Trainingsblatt 04: **Geraden und Senkrechte**

Was man weiß, was Schüler/in wissen sollte. Check-Up zu Begriffen und Schreibweisen.

Ansatz für eine Geradengleichung g(x) in der Hauptform: $y = m \cdot x + b$, wobei x die Variable der Funktion, $y = g(x)$ der Funktionswert, m die Steigung des Steigungsdreiecks mit $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ und b der y-Achsenabschnitt sind. Eine Gerade ist durch Angabe zweier Punkte eindeutig bestimmt. Sonderfälle sind die Parallelen zur x- bzw. y-Achse. Bei einer Nullstelle x_o mit $g(x_o) = 0$ wird die x-Achse im Punkt $N(x_o|0)$ geschnitten. $B(0|b)$ ist der Schnittpunkt mit der y-Achse.
Die Orthogonalitätsbedingung für zwei Geraden lautet: $m_1 \cdot m_2 = -1$.

Gib - soweit möglich - alle Ergebnisse exakt (einfache Dezimalbruch- oder Bruchdarstellung) an.

Aufgaben mit Minimalanforderungen
Weise nach, dass A und B auf $g_{A,B}$ liegen und bestimme Mittelpunkt M u. Mittelsenkrechte m_s.

a) $g_{A,B}$: $y = 2x - 8$ mit A(0|-8) und B(4|0).
b) $g_{A,B}$: $y = -3x + 6$ mit A(0|6) und B(6|-12).
c) $g_{A,B}$: $y = x - 4$ mit A(1|-3) und B(5|1).
d) $g_{A,B}$: $y = ½x - 2$ mit A(2|0) und B(6|4).
e) $g_{A,B}$: $y = -2x + 3$ mit A(-2|7) und B(4|-5).

Aufgaben mit Standardanforderungen
Bestimme den Mittelpunkt und die Gleichung der Senkrechten zur Strecke $\overline{PQ}$ durch S.
a) Für P(1|1) und Q(3|0) mit S(2|0,5).
b) Für P(6|-1) und Q(0|3) mit S(9|3).
c) Für P(5|6) und Q(-3|0) mit S(1|1).
d) Für P(0|-4) und Q(-2|4) mit S(-3|-1).

Aufgaben mit höherem Schwierigkeitsgrad

a) Bestimme den Mittelpunkt M des Vierecks aus A(3|-1), B(5|1), C(1|5) und D(-1|3).

b) Drei Indianer möchten ihr Lagerfeuer so anlegen, dass sie gleichlange Wege haben.
Ihre Tipis liegen auf A(2|4), B(10|4) und C(7|9).

c) Die zwei Dörfer A(5|-3) und B(14|-2) möchten an die Kreisstraße k: y = 3/11x + 46/11 angebunden werden. Per gemeinsamem Auftrag ordern sie gleichlange Zubringerwege zur gesuchten Anschlussstelle P und möchten aus Kostengründen möglichst viel ihrer bereits vorhandenen Direktverbindung $\overline{AB}$ nutzen.

Falls nicht anders vorgegeben, löst du die Aufgaben so wie in den Unterrichtsbeispielen. Durch die Dokumentation deines Lösungsweges wird immer deutlich, wie du selbst vorgegangen bist. Natürlich muss auch die Verwendung des eingeführten Rechners ersichtlich sein. Du findest hier deshalb nur die Endergebnisse oder mal einen Tipp für einen besonderen Lösungsweg.

LÖSUNGEN

Aufgaben mit Minimalanforderungen

Weise nach, dass A und B auf $g_{A,B}$ liegen und bestimme Mittelpunkt M u. Mittelsenkrechte m_s.

a) Punktproben ✓, M(2|-4), m_s: $y = -½x - 3$.
b) Punktproben ✓, M(3|-3), m_s: $y = 1/3x - 4$.
c) Punktproben ✓, M(2|-4), m_s: $y = -x + 2$.
d) Punktproben ✓, M(4|2), m_s: $y = -x + 6$.
e) Punktproben ✓, M(1|1), m_s: $y = ½x + ½$.

Aufgaben mit Standardanforderungen

Bestimme den Mittelpunkt und die Gleichung der Senkrechten zur Strecke $\overline{PQ}$ durch S.

a) M und S sind gleich, Lotgerade zu $\overline{PQ}$ durch S: $y = 2x - 3{,}5$.
b) M(3|1), Lotgerade zu $\overline{PQ}$ durch S: $y = 1{,}5x - 10{,}5$.
c) M(1|3), Lotgerade zu $\overline{PQ}$ durch S: $y = -4/3x + 7/3$.
d) M(-1|0), Lotgerade zu $\overline{PQ}$ durch S: $y = 1/4x - 1/4$.

Aufgaben mit höherem Schwierigkeitsgrad

a) Rechteck, der Schnittpunkt zweier Mittelsenkrechten oder zweier Diagonalen ist M(2|2).

b) Der Schnittpunkt zweier Mittelsenkrechten ist der Umkreismittelpunkt M(6|5).

c) $\overline{AB}$: $y = 1/9x - 32/9$ mit Mittelpunkt M(9,5|-2,5); m_s: $y = -9x + 83$ mit P(8,5|6,5).

Hinweise zum Teacher-Tool "LINES-MP"
Das Utility bietet den schnellen Zugriff auf die Lösung des Standardproblems:
„Welche Koordinaten hat der Mittelpunkt der Strecke, wie lautet die zugehörige Geradengleichung und welche Gleichung hat die Mittelsenkrechte für zwei Vorgabepunkte?“.

Die Dateneingabe mit Dezimalpunkt (z.B. 2.0) erzwingt die Ausgabe im gleichen Format.
Gleiches gilt für die Eingabe in Bruchform (z.B. 7⌟4 als unechter Bruch per Taste a b/c).

Es liefert zugleich häufig benötigte Kenndaten wie die Steigung, den y-Achsenabschnitt und die Nullstelle.
Durch die einfache Dateneingabe kann das vorliegende Tool drei Dinge erleichtern:

- Die Erstellung eigener Arbeitsblätter
- Die innere Differenzierung
- Die Erstellung von Tests und Klassenarbeiten

Hinweise zum Einsatz des Arbeitsblattes
Um die Selbstkontrolle für die Schüler/innen zu ermöglichen, sind lediglich die Endlösungen angegeben. Damit wird kein irgendwie gearteter Lösungsgang bevorzugt und das Arbeitsblatt bleibt universell einsetzbar.
Die Vielfalt der Lösungswege (klassisch händisch: zugehöriges LGS lösen, Steigung bestimmen und per Punktprobe b ausrechnen, Punkte in ein KoSy eintragen und m und b ablesen, 2-Punkte-Formel anwenden) wird durch den Rechnereinsatz nochmals erweitert (mit Rechner: Plot der Daten mittels Listen und anschließender linearer Regression, zugehöriges LGS durch Rechner lösen lassen, eigenständige Lösungskontrolle durch Darstellung des vermeintlichen Graphen, umfängliche Lösungsoptionen per G-Solv im Grafikmodus, Verwendung des Geometriemoduls).