Inhaltsverzeichnis

1 DER CFX-9850G/CFX-9850GB PLUS 1

2 WAHL VON IKONEN UND AUFRUFEN VON MODI 2

3 DER RUN-MODUS 4

3.1 ÜBERSICHT ÜBER DIE OPTIONEN INNERHALB DES RUN-MODUS 4
3.2 EINFÜHRENDE ERKLÄRUNGEN UND BEISPIELE ZUM ARBEITEN IM RUN-MODUS 7
3.3 DAS OPTIONS- (OPTN) MENÜ IM RUN-MODUS 9
R1: Vier 4-er (Schülerübungen) 16
R1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Vier 4-er) 17

4 DER GRAPH-MODUS 18

4.1 ÜBERSICHT ÜBER DIE OPTIONEN INNERHALB DES GRAPH-MODUS 18
4.2 EINFÜHRENDE ERKLÄRUNGEN UND BEISPIELE ZUM ARBEITEN IM GRAPH-MODUS 20
4.3 DER GRAFIK-LÖSUNGS-MODUS (G-SOLVE) 22
4.4 DOPPELGRAFIKEN/ GRAFIK-ZU-TABELLE 23
4.5 GRAFISCHE DARSTELLUNG EINER (ERSTEN ODER ZWEITEN) ABLEITUNG 26
4.6 GRAFISCHE DARSTELLUNG DES BESTIMMTEN INTEGRALS 27
4.7 GRAFISCHE DARSTELLUNG PARAMETRISCHER GLEICHUNGEN 28
4.8 GRAFISCHE DARSTELLUNG POLARER GLEICHUNGEN 30
G1: Ein Stall für das Schweinchen (Schülerübungen) 31
G1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Ein Stall für das Schweinchen) 32
G2: Popkorn-Verkauf beim Schulfest (Schülerübungen) 33
G2L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Popkorn-Verkauf beim Schulfest) 34
G3: Erfolgreiche Geschäfte (Schülerübungen) 35
G3L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Erfolgreiche Geschäfte) 37
G4: Es gibt ein Schema ...(Schülerübungen) 38
G4L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Es gibt ein Schema ...) 42
G5: ... Und hier ist die Schrittweite! (Schülerübungen) 46
G5L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (... Und hier ist die Schrittweite!) 48
G6: Tausche x gegen y (Schülerübungen) 49
G6L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Tausche x gegen y) 51
G7: Von Punkt A nach Punkt B (Schülerübungen) 53
G7L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Von Punkt A nach Punkt B) 55
G8: Ins Undliche ... (Schülerübungen) 57
G8L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Ins Unendliche ...) 59
G9: Wer bist Du? (Schülerübungen) 61
G9L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Wer bist Du?) 63
G10: Schattierungen (Schülerübungen) 65
G10L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Schattierungen) 67
G11: Spirale um Spirale (Schülerübungen) 70
G11L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Spirale um Spirale) 72

5 DER TABLE-MODUS 75

5.1 ÜBERSICHT ÜBER DIE OPTIONEN INNERHALB DES TABLE-MODUS 75
5.2 EINFÜHRENDE BEISPIELE UND ERKLÄRUNGEN ZUM ARBEITEN IM TABLE-MODUS 76
T1: Jeden Tag einen Apfel! (Schülerübungen) 78
T1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Jeden Tag einen Apfel!) 79
T2: Basketbälle (Schülerübungen) 80
T2L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Basketbälle) 82
T3L: Ins Unendliche ... und noch weiter! (Schülerübungen) 83
T3L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Ins Unendliche ... und noch weiter!) 85

6 DER DYNAMIC-GRAPH-MODUS 87

6.1 ÜBERSICHT ÜBER DIE OPTIONEN INNERHALB DES DYNAMIC-GRAPH-MODUS 87
6.2 EINFÜHRENDE ERKLÄRUNGEN UND BEISPIELE ZUM ARBEITEN IM DYNAMIC-GRAPH-MODUS 88
D1: Wellenreiten (Schülerübungen) 91
D1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Wellenreiten) 93

7 DER CONICS-MODUS ... 95

7.1 ÜBERSICHT ÜBER DIE OPTIONEN INNERHALB DES CONICS-MODUS ... 95
7.2 EINFÜHRENDE ERKLÄRUNGEN UND BEISPIELE ZUM ARBEITEN IM CONICS-MODUS ... 96
C1: Das Ende der Welt? (Schülerübungen) ... 99
C1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Das Ende der Welt?) ... 100
C2: Was zählt, ist der Unterschied! (Schülerübungen) ... 102
C2L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Was zählt, ist der Unterschied!) ... 104

8 DER MATRIX-MODUS ... 107

8.1 ÜBERSICHT ÜBER DIE OPTIONEN INNERHALB DES MATRIX-MODUS ... 107
8.2 EINFÜHRENDE ERKLÄRUNGEN UND BEISPIELE ZUM ARBEITEN IM MATRIX-MODUS ... 108
M1: Weihnachtseinkäufe (Schülerübungen) ... 110
M1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Weihnachtseinkäufe) ... 112

9 DER EQUATION-MODUS ... 114

9.1 ÜBERSICHT ÜBER DIE OPTIONEN INNERHALB DES EQUATION-MODUS ... 114
9.2 EINFÜHRENDE ERKLÄRUNGEN UND BEISPIELE ZUM ARBEITEN IM EQUATION-MODUS ... 115
E1: Glücksrad (Schülerübungen) ... 117
E1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Glücksrad) ... 118

10 DER LIST-MODUS ... 119

10.1 ÜBERSICHT ÜBER DIE OPTIONEN INNERHALB DES LIST-MODUS ... 119
10.2 EINFÜHRENDE ERKLÄRUNGEN UND BEISPIELE ZUM ARBEITEN IM LIST-MODUS ... 120

11 DER STAT-MODUS ... 122

11.1 ÜBERSICHT ÜBER DIE OPTIONEN INNERHALB DES STAT-MODUS ... 122
11.2 EINFÜHRENDE ERKLÄRUNGEN UND BEISPIELE ZUM ARBEITEN IM STAT-MODUS (BERECHNUNG UND GRAFISCHE DARSTELLUNG VON STATISTISCHEN DATEN MIT EINER VARIABLEN) ... 123
11.3 EINFÜHRENDE ERKLÄRUNGEN UND BEISPIELE ZUM ARBEITEN IM STAT-MODUS (BERECHNUNG UND GRAFISCHE DARSTELLUNG VON STATISTISCHEN DATEN MIT ZWEI VARIABLEN) ... 125
S1: Michael Jordan (Schülerübungen) ... 128
S1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Michael Jordan) ... 129
S2: Bis daß der Tod uns scheidet ... (Schülerübungen) ... 130
S2L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Bis daß der Tod uns scheidet ...) ... 132
S3: Ein Kilometer in meinen Schuhen ... (Schülerübungen) ... 133
S3L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Ein Kilometer in meinen Schuhen ...) ... 134
S4: Gulliver’s Schneider (Schülerübungen) ... 135
S4L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Gulliver’s Schneider) ... 136
S5: M oben oder M unten? (Schülerübungen) ... 137
S5L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (M oben oder m unten?) ... 139
S6: Hanuta-Aufkleber (Schülerübungen) ... 140
S6L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Hanuta-Aufkleber) ... 141

12 DER RECURSION-MODUS ... 142

12.1 ÜBERSICHT ÜBER DIE OPTIONEN INNERHALB DES RECURSION-MODUS ... 142
12.2 EINFÜHRENDE ERKLÄRUNGEN UND BEISPIELE ZUM ARBEITEN IM RECURSION-MODUS ... 143
F1: Springender Ball (Schülerübungen) ... 146
F1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Springender Ball) ... 147
F2: Wer war Fibonacci? (Schülerübungen) ... 148
F2L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Wer war Fibonacci?) ... 150

13 DER PROGRAM-MODUS ... 151

13.1 ÜBERSICHT ÜBER DIE OPTIONEN INNERHALB DES PROGRAM-MODUS ... 151

14 DER LINK-MODUS ... 151

14.1 ÜBERSICHT ÜBER DIE OPTIONEN INNERHALB DES LINK-MODUS ... 151

15 DER CONTRAST-MODUS ... 152

15.1 ÜBERSICHT ÜBER DIE OPTIONEN INNERHALB DES CONTRAST-MODUS ... 152

16 DER MEM-MODUS ... 152

16.1 ÜBERSICHT ÜBER DIE OPTIONEN INNERHALB DES MEM-MODUS ... 152

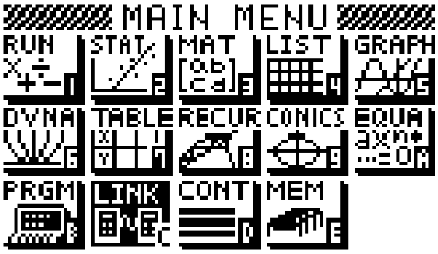
1 DER CFX-9850G/CFX-9850GB Plus

2 Wahl von Ikonen und Aufrufen von Modi

Der grafikfähige Taschenrechner CFX-9850G/CFX-9850GB PLUS macht die Ausführung eines großen Bereichs an Rechnungen übersichtlich, indem einfach der *entsprechende Modus* gewählt wird; es gibt 14 verschiedene Modi.

Im folgenden wird erklärt, wie man eine *Ikone* im *Hauptmenü* wählt, um den gewünschten Modus aufzurufen:

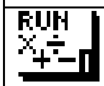
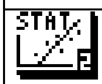
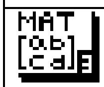
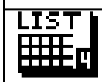
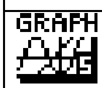
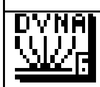
1. Die **MENU** Taste drücken, um das Hauptmenü anzuzeigen.

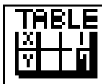
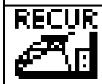
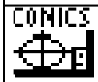
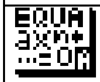
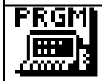
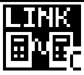
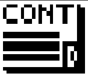
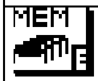


2. Die Cursor-Tasten verwenden, um die gewünschte Ikone hervorzuheben.
3. Die **EXE** Taste drücken, um die anfängliche Anzeige des Modus anzuzeigen, dessen Ikone man gewählt hat.

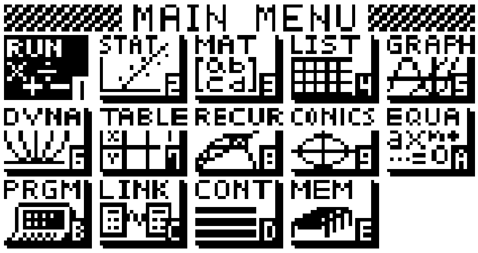
- Man kann einen Modus auch aufrufen, ohne eine Ikone im Hauptmenü hervorzuheben, indem man die in der unteren rechten Ecke der Ikone markierte Nummer oder den markierten Buchstaben eingibt.

Nachfolgend sind die *Bedeutungen der einzelnen Ikonen* erläutert.

Ikone	Bedeutung
	Diesen Modus *für alle Arten von Rechnungen* (einschließlich *Matrizenrechnungen*) verwenden.
	Diesen Modus verwenden, um *statistische Rechnungen mit einer Variablen* (Standardabweichung) und *paarweisen Variablen* (Regression) auszuführen und *statistische Grafiken* zu zeichnen.
	Diesen Modus für das *Abspeichern und Editieren von Matrizen* verwenden.
	Diesen Modus für das *Abspeichern und Editieren von numerischen Daten* verwenden.
	Diesen Modus verwenden, um *Funktionsterme abzuspeichern* und *Grafiken* unter Verwendung dieser Funktionsterme zu *zeichnen*.
	Diesen Modus verwenden, um Grafikfunktionen abzuspeichern und *mehrfache Versionen einer Grafik* zu *zeichnen*, indem die den Variablen in der Funktion zugeordneten Werte geändert werden.

	Diesen Modus verwenden, um *Funktionsterme abzuspeichern*, eine *Wertetabelle* zu *ermitteln* und *Grafiken zu zeichnen*.
	Diesen Modus verwenden, um *rekursive Folgen und Funktionen abzuspeichern*, *Wertetabellen zu ermitteln* und *Grafiken zu zeichnen*.
	Diesen Modus verwenden, um *Grafiken von Kegelschnitten* zu *zeichnen*.
	Diesen Modus verwenden, um *lineare Gleichungen mit zwei bis sechs Unbekannten*, *quadratische Gleichungen* und *kubische Gleichungen* zu *lösen*.
	Diesen Modus verwenden, um *Programme abzuspeichern* und nachher *ablaufen* zu *lassen*.
	Diesen Modus verwenden, um *Speicherinhalte oder Sicherungsdaten auf eine andere Einheit* zu *übertragen*.
	Diesen Modus verwenden, um den *Farbkontrast des Displays einzustellen*.
	Diesen Modus verwenden, um den *belegten und noch verfügbaren Speicherplatz* zu *überprüfen*, *Daten aus dem Speicher* zu *löschen* und den *Rechner zu initialisieren* (zurückzustellen).

3 Der RUN-Modus



3.1 Übersicht über die Optionen innerhalb des RUN-Modus

Dieser Modus ermöglicht den Zugriff auf ...

