion der Zeit: $k(t) = -3 \cdot t + 21$. Kerzenlänge $L = 21$ cm, $k(0) = 21$. Nach 7 Stunden ist sie abgebrannt, $x_0 = 7$.
- d) Sportstudio-Gleichung für Pulsrate: $r = f(a) = -a + 220$, $a_0 = 220$, $r(0) = 220$

Aufgaben mit höherem Schwierigkeitsgrad

- a) Mietwagen-Preisfunktion: $p(s) = 0,43 \cdot s + 73$, $p(350) = 223,5$. Familie Meier zahlt 223,5 €.
- b) Füllstandsfunktion: $y = 4 \cdot x + 13$ mit x und y in cm. $y(16,75) = 80$, also ist die Tonne nach 16,75 min voll. $y(20) = 80$ (wegen Überlauf). $y(0) = 13$, also 13 cm als Füllstand zu Beginn.
- c) Zirpsfunktion: $z = g(T) = 7T - 16$, $100 = g(T)$ für $T \approx 16,6$ °C.
Man kann die Daten auch anders sortieren und als Datenpunkte $(z|T)$ betrachten:
Temperaturfunktion: $T = f(z) = \frac{1}{7}z + \frac{16}{7}$, $T = f(100) \approx 16,6$ °C.

Hinweise zum Teacher-Tool "LINES-2P"

Das Utility bietet den schnellen Zugriff auf die Lösung des Standardproblems:

„Wie lautet die Gleichung der Gerade durch zwei beliebige Vorgabepunkte?“.

Die Dateneingabe mit Dezimalpunkt (z.B. 2.0) erzwingt die Ausgabe im gleichen Format. Gleiches gilt für die Eingabe in Bruchform (z.B. $7\frac{1}{4}$ als unechter Bruch per Taste a b/c).

Es liefert zugleich häufig benötigte Kenndaten wie die Steigung, den y-Achsenabschnitt und die Nullstelle.

Durch die einfache Dateneingabe kann das vorliegende Tool drei Dinge erleichtern:

- Die Erstellung eigener Arbeitsblätter
- Die innere Differenzierung
- Die Erstellung von Tests und Klassenarbeiten

Hinweise zum Einsatz des Arbeitsblattes

Um die Selbstkontrolle für die Schüler/innen zu ermöglichen, sind lediglich die Endlösungen angegeben. Damit wird kein irgendwie gearteter Lösungsgang bevorzugt und das Arbeitsblatt bleibt universell einsetzbar.

Die Vielfalt der Lösungswege (klassisch händisch: zugehöriges LGS lösen, Steigung bestimmen und per Punktprobe b ausrechnen, Punkte in ein KoSy eintragen und m und b ablesen, 2-Punkte-Formel anwenden) wird durch den Rechnereinsatz nochmals erweitert (mit Rechner: Plot der Daten mittels Listen und anschließender linearer Regression, zugehöriges LGS durch Rechner lösen lassen, eigenständige Lösungskontrolle durch Darstellung des vermeintlichen Graphen, umfangliche Lösungsoptionen per G-Solv im Grafikmodus).