- **alle Arten von Berechnungen**

- **Operationen mit Listen (LIST):**
  - Spezifikation von Listen (**List**)
  - Übertragen des Listeninhaltes in den Matrix-Antwortspeicher (**L → M**)
  - Zählen der Anzahl der Werte (**Dim**)
  - Ersetzen aller Zellenwerte durch den gleichen Wert (**Fill**)
  - Generieren einer Sequenz von Zahlen (**Seq**)
  - Auffinden des Minimalwertes in einer Liste (**Min**)
  - Auffinden des Maximalwertes in einer Liste (**Max**)
  - Auffinden, welche von zwei Listen den kleinsten Wert enthält (**Min**)
  - Auffinden, welche von zwei Listen den größten Wert enthält (**Max**)
  - Berechnung des Durchschnitts der Listenwerte (**Mean**)
  - Berechnung des Durchschnitts der Werte mit einer bestimmten Häufigkeit (**Mean**)
  - Berechnung des Medianwertes der Werte in einer Liste (**Med**)
  - Berechnung des Medianwertes mit einer bestimmten Häufigkeit (**Med**)
  - Berechnung der Summe der Werte in einer Liste (**Sum**)
  - Berechnung der Summe der Produkte (**Prod**)
  - Berechnung der gesamten Häufigkeit jedes Wertes (**Cuml**)
  - Berechnung des Prozentsatzes, der jedem Wert entspricht (**%**)

- **Operationen mit Matrizen (MAT):**
  - Matrix-Spezifikation (**Mat**)
  - Zuordnen des Inhalts einer Matrix-Spalte zu einer Listendatei (**M → L**)
  - Determinanten-Rechnungen (**Det**)
  - Matrix-Transposition (**Trn**)
  - Kombinieren von zwei Matrizen zu einer einzigen Matrix (**Aug**)
  - Identitäts-Matrix-Eingabe (**Iden**)
  - Dimensionsprüfung (**Dim**)
  - Füllen einer Matrix mit identischen Werten (**Fill**)

- **Operationen mit komplexen Zahlen (CPLX):**
  - Arithmetische Operationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division)
  - Berechnung des Kehrwertes, der Quadratwurzel und des Quadrates einer komplexen Zahl
  - Berechnung des Absolutwertes (**Abs**) und des Argumentes einer komplexen Zahl (**Arg**)
  - Berechnung von konjugierten komplexen Zahlen (**Conj**)
  - Berechnung des reellen (**ReP**) und imaginären Zahlenteils (**ImP**)

- **Funktionsanalysen (CALC):**
  - numerische Gleichungslösungen (**Solve**)
  - numerische Berechnung des Wertes der ersten Ableitung (**d/dx**)
  - numerische Berechnung des Wertes der zweiten Ableitung ($\mathbf{d^2 / dx^2}$)
  - Integrationsrechnungen ($\int$ **dx**)
  - Minimalwertrechnungen (**FMin**)
  - Maximalwertrechnungen (**FMax**)
  - Σ-Rechnungen (**Σ(**)

- **statistische Operationen (STAT):**
  - Schätzwert des x-Parameters der Regressionsgrafik ($\hat{\mathbf{x}}$)
  - Schätzwert des y-Parameters der Regressionsgrafik ($\hat{\mathbf{y}}$)

- **Hyperbelrechnungen (HYP):**
  - Hyperbolischer Sinus (**sinh**)
  - Hyperbolischer Cosinus (**cosh**)
  - Hyperbolischer Tangens (**tanh**)
  - Area Sinus (**sinh**$^{-1}$)
  - Area Cosinus (**cosh**$^{-1}$)
  - Area Tangens (**tanh**$^{-1}$)

- **Wahrscheinlichkeits-/ Verteilungsrechnungen (PROB):**
  - Fakultät (**x!**)
  - Permutation (**nPr**)
  - Kombination (**nCr**)
  - Pseudo-Zufallszahl im Bereich von 0 bis 1 (10 Dezimalen) (**Ran** #)
  - Berechnungen mit der Normalverteilung P(t) (**P(**), Q(t) (**Q(**), R(t) (**R(**)
  - Berechnung des Arguments bei der Normalverteilung t(x) (**t(**)

- **Numerische Rechnungen (NUM):**
  - Berechnung des Absolutwertes (**Abs**)
  - Berechnung des ganzzahliger Teiles (**Int**)
  - Berechnung des Bruchteiles (**Frac**)
  - Runden (**Rnd**)
  - Angabe der größten Ganzzahl (**Intg**)

- **Winkelargumente, Koordinaten-Umwandlung, Sexagesimal-Operationen (ANGL):**
  - Spezifikation Altgrad (°)
  - Spezifikation Bogenmaß (**r**)
  - Spezifikation Neugrad (**g**)
  - Spezifikation Grad (Stunden), Minuten und Sekunden, wenn ein Sexagesimalwert eingegeben wird (°´**“**)
  - Umwandlung eines Dezimalwertes in einen Sexagesimalwert (°´**“**)
  - Umwandlung von rechtwinkligen in polare Koordinaten (**Pol (**)
  - Umwandlung von polaren in rechtwinklige Koordinaten (**Rec(**)

- **Rechnungen mit technischer Schreibweise (ESYM):**
  - Milli (10^{-3}) (**m**)
  - Micro (10^{-6}) (μ)
  - Nano (10^{-9}) (**n**)
  - Pico (10^{-12}) (**p**)
  - Fempto (10^{-15}) (**f**)
  - Kilo (10^{3}) (**k**)
  - Mega (10^{6}) (**M**)
  - Giga (10^{9}) (**G**)
  - Tera (10^{12}) (**T**)
  - Peta (10^{15}) (**P**)
  - Exa (10^{18}) (**E**)

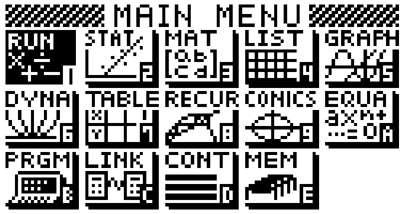
- **Grafikspeicherung und -abruf (PICT):**
  - Speichern von bis zu sechs Grafik-Abbildungen (**Sto**)
  - Abrufen einer Grafik aus dem Speicher (**Rcl**)

- **Funktionsspeicherung (FMEM):**
  - Speichern einer Funktion (**Sto**)
  - Abruf einer Funktion (**Rcl**)
  - Spezifikation der Eingabe als Funktion (**fn**)
  - Anzeige einer Liste gespeicherter Funktionen (**See**)

- **logische Operationen (LOGIC):**
  - logische Multiplikation (**And**)
  - logische Addition (**Or**)
  - Negation (**Not**)

3.2 Einführende Erklärungen und Beispiele zum Arbeiten im RUN-Modus

Wenn man im *RUN-Modus arbeiten* will, muß man zunächst die Cursor-Tasten verwenden, um im Hauptmenü die RUN-Ikone hervorzuheben.



Anschließend drückt man die **EXE** Taste.

Es soll der *Ausdruck* $5+12-3\times 2$ *berechnet* werden.

5+12−3×2

11.00

Dazu wird dieser Ausdruck eingegeben.

Anschließend drückt man die **EXE** Taste.

Will man einen Ausdruck mit *Brüchen* eingeben, so benutzt man die **ab/c** Taste.

Um z.B. den Bruch $1\frac{1}{2}$ einzugeben, drückt man 1 **ab/c** 1 **ab/c** 2 **ab/c**.

Folgender Ausdruck soll berechnet werden:

$$1\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{7}{12}$$

1⌟1⌟2−1⌟3+7⌟12

1⌟3⌟4

7⌟4

EXE Taste drücken.

SHIFT ab/c drücken; diese Tastenkombination *wandelt* einen *gemischten Bruch in* einen *unechten Bruch* um.

F↔D Taste drücken. Dadurch wird das Bruchformat in ein Dezimalformat umgewandelt.

Achtung: *Rechnungen, die sowohl Brüche als auch Dezimalbrüche enthalten, werden im Dezimalformat ausgeführt. D.h., wenn man das Ergebnis einer Rechnung im Bruchformat haben möchte, so muß auch die Eingabe im Bruchformat erfolgen.*

Eine Zahl soll *quadriert* werden:

Dazu gibt man zunächst die Zahl ein, gefolgt von der ∧ Taste, dann den Exponenten.

EXE Taste drücken, um den Rechenvorgang abzuschließen.

Nun soll das Ergebnis des letzten Rechenvorgangs zur *dritten Potenz* erhoben werden:

Dabei muß man beachten, daß das Ergebnis einfach quadriert wird, wenn man nur die ∧ Taste drückt.
Korrekterweise gibt man die Zahl 3 (für die *dritte* Potenz) ein und drückt dann die **EXE** Taste, um den Rechenvorgang abzuschließen.

```
2^3
                8.
Ans^3
              512.
725-Ans
              213.
```

Will man das Ergebnis einer Rechnung in der nächsten Rechnung *weiterverwenden*, so kann man dieses Ergebnis der *letzten Rechnung* mit Hilfe der Tastenkombination **SHIFT (-)** bzw. **ANS** aufrufen.

Z.B. kann man auf diese Art und Weise das Ergebnis der hier zuletzt ausgeführten Rechnung von 725 subtrahieren.

Angenommen, der ursprüngliche Ausdruck war falsch.
Anstatt die Zahl 2 mit 3 zu potenzieren, hätte man die Zahl 3 quadrieren sollen.
Man kann nun den sog. *Wiederholspeicher* verwenden, den (ursprünglichen) Ausdruck wieder aufrufen, die entsprechenden Änderungen vornehmen und das korrekte Ergebnis herausfinden.

```
3^2
                9.
```

Um mit dem Wiederholspeicher zu arbeiten, drückt man **AC/ON**, um den Bildschirm zu löschen; dann benutzt man die Aufwärts-Cursortaste, um die vorhergehenden Ausdrücke wieder aufzurufen, und zwar solange, bis derjenige Ausdruck auf dem Bildschirm erscheint, der bearbeitet werden soll.
Man verwendet die linke Cursortaste, um die Änderungen vorzunehmen.

Achtung: *Man kann eine Zahl oder einen Ausdruck entweder mittels der ∧ Taste oder mit Hilfe der* x^2 *Taste quadrieren.*

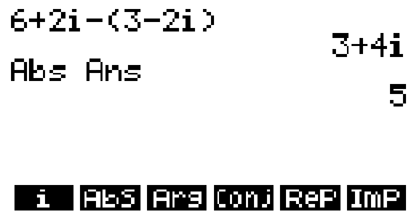
3.3 Das Options- (OPTN) Menü im RUN-Modus

Das *Options-Menü* macht den Zugriff auf wissenschaftliche Funktionen und Merkmale möglich, die nicht auf der Tastatur des Rechners markiert sind.
(Ausgehend von jedem der 14 Modi kann man ein Options-Menü aufrufen. Die Inhalte der Options-Menüs unterscheiden sich in Abhängigkeit davon, in welchem Modus man sich befindet, wenn man die **OPTN** Taste drückt.)

Drückt man im RUN-Modus die **OPTN** Taste, so stehen verschiedene spezielle Menüs zur Verfügung:
Menüs für *komplexe Zahlen*, für *Funktionsanalysen*, *Wahrscheinlichkeits-/ Verteilungsrechnungen, numerische Rechnungen* und ein *Menü für Winkel-/ Koordinatenumwandlung, Sexagesimal-Eingabe/ -Umwandlung ....*

F3 markieren, um das *Menü für die komplexen Zahlen* zu erhalten.

Es soll berechnet werden: 6+2i-(3-2i)



Dazu gibt man diesen Ausdruck ein und drückt jedesmal, wenn die imaginäre Einheit i gebraucht wird, die **F1** Taste.

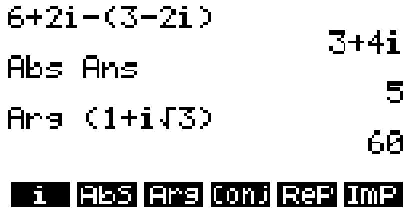
EXE drücken.

Der *absolute Betrag einer komplexen Zahl x+iy* ist definiert durch $|x+iy| := \sqrt{x^2+y^2}$.

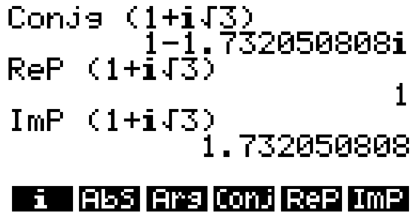
Unter der Voraussetzung, daß man den zu obiger Aufgabe gehörigen Bildschirminhalt nicht gelöscht hat, erhält man den absoluten Betrag der komplexen Zahl aus dem letzten Rechenvorgang, indem man die Tastenkombination **F2 ANS EXE** drückt.

Das *Argument einer komplexen Zahl* ist derjenige Winkel, der auftritt, wenn man die komplexe Zahl in der komplexen (Gaußschen) Ebene zeichnet.

Als Beispiel soll das Argument der komplexen Zahl $1+i\sqrt{3}$ berechnet werden:
(Zuvor sollte man über die Tastenkombination **SHIFT MENU** das Setup überprüfen und sich vergewissern, daß der Winkel im Gradmaß angegeben wird.
Gegebenenfalls die Aufwärts-Cursortaste und die **F1** Taste drücken, um zum Gradmaß überzugehen.
EXIT drücken , um zum RUN-Menü zurückzukehren.)
F3 Taste betätigen und die komplexe Zahl in Klammern eingeben.



Die komplex konjugierte Zahl bzw. den Realteil bzw. den Imaginiärteil einer komplexen Zahl findet man, indem man die **F4** Taste bzw. die **F5** Taste bzw. die **F6** Taste drückt.

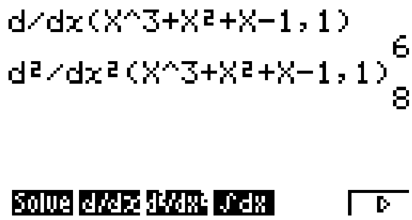


Über **OPTN F4** gelangt man zum *Menü für Funktionsanalysen* im RUN-Menü. Damit können z.B. die Wurzel-x-Werte in einer Funktion f(x) bestimmt werden; man kann auch den Wert der ersten und der zweiten Ableitung in einem Punkt berechnen, sowie den Wert eines bestimmten Integrals.

Um den Wert der *ersten Ableitung* einer Funktion in einem bestimmten Punkt zu finden, drückt man die **F2** Taste, gefolgt von der Funktion und dem x-Wert desjenigen Punktes, an dem die Ableitung bestimmt werden soll.

Um beispielsweise die erste Ableitung der Funktion $f(x)=x^3+x^2+x-1$ im Punkt (x=1,y) zu bestimmen, drückt man die **F2** Taste und gibt den Ausdruck x^3+x^2+x-1, 1) ein.

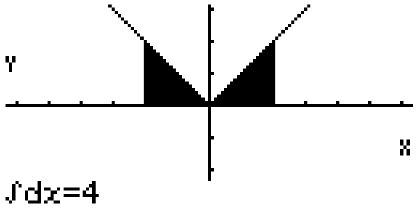
EXE Taste drücken.



Den Wert der *zweiten Ableitung* der Funktion f(x) an der Stelle x = 1 findet man analog, wenn man die **F2** Taste durch die **F3** Taste ersetzt.

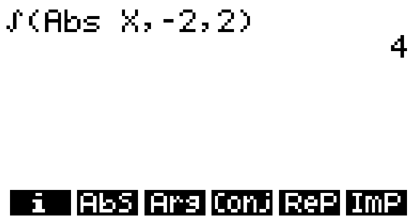
Geometrisch gesehen ist das *bestimmte Integral* der Flächeninhalt unter einer Kurve in Bezug auf die x-Achse, begrenzt durch je einen vorgegebenen unteren und oberen Randwert.

Beispielsweise beschreibt $\int_{-2}^{2} |x|\,dx$ folgendes Gebiet:



Mit der **F4** Taste findet man den Wert des bestimmten Integrals einer Funktion, wenn die Funktion sowie die obere und die untere Integralgrenze gegeben sind.

Es soll das obige Integral, $\int_{-2}^{2} |x|\,dx$, berechnet werden:



F4 Taste drücken.
Die Tastenkombination **OPTN F6 F4 F1** eingeben, um den Absolutbetrag zu erhalten.
X, θ **,T** Taste, gefolgt von **,** ,der unteren Integralgrenze, **,** und**,** der oberen Integralgrenze, **)**

EXE drücken.

Achtung: *Das bestimmte Integral kann man ebenso im **GRAPH-Menü** berechnen (Grafiklösung).*

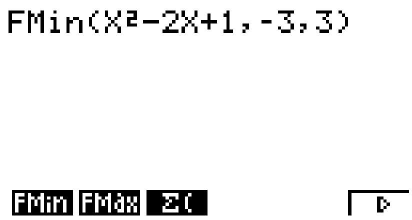
Die Tastenkombination **OPTN F4 F6** zeigt drei weitere Untermenüpunkte auf:
Maximum und Minimum einer Funktion und die *Summation von Gliedern einer Zahlenfolge* (Reihe).

Will man nun das *Minimum einer Funktion* berechnen, geht man folgendermaßen vor:

F1 Taste drücken.

Format: FMin(Funktion, Untergrenze, Obergrenze)

Es soll das Minimum der Funktion $f(x) = x^2 - 2x + 1$ im Intervall [-3;3] berechnet werden.



Bemerkung:

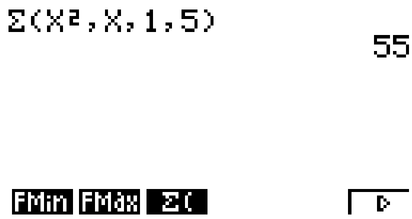
Das Ergebnis wird als Matrix angegeben mit $\begin{pmatrix} \text{x} - \text{Wert} \\ \text{y} - \text{Wert} \end{pmatrix}$.

Ersetzt man die **F1** Taste durch die **F2** Taste, so läßt sich auf analoge Art und Weise das *Maximum einer Funktion* berechnen.

Mit der **F3** Taste kann man die *Summe einer Reihe* berechnen, wenn die zugehörige Zahlenfolge gegeben ist.

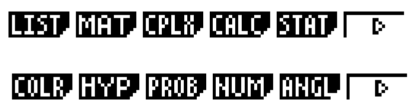
Format: Σ(Zahlenfolge, Variable, Anfangswert, Endwert)

Es soll beispielsweise die *Summe der Quadratzahlen* von 1 bis 5 berechnet werden:



F3 Taste drücken, Zahlenfolge x^2 eingeben, gefolgt von der **X,** θ **,T** Taste und dem Anfangswert 1 sowie dem Endwert 5.

Um vom Optionsmenü aus das *Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktionsmenü* zu erhalten, muß man die Tastenkombination **F6 F3** drücken.
Dieser Menüpunkt erlaubt die *Berechnung von Fakultäten, Permutationen, Kombinationen und Zufallszahlen.*



7! soll berechnet werden:

Tastenkombination **7 F1 EXE** eingeben.

Mit **F2** bzw. **F3** lassen sich *Permutationen* bzw. *Kombinationen* berechnen.

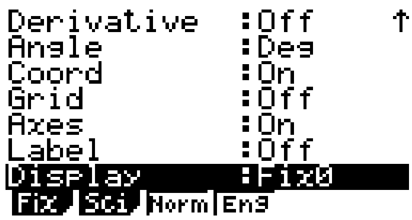
$_6P_4$ gibt die Gesamtzahl aller Möglichkeiten an, wie man 4 aus 6 ziehen kann, wenn die *Reihenfolge eine Rolle* spielt.

Um diese *Permutation* zu berechnen, muß man die Tastenkombination **6 F2 4 EXE** drücken.

$_6C_4$ gibt die Gesamtzahl aller Möglichkeiten an, wie man 4 aus 6 ziehen kann, wenn die *Reihenfolge keine Rolle* spielt.

Um diese *Kombination* zu berechnen, muß man die Tastenkombination **6 F3 4 EXE** drücken.

Mit der **F4** Taste kann man *Zufallszahlen* zwischen 0 und 1 *erzeugen*.



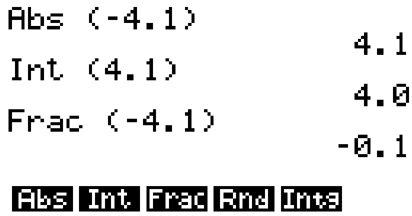
Vor diesem Prozeß sollte man auf jeden Fall das Setup überprüfen:
Wenn die DISPLAY-Anzeige auf NORM steht, so hat die erzeugte Zufallszahl 10 Dezimalstellen.
Will man die *Anzahl der Dezimalstellen spezifizieren*, so drückt man die **F1** Taste (für FIX), dann drückt man diejenige Funktionstaste, die der Anzahl der gewünschten Dezimalstellen entspricht. (Im nebenstehenden Beispiel ist die Anzahl der Dezimalstellen auf 0 festgesetzt.)

Um zum RUN-Bildschirm zurückzukehren, **EXIT** Taste drükken.

Um eine ganze Zahl zwischen 1 und 100 zu erzeugen, setzt man die Anzahl der Dezimalstellen - wie oben beschrieben - auf 0.
Tastenkombination **F4 X 1 0 0** drücken.

EXIT drücken.

Um das Menü für *spezielle numerische Funktionen* zu erhalten, muß man **OPTN F6** drücken, danach **F4**.



F1: Berechnung des *Absolutwertes* eines zuvor eingegebenen Wertes

Um z.B. den Absolutwert (Betrag) von -4.1 zu finden, muß man die **F1** Taste drücken, gefolgt von -4.1 in Klammern.

F2: Berechnung des *ganzzahliger Teiles* eines zuvor eingegebenen Wertes

F3: Berechnung des *Bruchteiles* eines zuvor eingegebenen Wertes

F4: *Runden* eines zuvor eingegebenen Wertes

F5: Angabe der *größten Ganzzahl*, die nicht größer ist als der zuvor eingegebene Wert

Drückt man die Tastenkombination **OPTN F6 F5**, so erhält man *das Menü für Winkelargumente, Koordinatenumwandlung und Sexagesimalumwandlung:*

F1: Spezifiziert *Altgrad* für einen bestimmten Eingabewert

F2: Spezifiziert *Bogenmaß* für einen bestimmten Eingabewert

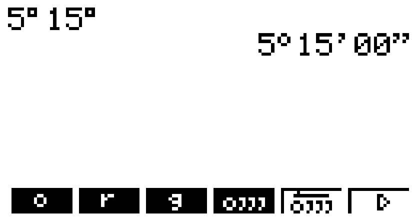
F3: Spezifiziert *Neugrad* für einen bestimmten Eingabewert

F4: *Spezifiziert Grad, Minuten und Sekunden,* wenn ein Sexagesimalwert eingegeben wird.

5°15´ soll in einen Dezimalwert umgewandelt werden:

Tastenkombination **5 F4 1 5 F4 EXE** drücken.

F5: *Wandelt* einen *Dezimalwert in* einen *Sexagesimalwert* um.



Durch Drücken der **F4 EXE** Taste kann man das Ergebnis der letzten Rechnung zurück in Dezimalwert verwandeln.

F6: *Wandelt Polarkoordinaten* und *rechtwinklige Koordinaten ineinander um*:

F1: Wandelt *rechtwinklige Koordinaten in Polarkoordinaten* um.

(2,2) soll in Polarkoordinaten umgewandelt werden:

Tastenkombination **F1 2 , 2) EXE** drücken.

Das Ergebnis erscheint in der Form $\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}$.

F2: Wandelt *Polarkoordinaten in rechtwinklige Koordinaten* um.

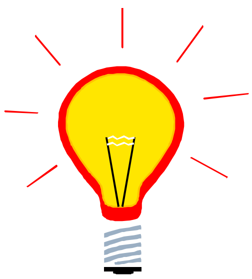
Name: .... **Datum: ....**

R1: Vier 4-er (Schülerübungen)

Benutze Deinen Taschenrechner und Dein Wissen über die vier Grundrechenarten: Fülle die vorhandenen Lücken so aus, daß jeweils eine wahre Aussage entsteht.
Zur Verfügung stehen Dir die Symbole +, -, $\times$ und $\div$. Außerdem kannst Du Klammern setzen.

1.	4	______	4	______	4	______	4	=	1
2.	4	______	4	______	4	______	4	=	2
3.	4	______	4	______	4	______	4	=	3
4.	4	______	4	______	4	______	4	=	4
5.	4	______	4	______	4	______	4	=	5
6.	4	______	4	______	4	______	4	=	6
7.	4	______	4	______	4	______	4	=	7
8.	4	______	4	______	4	______	4	=	8
9.	4	______	4	______	4	______	4	=	9

Versuche das ganze nochmals mit den *Endergebnissen 10 - 20*, indem Du außer den vier Grundrechenarten und den Klammern noch *Quadratwurzeln* sowie *Exponenten* benutzt.
Welche der Lösungen waren am einfachsten zu finden? Welche waren am schwierigsten? Warum?
Gab es irgendwelche der vorgegebenen Endergebnisse, für die *keine Lösungen* existierten?



Denksport:

- Finde 4-er Ausdrücke für die *Endergebnisse 21 - 32*.
- Kannst Du die Endergebnisse 1 - 10 durch *5-er Ausdrücke* darstellen?

R1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Vier 4-er)

Lernziel:
Erlernen des Umgangs mit dem Taschenrechner unter Einbeziehung der Grundrechenarten

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Beziehungen zwischen Zahlen
- Rechnen mit ganzen Zahlen

Hinweise:
- Erinnern Sie die Schüler daran, den Wiederholspeicher zu benutzen, um Zeit zu sparen.
- Ermutigen Sie sie, Ausdrücke zu finden und über Möglichkeiten nachzudenken, bevor sie wie wild auf der Tastatur herumdrücken.

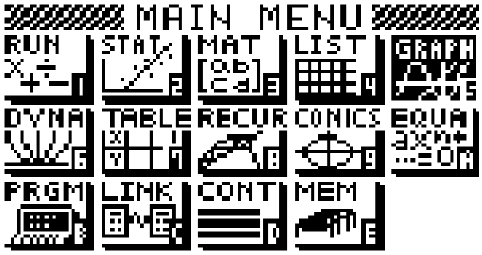
Lösungen (Alternativen sind denkbar)**:**

$$4+4\div4-4=1$$
$$4\div4+4\div4=2$$
$$(4+4+4)\div4=3$$
$$(4-4)\div4+4=4$$
$$(4\times4+4)\div4=5$$
$$(4+4)\div4+4=6$$
$$4-4\div4+4=7$$
$$4+4+4-4=8$$
$$4+4+4\div4=9$$

$$4+4+4\div\sqrt{4}=10$$
$$4^2-4-(4\div4)=11$$
$$4^2-4\times(4\div4)=12$$
$$4^2-4+(4\div4)=13$$
$$4+4+4+\sqrt{4}=14$$
$$4^2-4\div\sqrt{4}\div\sqrt{4}=15$$
$$4-4+4\times4=16$$
$$4\times4+4\div4=17$$
$$4^3\div4+4\div\sqrt{4}=18$$
$$4^2+4-4\div4=19$$
$$4+4^2+4-4=20$$
$$4^2+4+4\div4=21$$
$$4+4+4\times4=24$$
$$4+4^2+4+4=28$$
$$4^2+\sqrt{4}+4^2-4=30$$
$$4^2\times\sqrt{4}-4\div4=31$$
$$4^2+4+4^2-4=32$$

Versuchen Sie, Möglichkeiten hinzuzufügen. Vereinfacht dies irgendwelche Lösungen oder ergibt dies Endergebnisse, für die zunächst keine Lösungen existierten?

4 Der GRAPH-Modus



4.1 Übersicht über die Optionen innerhalb des GRAPH-Modus

Dieser Modus ermöglicht ...

- **Spezifizieren des Grafik-Typs und Abspeichern von Grafikfunktionen (TYPE):**
  - Grafik mit rechtwinkligen Koordinaten **(Y =)**
  - Grafik mit polaren Koordinaten **(r =)**
  - Parametrische Grafik **(Parm)**
  - X = Konstantengrafik **(X = c)**
  - Y > f(x) Ungleichheit **(Y >)**
  - Y < f(x) Ungleichheit **(Y<)**
  - Y ≥ f(x) Ungleichheit **(Y ≥)**
  - Y ≤ f(x) Ungleichheit **(Y ≤)**

- **Zeichnen einer Grafik (DRAW):**
  - Spezifizieren der Grafik-Farbe **(Colr)**
  - Spezifizieren des Zeichnen/ Nicht-Zeichnen-Status für eine Grafik **(Sel)**
  - Abspeichern und Aufrufen der Grafikfunktionen im Grafikspeicher **(Gmem)**

- **Doppelgrafiken (DUAL SCREEN):**
  - Bildschirm wird in zwei Teile geteilt, die beide für Grafiken (evtl. einer von beiden gezoomt) verwendet werden können. **(GrPh)**
  - Bildschirm wird in zwei Teile geteilt für das Erstellen einer numerischen Tabelle von der Grafik. **(GtoT)**

- **Nachführung (TRACE):**
  - Verwendung von Trace für das Ablesen der Koordinaten
  - Anzeigen der Ableitung
  - Scrollen

- **Zoom (ZOOM):**
  - Verwendung des Box-Zooms **(Box)**
  - Verwendung des Faktor-Zooms **(Fact)**
  - Initialisierung des Zoom-Faktors **(Init)**

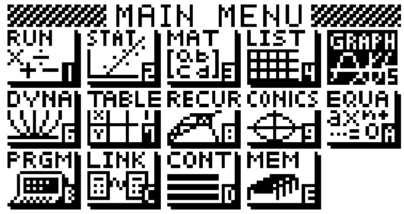
- **Analysieren einer Funktionsgrafik (G-SOLVE):**
  - Nullstellen **(Root)**
  - Maximum **(Max)**
  - Minimum **(Min)**
  - Schnittpunkt mit y-Achse **(Y-Icpt)**
  - Schnittpunkte zweier Grafen **(Isct)**
  - y-Koordinate für eine gegebene x-Koordinate **(Y-Cal)**
  - x-Koordinate für eine gegebene y-Koordinate **(X-Cal)**
  - Integral für einen gegebenen Bereich **($\int$ dx)**

- **Skizzen-Funktion (SKETCH):**
  - Löschen gezeichneter Linien und Punkte **(Cls)**
  - Zeichnen einer Tangente **(Tang)**
  - Zeichnen des Umkehrgrafen einer Kurve **(Inv)**
  - Plotten von Punkten **(Plot)**
  - Zeichnen einer Linie **(Line)**
  - Zeichnen eines Kreises **(Crcl)**
  - Zeichnen von vertikalen Linien **(Vert)**
  - Zeichnen von horizontalen Linie **(HZtl)**
  - Freihandzeichnen **(Pen)**
  - Kommentartext **(Text)**

4.2 Einführende Erklärungen und Beispiele zum Arbeiten im GRAPH-Modus

Den *GRAPH-Modus* kann man entweder mit Hilfe der Cursor-Tasten oder über die **5** Taste auswählen.

EXE drücken.



Mit der Tastenkombination **SHIFT MENU** läßt sich das *Setup kontrollieren*, über das im folgenden auch Einstellungen für den GRAPH-Modus vorgenommen werden.

.

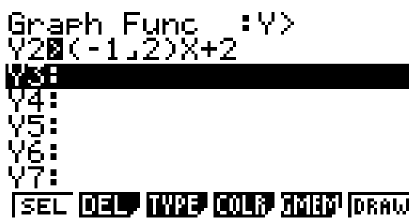
Mit **EXIT** gelangt man vom Setup aus wieder zum *Grafik-Editor-Schirm* zurück.

Es sollen die beiden folgenden *Ungleichungen* in den Grafik-Editor-Schirm *eingegeben* werden:

$$Y1 \leq 2x - 4$$
$$Y2 > -\frac{1}{2}x + 2$$

Dazu drückt man die **F3** Taste, um den *Gleichungstyp auszuwählen*, die **F6** Taste für die weitere Auswahl und die **F4** Taste, um schließlich die erste Ungleichung einzugeben.
Die Variable x kann man mit Hilfe der **X** θ **T** Taste eingeben.

Tastenkombination **F3 F6 F1** drücken, um das Größerzeichen (>) für die zweite Ungleichung einzugeben.
Den Bruch kann man als Quotienten eingeben oder über die **ab/c** Taste.
Bei der Eingabe in der Quotientenform nicht vergessen, Klammern zu setzen.

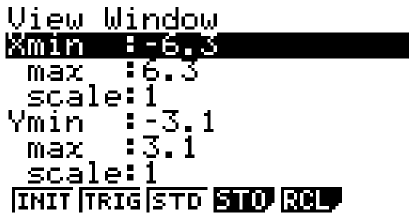


Über die **F4** Taste kann man die *Farbeinstellung für die Grafiken der zwei Ungleichungen* bestimmen.

Man kann mittels der Cursortasten z.B. an die Grafik der ersten Ungleichung die Farbe blau vergeben und an die der zweiten die Farbe grün.

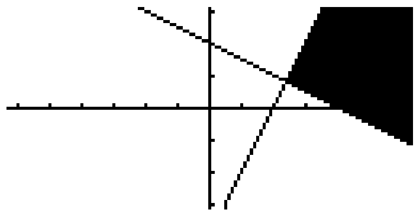
Über die **EXIT** Taste kommt man wieder zum Grafik-Editor-Schirm zurück.

Die *Betrachtungsfenster- (View-Window) Einstellungen* kann man mit der Tastenkombination **SHIFT F3** überprüfen. Mit **F1** erhält man die *anfänglichen Einstellungen* des Betrachtungsfensters.



Über die **EXIT** Taste kommt man wieder zum Grafik-Editor-Schirm zurück.

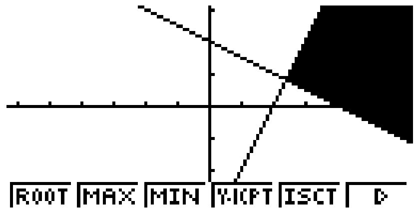
Die *Grafiken* lassen sich mit Hilfe der **F6** Taste *zeichnen*. Zeichnet man die Grafiken im sog. *Plot-Modus*, so wird die zweite Ungleichung auch als strikte Ungleichung dargestellt (*gestrichelt*).



Den *Plot-Modus* kann man *einstellen*, indem man die Setup-Einstellungen mit Hilfe der Tastenkombination **SHIFT MENU F2** verändert.

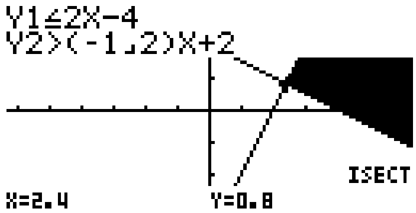
4.3 Der Grafik-Lösungs-Modus (G-Solve)

Wenn man die zwei Ungleichungen hat zeichnen lassen, so kann man den *Schnittpunkt* der beiden (Begrenzungs-) Geraden mit Hilfe des *G-Solve-Modus finden.*
Drückt man die Tastenkombination **SHIFT F5**, so steht diese Option zur Verfügung.



Achtung: *Die SHIFT-Taste braucht man nicht notwendigerweise, wenn die beiden Ungleichungen bereits grafisch dargestellt sind.*

F5 Taste drücken, um den *Schnittpunkt* der beiden Grafiken zu *spezifizieren.*
Das *dunkle Quadrat* in der rechten oberen Ecke signalisiert, daß der Taschenrechner am Arbeiten ist.

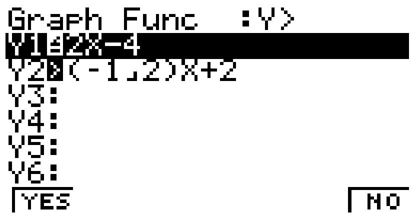


Achtung:
Andere Optionen im Grafik-Lösungs-Modus sind:
- Nullstelle(n) bestimmen
- Maximum bestimmen
- Minimum bestimmen
- Schnittpunkt mit y-Achse bestimmen
- y-Koordinate für gegebene x-Koordinate bestimmen
- x-Koordinate für gegebene y-Koordinate bestimmen
- Integral für einen gegebenen Bereich bestimmen

4.4 Doppelgrafiken/ Grafik-zu-Tabelle

Man kann *zum Grafik-Editor-Schirm zurückkehren*, indem man entweder die **EXIT** Taste oder die **F6** Taste drückt.

Über die **F6** Taste kann man übrigens immer *zwischen der Grafik selbst und dem Grafik-Editor-Schirm umschalten*.



Für den weiteren Fortgang sollen zunächst die beiden *bereits vorhandenen Ungleichungen gelöscht* werden:
Ist die erste Ungleichung markiert, so muß man die **F2** Taste drücken, gefolgt von der **F1** Taste, um diese erste Ungleichung zu löschen.

Mit der Abwärts-Cursortaste auf die zweite Ungleichung gehen und auf die gleiche Art und Weise diese zweite Ungleichung löschen.

Achtung: *Man kann eine Gleichung ebenso* ***deaktivieren****, indem man die* ***F1****-Taste benutzt und die entsprechende Gleichung selektiert.*

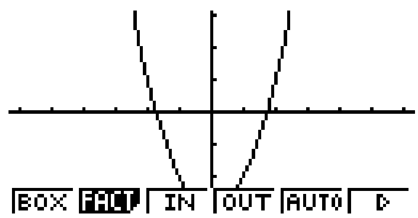
Es soll die folgende Gleichung eingegeben werden:

$$Y1 = X^2 - 3$$

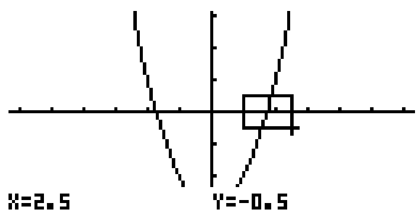
Man muß dazu - neben der bloßen Funktionseingabe - das Betrachtungsfenster überprüfen; danach kann man den Grafen zeichnen lassen.

Diese Funktion hat zwei Nullstellen. Man kann die rechte Nullstelle anzoomen, indem man die *Zoom-Box* benutzt.

Um die Zoom-Box zu benutzen, muß man die **F2**-Taste (für Zoomen) und anschließend die **F1**-Taste (für BOX) drücken.



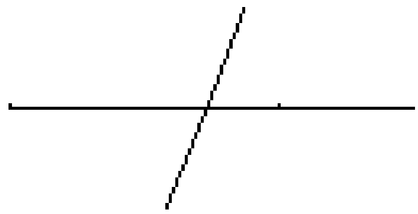
Auf dem Bildschirm erscheint ein *orange-farbener Cursor*. Um eine *Box um die rechte Nullstelle* zu ziehen, muß man sich vorstellen, wo die Box sein sollte und den orange-farbenen Cursor folgendermaßen verschieben:



Mit Hilfe der Cursortasten bewegt man den orange-farbenen Cursor zu demjenigen Punkt, der eine Ecke der Box darstellen soll.

Mit der **EXE** Taste läßt sich jeweils der Eckpunkt der Box festsetzen.

Durch mehrmalige Anwendung der *Trace- und der Zoom-Funktion* läßt sich die *Nullstelle approximativ* finden.



(*Genauer* kann man die Nullstelle jedoch mit *der G-Solve-Funktion* bestimmen.)

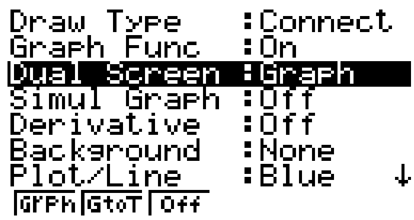
Da jeder, der sich mit dem Anzoomen von Nullstellen beschäftigt, eine andere Box zeichnet und somit letztendlich anders zoomt, kann man mittels der Tastenkombination **F2 F6 F1** am einfachsten zur Originalgröße zurückkehren.

Achtung: *Andere Zoom-Optionen:*

- ***Fact****:* zeigt die Anzeige für das Spezifizieren der Zoom-Faktoren an
- ***In****:* vergrößert die Grafik unter Anwendung der Zoom-Faktoren
- ***Out:*** Verkleinert die Grafik unter Anwendung der Zoom-Faktoren
- ***Auto:*** stellt die Größe der Grafik automatisch so ein, daß sie das Display entlang der y-Achse ausfüllt
- ***Orig:*** ursprüngliche Größe
- ***Sqr:*** stellt die Bereiche so ein, daß der x-Bereich gleich dem y-Bereich ist
- ***Rnd:*** rundet die Koordinaten an der gegenwärtigen Zeiger-Position
- ***Intg:*** wandelt die Werte der x- und y-Achse in Ganzzahlen um
- ***Pre:*** läßt die Betrachtungsfenster-Parameter nach einer Zoom-Operation auf die vorhergehenden Einstellungen zurückkehren

Wenn man den *Doppel-Grafik-Bildschirm* im Zusammenhang mit der Zoom-Funktion benutzt, so ist es möglich, gleichzeitig den Original-Grafen und den gezoomten Grafen bzw. den Original-Grafen und eine Wertetabelle zu betrachten.

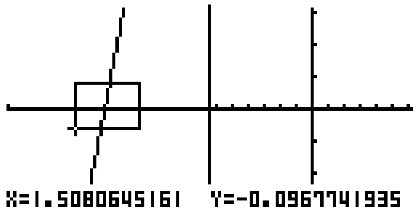
Die Doppel-Grafik-Option erhält man, indem man mit der Tastenkombination **SHIFT MENU** das Setup-Menü öffnet und die Einstellung Doppel-Grafik-Bildschirm auf **Graph** setzt.
Dies ist möglich, wenn man mit dem Abwärtscursor auf die Zeile mit dem Eintrag **Dual Screen** geht und die **F1**-Taste drückt.



Mit **EXIT** gelangt man zurück zum Grafik-Editor.

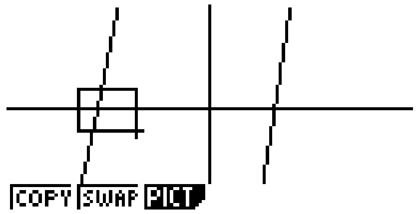
F6-Taste zum Zeichnen drücken.

Die gezoomte Version von vorher befindet sich nun auf der linken (aktivierten) Seite des Doppel-Grafik-Bildschirms, während die rechte Seite leer ist.



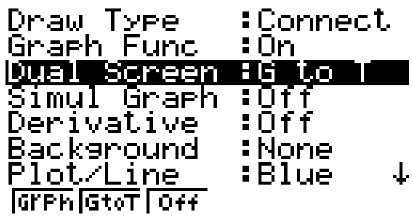
Die Nullstelle wird nun wiederum mittels der Zoom-Box angezoomt.

Die rechte Seite des Doppel-Grafik-Bildschirms beinhaltet nun die neue Grafik. Um auf dem neuen Grafen zu tracen, muß man diesen Teil des Doppel-Grafik-Bildschirms zunächst aktivieren. Dies geschieht mit Hilfe der Tastenkombination **OPTN F2**.

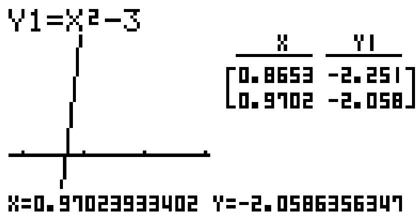


Man kann aber nicht nur eine Grafik zusammen mit einem Ausschnitt dieser Grafik zeichnen, sondern auch einen *Grafen zusammen mit einer (Werte-) Tabelle*.

Dazu geht man wieder ins Setup und ändert die DoppelGrafik-Einstellung auf Grafik-zu-Tabelle, indem man die **F2**-Taste drückt (*G to T*).



Daraufhin erscheint die Grafik zusammen mit einer leeren Tabelle. Um die Tabelle mit Werten aus der Grafik zu versehen, muß man die **F1**-Taste (für Trace) sowie die **EXE** Taste drükken. Dann werden die aktuellen Trace-Werte in die Tabelle übernommen.

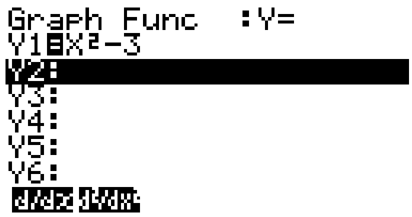


Achtung: *Wenn im Setup die Einstellung* ***Derivative on*** *eingestellt ist, erscheint die Ableitung gemeinsam mit den Koordinatenwerten am Display.*

Die komplette Tabelle kann man sehen, wenn man die ***F6****-Taste drückt; diese F6-Taste schaltet um zwischen der Grafik, der Tabelle und dem Doppel-Grafik-Bildschirm.*

4.5 Grafische Darstellung einer (ersten oder zweiten) Ableitung

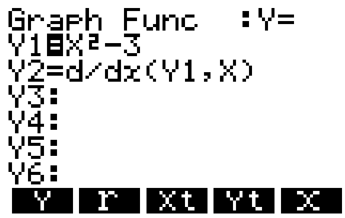
Zunächst müssen im Setup Änderungen vorgenommen werden: Die Doppel-Grafik-Bildschirm-Anzeige und der Ableitungsposten müssen beide auf **Off** eingestellt werden.



Mit **EXIT** kommt man zum Grafikbildschirm zurück.

Den Abwärtscursor auf Y2 bewegen und die Tastenkombination **OPTN F2** drücken, um ins *Menü für Funktionsanalysen* zu gelangen, anschließend die **F1**-Taste drücken, um den Menüpunkt für die *erste Ableitung einer Funktion* zu erhalten.

Danach muß man diejenige Funktionsgleichung eingeben, für die der Graf der Ableitungsfunktion gezeichnet werden soll, gefolgt von der entsprechenden Variablen.

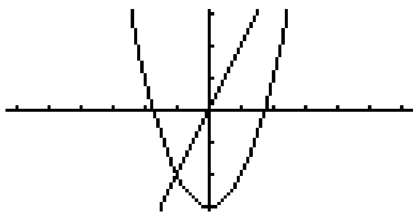


Die Funktionsgleichung kann von Hand eingegeben werden oder über das **VARS**-Menü, wenn die Funktionsgleichung bereits im Grafik-Editor-Schirm vorhanden ist.

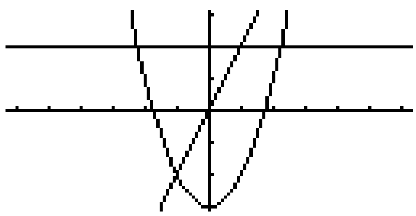
Dazu muß man die **VARS** Taste drücken, dann die **F4** Taste, um die Grafikvariablen, **F1**, um die Y-Variable zu erhalten und die **1** Taste, um die erste Gleichung zu spezifizieren.

Mit einem Komma abtrennen, danach die Tastenkombination **X,θ,T) EXE** drücken.

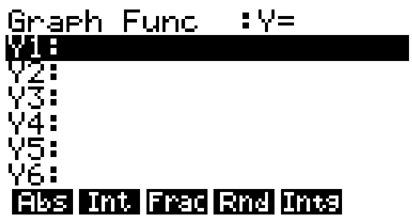
Grafik z.B. in grün zeichnen.



Analog läßt sich die zweite Ableitung (z.B. in orange) zeichnen.



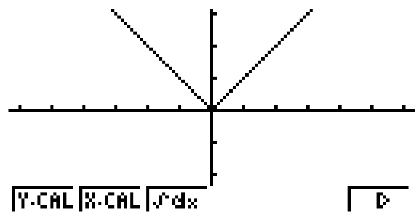
4.6 Grafische Darstellung des bestimmten Integrals



Für die folgenden Arbeitsschritte sollen zunächst - wie bereits beschrieben - *alle Gleichungen aus dem Grafik-Editor-Schirm gelöscht* werden.

Anschließend soll die *Funktion y* = $|x|$ eingegeben und der Graf im Betrachtungsfenster mit den Grundeinstellungen gezeichnet werden.

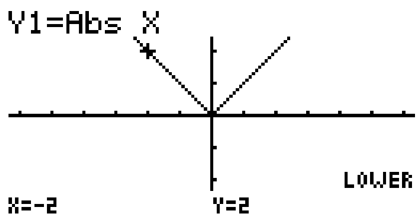
Um den Absolutbetrag zu erhalten, muß man die Tastenkombination **OPTN F5** eingeben, um ins Menü für numerische Rechnungen zu gelangen, danach die **F1** Taste für den Absolutbetrag.



Die Option, mit deren Hilfe der *Graf eines bestimmten Integrals gezeichnet* werden kann, befindet sich im G-Solve-Menü.

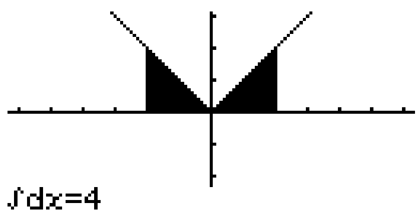
Um ins G-Solve-Menü zu kommen, muß man, nachdem man den Graf gezeichnet hat, die **F5** Taste drücken. Mit der **F6** Taste erhält man die weitere Auswahl und mit der **F3** Taste die Integral-Option.

Um das *bestimmte Integral grafisch darstellen* zu können, muß zunächst die *untere bzw. die obere Integralgrenze festgesetzt* werden. Dies kann man mittels der Trace-Option tun, indem man die Kurve nachfährt und mit der **EXE** Taste die beiden Grenzen markiert.



Z.B. soll für die oben angegebene Funktion das Integral mit den Integralgrenzen -2 und +2 bestimmt werden.

Zusätzlich zur *grafischen Darstellung des Integrals* wird der *numerische Wert des Integrals* angezeigt.

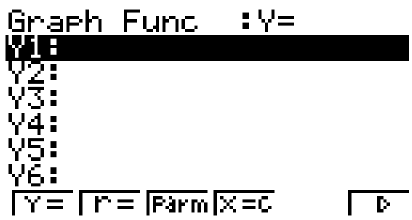


Achtung: *Man kann den (numerischen) Wert eines bestimmten Integrals ebenso im RUN-Modus berechnen, und zwar über die Tastenkombination OPTN F4.*

4.7 Grafische Darstellung parametrischer Gleichungen

Eine *parametrische Gleichung* ist eine Gleichung, in der sowohl x als auch y Funktionen einer dritten Variablen, z.B. T, sind.
Beispielsweise kann man den Einheitskreis unter Verwendung von rechtwinkligen Koordinaten zeichnen; die Punkte auf der Kreislinie haben dann die Koordinaten (cosT, sinT). Andererseits kann man eine Kreisgleichung auch in parametrisierter Form angeben: x und y sind dann Funktionen von T.

Für das weitere Vorgehen sollen zunächst alle Gleichungen im Grafik-Editor-Schirm gelöscht werden.



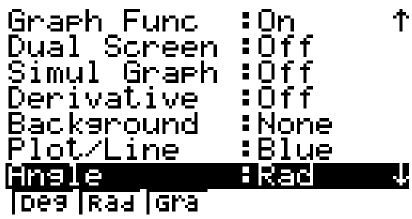
Über die **F3** Taste kann man den *Funktionstyp spezifizieren*, und zwar muß man nochmals die **F3** Taste drücken, um den *parametrischen Typ* zu erhalten.

Als Speicherbereiche stehen nun zwei Zeilen zur Verfügung, da für die Spezifikation von parametrische Funktionen auch die Angabe zweier Gleichungen nötig ist, eine für die x-Koordinate und eine für die y-Koordinate.

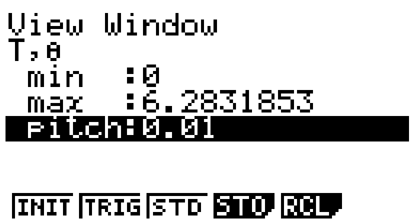
Die folgenden beiden Gleichungen sollen in den Grafik-Editor-Schirm eingegeben werden:

Xt1 = cosT
Yt1 = sinT

Mit der Tastenkombination **SHIFT MENU** überprüfen, ob die *Winkeleinstellung Rad* vorliegt.



Auch das *Betrachtungsfenster* muß (über die Tastenkombination **SHIFT F3**) überprüft werden. Am einfachsten ist es, die anfänglichen Einstellungen zu übernehmen (**F1** drücken**)**.

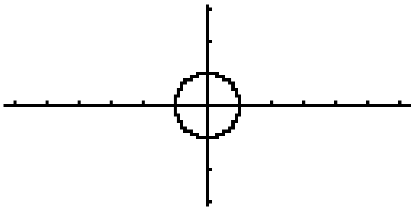


Man sollte den Abwärtscursor benutzen, um die *Werte für T (Minimal-, Maximalwerte)* und *für die Schrittweite (pitch)* zu kontrollieren.

Da T für den Winkel steht und die Winkel im Rad-Maß gemessen werden, muß Tmin auf 0 und Tmax auf 2π gesetzt werden.

Die Schrittweite gibt an, wie oft die Gleichungen ausgewertet werden. Setzt man beispielsweise die Schrittweite für diese Gleichung auf 0.01, so wird diese Funktion für T alle 0.01 Einheiten ausgewertet. Je feiner die Schrittweite ist, desto genauer wird der Graf gezeichnet und desto länger dauert es, die Grafik aufzubauen.

EXIT Taste und anschließend die **F6** Taste drücken, um den *Einheitskreis zu zeichnen*.

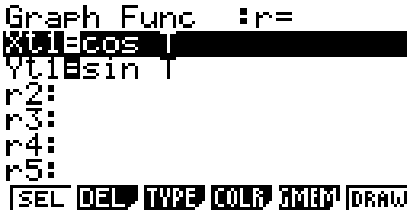


Achtung: *Den Einheitskreis kann man auch zeichnen, indem man eine polare Gleichung verwendet.*

4.8 Grafische Darstellung polarer Gleichungen

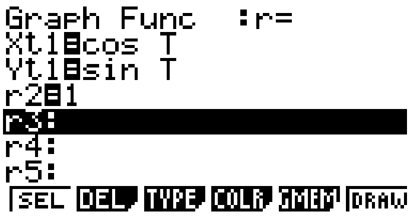
Mit der **EXIT** Taste oder der **F6** Taste zum Grafik-Editor-Schirm zurückkehren.

Mit Hilfe der Tastenkombination **F3** **F2** den *polaren Funktionstyp spezifizieren.*

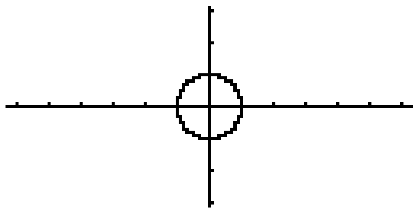


Die Gleichung für den Einheitskreis als *polare Gleichung eingeben:*

r2 = 1



Mit Hilfe der **F6** Taste den Grafen zeichnen.



Name: .... **Datum: ....**

G1: Ein Stall für das Schweinchen (Schülerübungen)

Ein Schwein auf der Farm von Annas Onkel hat gerade Ferkel geworfen; Anna hat eines davon bekommen.

1. Wenn Anna und ihr Vater einen rechteckigen Stall mit den *Maßen 8m auf 5m* bauen, welchen *Umfang* hat dann dieser Stall? Welchen *Flächeninhalt* besitzt er?

2. Angenommen, der Zaun ist an zwei Seiten 6m lang und hat einen Umfang von 48m. Wie lang sind die beiden anderen Seiten?

3. Anna und ihr Vater beschließen, den Stall an die Scheune anzubauen. Wenn zwei gegenüberliegende Seiten 5m lang sind und für den kompletten Zaun 25 benötigt werden, wie lang ist dann die restliche Seite?

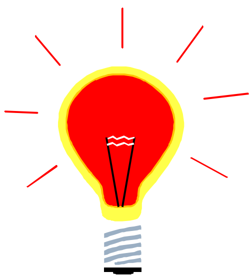
Annas Vater hat ihr versprochen, daß sie das Schwein behalten darf, wenn sie ermitteln kann, wie groß der Stall zu sein hat. Der Stall wird mit einer Seite an die Scheune angebaut werden, mit einer Zaunlänge von insgesamt 72m.

4. Wie lang sollte der Umfang der drei Seiten des Zaunes sein?

5. Beschrifte die Seiten des Zaunes entsprechend.

6. Welche Gleichung beschreibt den Flächeninhalt des Stalls?

7. Anna liebt ihr Schweinchen und möchte, daß es möglichst viel Platz hat. Finde die Abmessungen des optimalen Stalls heraus.



Denksport:

- Was wäre der maximale Flächeninhalt, wenn die Scheune nur 30m lang wäre?
- Welche Abmessungen sollte der Zaun haben, um den Flächeninhalt zu maximieren, wenn 78m Zaun verfügbar wären?

G1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Ein Stall für das Schweinchen)

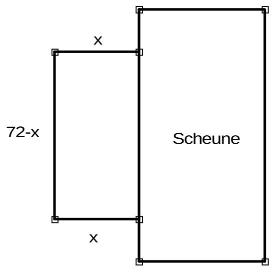
Lernziel:
Grafische Darstellung einer Gleichung und Auffinden eines Maximums

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Algebra
- Geometrie aus der Sichtweise der Algebra
- Berechnung und Abschätzung

Hinweise:
Man kann die Schüler auch den Stall maßstabsgerecht aus Hölzchen bauen und so die Antworten zu den Fragen experimentell überprüfen lassen.

Lösungen:

1. Umfang: 26m
Flächeninhalt: $40\,\mathrm{m}^2$
2. 18m
3. 15m
4. 72m
5.



6. Y1 = x(72-2x)
7. 18m auf 36m

Name: .... **Datum: ....**

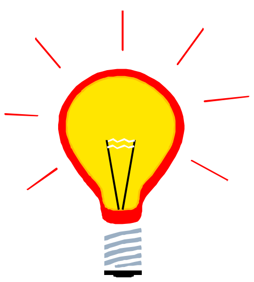
G2: Popkorn-Verkauf beim Schulfest (Schülerübungen)

Die 8.Jahrgangsstufe muß Geld auftreiben für ihre Klassenfahrt am Ende des Schuljahres.
Die *Klasse 8a* will beim Schulfest *Popkorn* verkaufen, während die *Klasse 8b Zuckerwatte* anbieten möchte.
Die Kosten, eine Popkorn-Maschine zu mieten, belaufen sich auf 15DM, die für eine Zuckerwatte-Maschine auf 25DM.
Pro Tüte Popkorn entstehen 0.05DM Selbstkosten. Die Selbstkosten pro Portion Zuckerwatte betragen 0.10DM.
Die Klasse 8a will die Tüte Popkorn für 0.50DM verkaufen, die Klasse 8b möchte pro Portion Zuckerwatte 0.75DM verlangen.

1. Jede Klasse will 100DM Gewinn machen.
Wieviele Tüten Popkorn muß die Klasse 8a verkaufen, um dieses Ziel zu erreichen?
Wieviele Portionen Zuckerwatte muß die Klasse 8b verkaufen, um dieses Ziel zu erreichen?

2. Wieviele Tüten/ Portionen müssen beide Klassen mindestens verkaufen, um einen Verlust zu vermeiden?

3. An welchem Punkt haben beide Klassen denselben Gewinn?



Denksport:

- Ändere den Verkaufspreis für Popkorn auf 0.75DM und den für Zuckerwatte auf 0.80DM.
- Wie ändern sich dadurch die Antworten auf obige Fragen?

G2L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Popkorn-Verkauf beim Schulfest)

Lernziel:
Untersuchen von Grafen von Geradengleichungen, einschließlich x-Schnittpunkte und y-Schnittpunkte, mit Hilfe des Taschenrechners

Lerninhalte:
- Algebra
- Mathematik als problemlösendes Denken

Hinweise:
Die Schüler sollen den Grafikmodus sowie die Zoom- und Trace-Funktion benutzen, um dieses Arbeitsblatt zu bearbeiten.

Gleichungen:

Y1 = 0.5x-(15+0.05x)

Y1: Popkorn-Gewinn
x: Anzahl der Tüten Popkorn

Y2 = 0.75x-(25+0.1x)

Y2: Zuckerwatten-Gewinn
x: Anzahl der Portionen Zuckerwatte

Hinweise:

1. *Hilfslinie* Y3 = 100 einzeichnen
2. Ein Vorschlag für den *Bereich bei Aufgabe 1* ist: X:$[0,400]_{25}$ Y:$[-50,150]_{25}$

Ein Vorschlag für den *Bereich bei Aufgabe 2* ist: X:$[0,70]_{10}$ Y:$[-10,15]_{5}$

Lösungen:

1. Popkorn: 256 Tüten

Zuckerwatte: 193 Portionen
(***Achtung:*** *Aufrunden ist notwendig, da es keine Bruchteile von Tüten/ Portionen gibt.)*

2. Popkorn: 34 Tüten

Zuckerwatte: 39 Portionen

3. Nach 50 Einheiten (Gewinn: 7.50DM)

Name: .... **Datum: ....**

G3: Erfolgreiche Geschäfte (Schülerübungen)

Für jede der beiden folgenden Textaufgaben sollen *folgende Arbeitsaufträge* bearbeitet werden:

a) Schreibe die entsprechende Gleichung auf sowie die Nebenbedingungen in Form von Ungleichungen,
b) zeichne und skizziere den relevanten Bereich,
c) gib eine Lösung zu dem Problem an.

1. Der *Florist Blümchen* muß Rosen und Nelken für den Valentinstag bestellen.
Die Rosen kosten den Floristen 20DM das Duzend und die Nelken 5DM das Duzend.
Der Gewinn für die Rosen beträgt 20DM das Duzend und der für die Nelken 8DM das Duzend.
Der Florist kann höchstens 450DM für die Blumen insgesamt ausgeben und muß mindestens 20 Dutzend Nelken bestellen, aber Florist Blümchen kann nicht mehr als 60 Duzend Blumen bestellen.

Wieviele Blumen von jeder Sorte sollte er bestellen, wenn er seinen Gewinn maximieren möchte?

Gleichung:

Nebenbedingungen:

Lösung:

2. Herr Skrupellos, ein bekannter Geschäftsmann in der Stadt, benutzt immer sowohl die Zeitung als auch das Radio, um jeden Monat Werbung zu machen.

Man schätzt, daß jede Zeitungsanzeige 8000 Leute erreicht und jeder Radiowerbespot 15000 Leute.
Jede Zeitungsanzeige kostet 50DM und jeder Radiowerbespot 100DM.
Das Geschäft kann pro Monat nicht mehr als 1000DM für Werbung ausgeben.
Die Zeitung verlangt, daß pro Monat mindestens 4 Anzeigen gesetzt werden, das Radio verlangt pro Monat mindestens 5 Werbespots.

Welche Kombination von Zeitungsanzeigen und Radiowerbespots sollte Herr Skrupellos nehmen, um ein Maximum an Leute zu erreichen?

Gleichung:

Nebenbedingungen:

Lösung:

G3L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Erfolgreiche Geschäfte)

Lernziel:
Zeichnen eines Systems von Ungleichungen im Grafikmodus, um ein lineares Optimierungsproblem zu lösen.

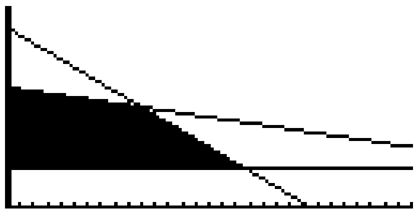
Lerninhalte:
- mathematische Beziehungen
- Mathematik als problemlösendes Denken

1. **Florist Blümchen:**

Gleichung: maxP=20x+8y

x: Rosen
y: Nelken

Nebenbedingungen: $x\geq 0$
$y\geq 20$
$x+y\leq 60$
$20x+5y\leq 450$



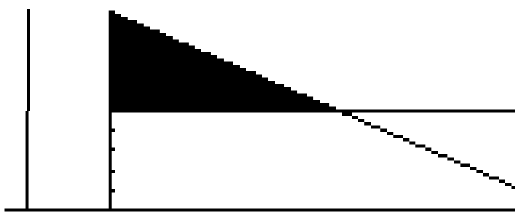
Lösung:
Er sollte 10 Duzend Rosen und 50 Duzend Nelken bestellen.

2. **Herr Skrupellos:**

Gleichung: maxP=8000x+15000y

x: Zeitungsanzeigen
y: Radiowerbespots

Nebenbedingungen: $x\geq 4$
$y\geq 5$
$50x+100y\leq 1000$



Lösung:
Er sollte 10 Zeitungsanzeigen nehmen und 50 Radiowerbespots.

Name: .... **Datum: ....**

G4: Es gibt ein Schema ...(Schülerübungen)

I. Vervollständige die untenstehende Tabelle.

FUNKTION	**SKIZZE**	**NULL-STELLEN** POSITIV ODER NEGATIV? REELL ODER IMAGINÄR?	**Y-SCHNITT-PUNKT**	**ANZAHL DER WENDE-PUNKTE**
1. $y = 3$				
2. $y = 2x + 1$				
3. $y = x^2 + x - 2$				
4. $y = 2x^2 - 4x + 3$				
5. $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$				
6. $y = -x^3 + 2x^2 + x - 2$				
7. $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$				
8. $y = -x^4 + 5x^2 - 4$				

9. $y = x^4 + 2x^2 - 1$				
10. $y = x^5 + x^4 - 7x^3 - x^2 + 6x$				
11. $y = -x^5 - 5x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 6x$				
12. $y = x^6 + 3x^5 - 5x^4 - 15x^3 + 4x^2 + 12x$				

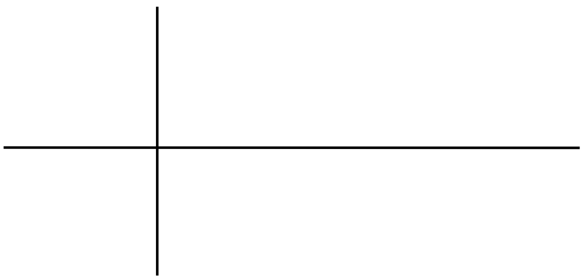
II. Vervollständige die folgenden Tabellen, beschreibe das Verhalten der „Äste“:

FUNKTION	LINKS	RECHTS
$y = x^2$		
$y = -x^2$		
$y = x^3$		
$y = -x^3$		
$y = x^4$		
$y = -x^4$		
$y = x^5$		
$y = -x^5$		

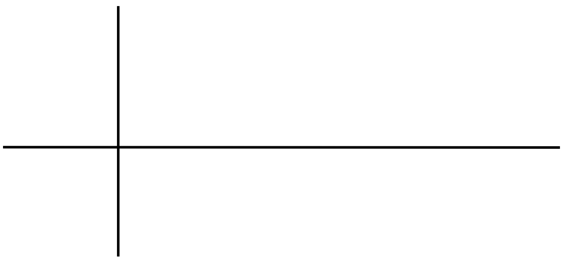
LEITKOEFFIZIENT	LINKS	RECHTS
positiv, gerade Potenz		
negativ, gerade Potenz		
positiv, ungerade Potenz		
negativ, ungerade Potenz		

III. Skizziere je einen repräsentativen Grafen:

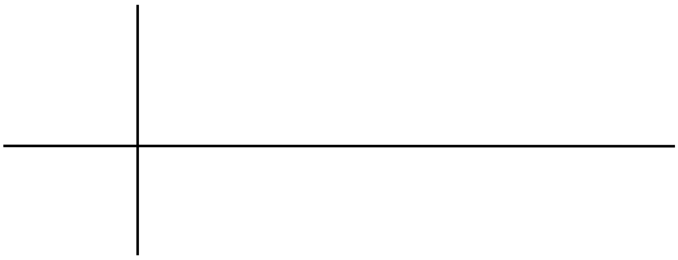
1. Eine kubische Funktion mit drei verschiedenen Nullstellen - eine positiv und zwei negativ.

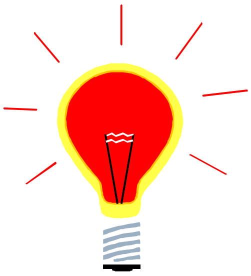


2. Eine quadratische Funktion mit negativem Leitkoeffizienten und zwei komplexen Nullstellen.



3. Eine Polynomfunktion 5.Grades mit drei positiven Nullstellen und zwei komplexen Nullstellen.





Denksport:

- Skizziere einen Grafen einer *Gleichung vierten Grades mit allen Möglichkeiten von Nullstellen* ...z.B. 4 reelle Nullstellen, 3 reelle Nullstellen (eine doppelt), 2 reelle Nullstellen (2 doppelt), 2 reelle Nullstellen und eine komplexe, eine reelle Nullstelle, keine reelle Nullstelle und vier komplexe.
- Welche Möglichkeiten hast Du für eine *Gleichung fünften Grades?*

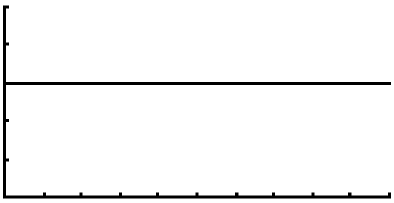
G4L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Es gibt ein Schema ...)

Lernziel:
Zeichnen von Polynomfunktionen, Entdecken von Schemata unter Zuhilfenahme des Grafikmodus des Taschenrechners.

Lerninhalte:
- Funktionen
- mathematische Beziehungen
- Schemata

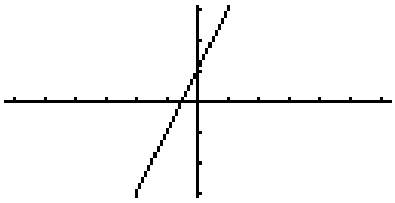
I. Vervollständige die folgende Tabelle ...

1.



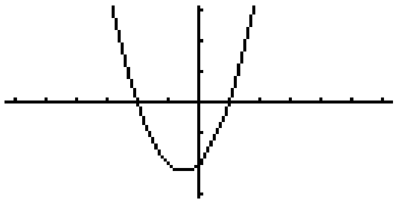
- keine reellen Nullstellen
- y-Schnittpunkt: (0;3)
- keine Wendepunkte

2.



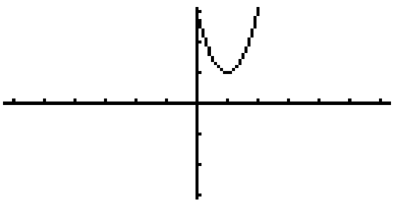
- Nullstelle: (0,5;0)
- y-Schnittpunkt: (0;1)
- keine Wendepunkte

3.



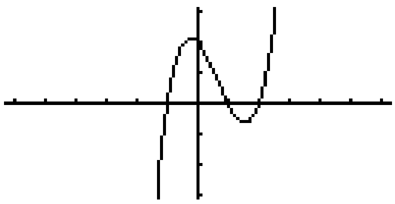
- Nullstellen: (1;0), (-2;0)
- y-Schnittpunkt: (0;-2)
- 1 Wendepunkt

4.



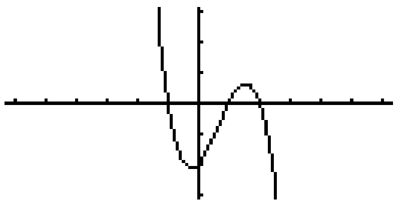
- Nullstellen: $(1 \pm \frac{1}{2} i\sqrt{2};0)$
- y-Schnittpunkt: (0;3)
- keine Wendepunkte

5.



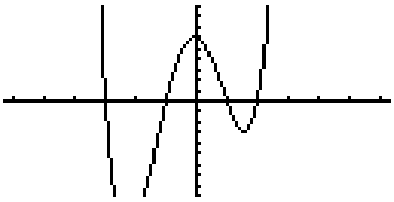
- Nullstellen: (-1;0), (1;0), (2;0)
- y-Schnittpunkt: (0;1)
- keine Wendepunkte

6.



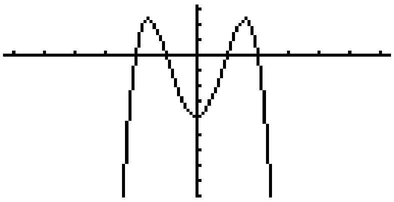
- Nullstellen: (-1;0), (1;0), (0;-2)
- y-Schnittpunkt: (0;-2)
- 1 Wendepunkt

7.



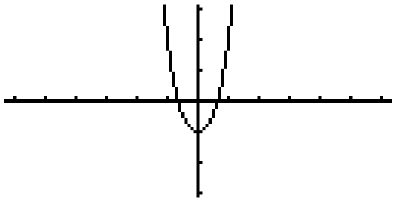
- Nullstellen: (1;0), (-1;0), (2;0), (-3;0)
- y-Schnittpunkt: (0;6)
- 3 Wendepunkte

8.



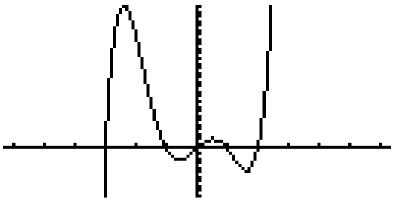
- Nullstellen: (-1;0), (1;0), (2;0), (-2;0)
- y-Schnittpunkt: (0;-4)
- 3 Wendepunkte

9.



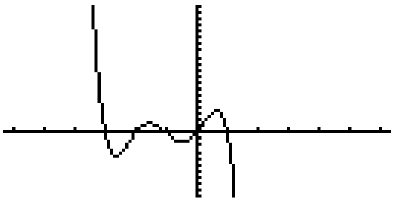
- Nullstellen:($\pm\sqrt{-1+\sqrt{2}}$;0)
- y-Schnittpunkt: (0;-1)
- 3 Wendepunkte

10.



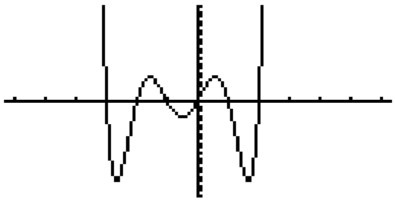
- Nullstellen: (-3;0), (-1;0), (0;0), (1;0), (2;0)
- y-Schnittpunkt: (0;0)
- 4 Wendepunkte

11.



- Nullstellen: (-3;0), (-2;0), (-1;0), (0;0), (1;0)
- y-Schnittpunkt: (0;0)
- 4 Wendepunkte

12.



- Nullstellen: (-3;0), (-2;0), (-1;0), (0;0), (1;0), (2;0)
- y-Schnittpunkt: (0;0)
- 5 Wendepunkte

II. Vervollständige die folgenden Tabellen, beschreibe das Verhalten der „Äste“:

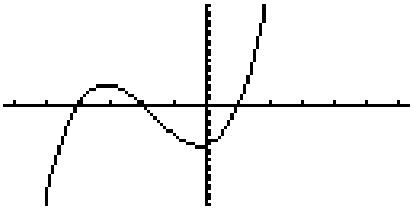
FUNKTION	LINKS	RECHTS
$y = x^2$	auf	auf
$y = -x^2$	ab	ab
$y = x^3$	ab	auf
$y = -x^3$	auf	ab
$y = x^4$	auf	auf
$y = -x^4$	ab	ab
$y = x^5$	ab	auf
$y = -x^5$	auf	ab

<u>LEITKOEFFIZIENT</u>	<u>LINKS</u>	<u>RECHTS</u>
positiv, gerade Potenz	auf	auf
negativ, gerade Potenz	ab	ab
positiv, ungerade Potenz	ab	auf
negativ, ungerade Potenz	auf	ab

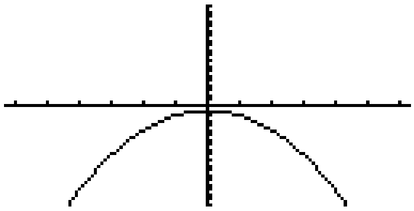
III. Skizziere je einen repräsentativen Grafen:

Es sind unterschiedliche Lösungen möglich. Hier einige Beispiele:

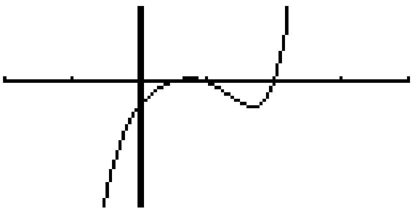
1.



2.



3.



Name: .... **Datum: ....**

G5: ... Und hier ist die Schrittweite! (Schülerübungen)

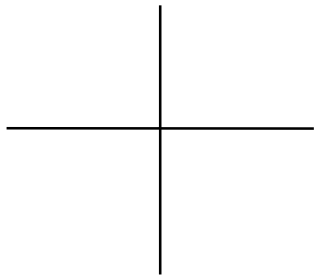
Zeichne im Modus für parametrische Funktionen - *Winkeleinstellung Deg* - folgende Funktion:

$$Xt1 = \cos t$$
$$Yt1 = \sin t$$

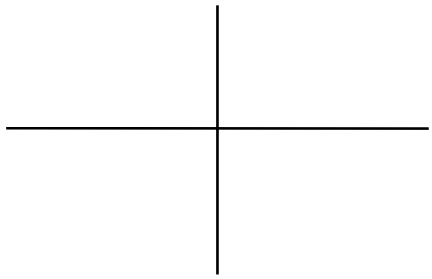
Nimm dabei folgende Einstellungen für das Betrachtungsfenster vor:

Xmin: -4	min: 0
Xmax: 4	max: 360
scale: 1	pitch: 5
Ymin: -2	
Ymax: 2	
scale: 1	

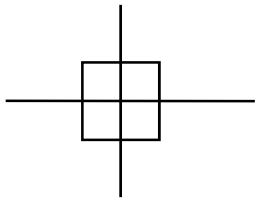
1. Skizziere Deine Ergebnisse:



2. Ändere die Schrittweite auf 90°. Skizziere:



3. Wie könnte man die Parameter ändern, damit die Figur wie folgt erscheint?
Gib auch Werte für das neue Betrachtungsfenster an.



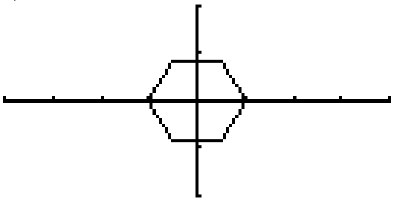
Tmin =

Tmax =

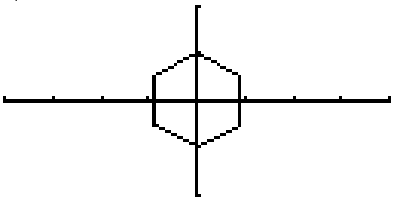
Pitch =

4. Wie könnte man das Betrachtungsfenster und/ oder die Parameter jeweils ändern, um die folgenden Figuren zu erhalten?

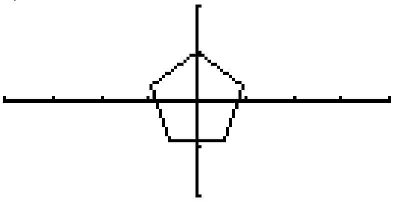
a)



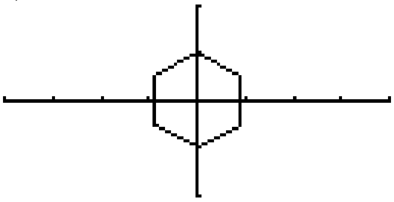
b)



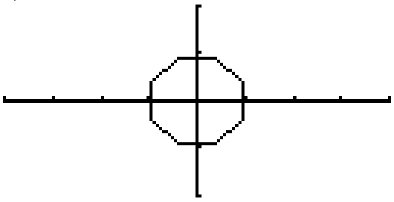
c)

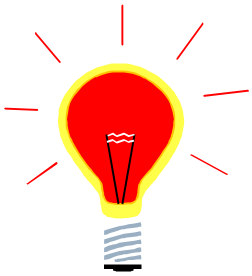


d)



e)





Denksport:

- Welches ist das *längste Polygon*, das Du finden kannst, ohne daß die Figur kreisförmig aussieht?
- Wenn Du die *Größe des Betrachtungsfensters veränderst*, ändert sich dann Deine Antwort?

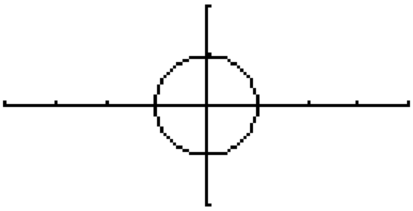
G5L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen

(... Und hier ist die Schrittweite!)

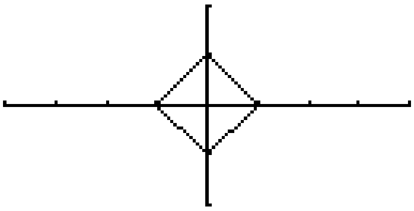
Lernziel:
Untersuchen und Kennenlernen der Wirkung der Schrittweiten-Variable (pitch) auf parametrische Gleichungen; Erzeugung und Rotation regulärer Polygone.

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Geometrie aus algebraischer Sicht

1.



2.



3.
Tmin = 45°

Tmax = 405°

Pitch = 90°

4.
a)
Tmin = 0°
Tmax = 360°
Pitch = 60°

b)
Tmin = 30°
Tmax = 390°
Pitch = 60°

c)
Tmin = 18°
Tmax = 378°
Pitch = 72°

d)
Tmin = 0°
Tmax = 360°
Pitch = 60°

e)
Tmin = 22.5°
Tmax = 382.5°
Pitch = 45°

Name: .... **Datum: ....**

G6: Tausche x gegen y (Schülerübungen)

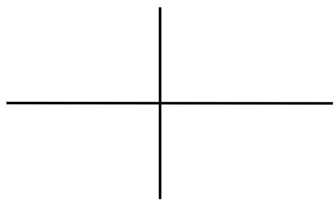
Benutze den parametrischen Funktionstyp und gib die nachfolgenden Gleichungen ein. Der Graf soll in der Farbe blau gezeichnet werden:

Xt1 = T
Yt1 = 1+2T

Gib ein zweites Paar von Gleichungen ein. Der Graf soll nun in der Farbe orange gezeichnet werden:

Xt2 = 1+2T
Yt2 = T

Skizziere die Grafen der Gleichungen in das nebenstehende Koordinatensystem.



Laufe die Grafik ab, bis der Cursor auf dem Schirm sichtbar wird. Benutze den Auf- oder Abwärtscursor, um von einem Grafen auf den anderen zu wechseln.

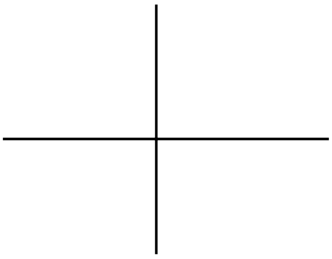
Was fällt dir an der Beziehung zwischen den x- und y-Koordinaten auf, wenn du von einem Grafen auf den anderen wechselst?

Aus algebraischer Sicht gesehen, vertausche x und y in der folgenden Gleichung und löse sie nach y auf:

$$y = 1+2x$$

Kehre zum Grafik-Editor-Schirm zurück, gehe mit dem Abwärtscursor auf eine leere Zeile im Grafik-Editor-Schirm; wechsle dann auf rechtwinklige Koordinaten und gib sowohl die Originalgleichung als auch die umgeformte Gleichung ein.

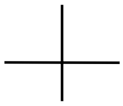
Zeichne beide in der Farbe Grün. Skizziere die Grafik in das untenstehende Koordinatensystem.



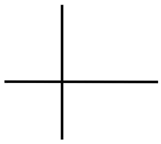
Was fällt dir an den parametrisierten Grafen und an den soeben gezeichneten auf?

Finde zu jedem der folgenden Grafen den inversen Grafen. Benutze den Taschenrechner, um dein Ergebnis nachzuprüfen: Zeichne die Originalkurve, berechne die Umkehrfunktion und zeichne sie.

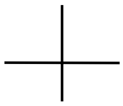
$y = 3\text{-}5x$ Inverse:



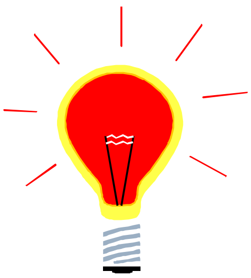
$y = \frac{1+2x}{3x}$ Inverse:



$y = \sqrt{2x+1}$ Inverse:



Zeichne den Grafen der Funktion y = x auf den Grafikbildschirm, zusammen mit der Original-kurve und deren inversen. Was fällt dir an einer Kurve und ihrer inversen bezüglich des Grafen der Funktion y = x auf?



Denksport:

- Ist das Inverse einer jeden Funktion wieder eine Funktion?
- Warum bzw. warum nicht?

G6L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Tausche x gegen y)

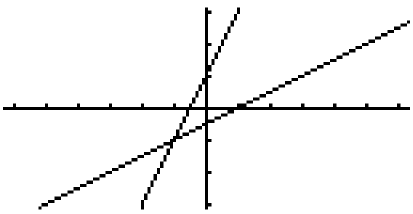
Lernziel:
Entdecken der Beziehung zwischen einer Funktion und ihrer Inversen mit Hilfe des Taschenrechners

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Funktionen
- Algebra

Vorschlag:
Falls dies das für die Klasse das erste Mal ist, daß mit parametrischen Funktionen gearbeitet wird, sollte der Lehrer die erste Gleichung *mit der Klasse gemeinsam* lösen.

Antworten:

Die Schüler sollten feststellen, daß die x- und y-Werte vertauscht werden, wenn man von einer Kurve auf die andere wechselt und die Koordinaten betrachtet.

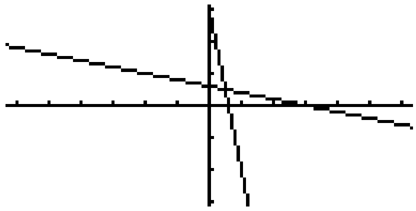


$y = 1+2x$
$x = 1+2y$ (x und y vertauscht)
$x-1 = 2y$
$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ (nach y aufgelöst)

Die Schüler sollten merken, daß die parametrischen Gleichungen äquivalent zu den algebraischen sind.

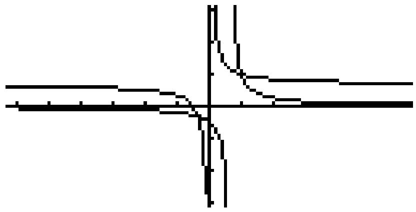
$y = 3x\text{-}5$

Inverse: $y = \dfrac{x-3}{-5}$



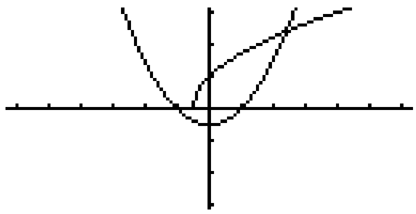
$y = \dfrac{1+2x}{3x}$

Inverse: $y = \dfrac{1}{3x-2}$



$y = \sqrt{2x+1}$

Inverse: $\dfrac{x^2-1}{2}$



Den Schülern sollte auffallen, daß die Originalfunktion und ihre Inverse durch Spiegelung an der Winkelhalbierenden des ersten und dritten Quadranten mit der Gleichung y = x ineinander übergehen.

Name: .... **Datum: ....**

G7: Von Punkt A nach Punkt B (Schülerübungen)

In der Umgangssprache sagt man, ein *Funktion f(x) ist stetig in einem Punkt x = c*, wenn man den Grafen in der Nähe des Punktes c und im Punkt c selbst zeichnen kann, ohne den Stift absetzen zu müssen.

I. Für jede der folgenden Funktionen soll

a) der Graf im Plot-Modus gezeichnet werden,

b) mit Hilfe der Trace-Funktion untersucht werden, ob die Funktion im angegebenen Punkt bzw. in den angegebenen Punkten stetig ist.

1. $y = \dfrac{x^2 - 9}{x - 3}$ bei x = 3

2. $y = \begin{cases} x + 2, x \geq 4 \\ 2x - 1, x < 4 \end{cases}$ bei x = 4

3. $y = \begin{cases} 2x + 3, x < 2 \\ 9 - x, x = 2 \\ 4x - 1, x > 2 \end{cases}$ bei x = 2

4. $y = \begin{cases} |x|, x < 0 \\ [x], 0 \leq x \leq 3 \\ 5 - x, x > 3 \end{cases}$

   bei x = 0, x = 1, x = 3[1]

5. $y = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 9}{x - 3}, x < 3 \\ 8, x = 3 \\ \dfrac{x^2 - 9}{x - 3}, x > 3 \end{cases}$

   bei x = 3

II. Welchen Bedingungen muß eine Funktion genügen, damit sie stetig ist in einem Punkt?

---

[1] [x]: die größte Ganzzahl, die nicht größer als x ist (INT-Funktion)

III. Untersuche die folgenden Funktionen auf Stetigkeit:

1. $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4}{x+2}, x<-2\\ 3, x=-2\\ \frac{x^2-4}{x+2}, x>-2\end{cases}$; x = -2

2. $f(x)=\begin{cases}x-2, x<2\\ -1, x=2\\ x-4, x>2\end{cases}$; x = 2

3. $f(x)=x^2$; x = 3

4. $f(x)=\begin{cases}x+2, x<2\\ 2x, x\geq 2\end{cases}$; x = 2

5. $f(x)=\begin{cases}2x-, x<2\\ 1, x=2\\ -x, x>2\end{cases}$; x = 2

6. $f(x)=\frac{1}{x}$; x = 0

7. $f(x)=[x]$; x = 4.5, x = 5

8. $f(x)=\begin{cases}2x-1, x\geq 3\\ 8-x, x<3\end{cases}$; x = 3, x = 0

9. $f(x)=\begin{cases}x^2-1, x\geq 0\\ 2x+4, x<0\end{cases}$; x = 0, x = -2

Denksport:

Notiere den Funktionsterm für eine Funktion, die *stetig ist bei -3, aber unstetig bei 3.*

G7L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen/ Teil 1 (Von Punkt A nach Punkt B)

Lernziel:
Einführung in das Thema „Stetigkeit in einem Punkt“ mit Hilfe des Grafiktaschenrechners

Lerninhalte:
- Funktionen
- bildhafte Veranschaulichung von Rechnungen

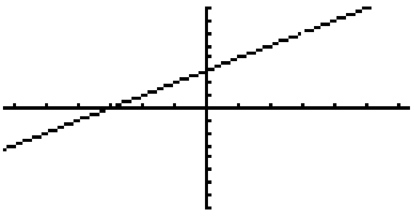
Hinweise:
- Diesem Arbeitsauftrag sollte eine grafische Diskussion von Grenzwerten folgen.
- Vorschlag für das Betrachtungsfenster:

X: [-6,3;6,3]
Y: [-8;8]
- Der Lehrer sollte zunächst intervallweise definierte Funktionen wiederholen.

Lösungen:

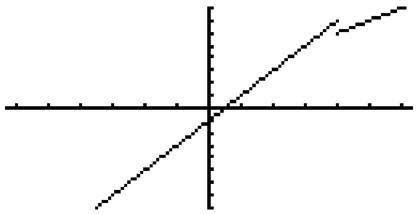
I.

1.



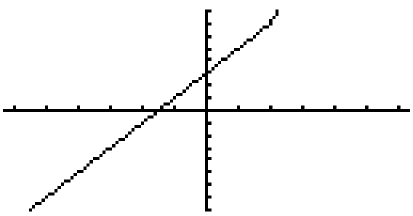
unstetig bei x = 3

2.



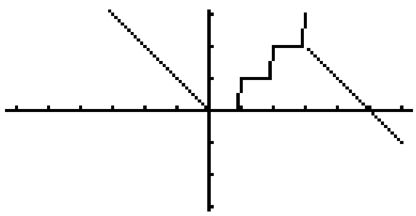
unstetig bei x = 4

3.



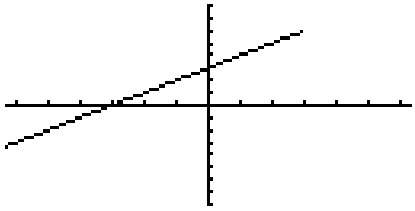
stetig bei x = 2

4.



unstetig bei x = 3

5.



stetig bei x = 0, unstetig bei x = 1, unstetig bei x = 3

II. Eine *Funktion f(x) ist stetig in einem Punkt x = c* dann und nur dann, wenn

a) f(c) definiert ist,
b) $\lim_{x \to c}$ f(x) existiert,
c) f(c) = $\lim_{x \to c}$ f(x).

III.
1. unstetig bei x = -2
2. unstetig bei x = -2
3. stetig bei x = 3
4. stetig bei x = 2
5. unstetig bei x = 2
6. unstetig bei x = 0
7. unstetig bei x = 5, stetig bei x = 4.5
8. stetig bei x = 0, stetig bei x = 3
9. unstetig bei x = 0, stetig bei x = -2

Name: .... **Datum: ....**

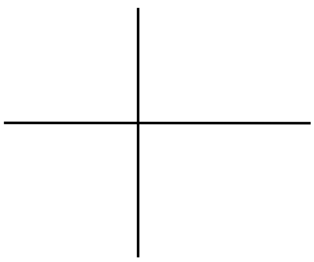
G8: Ins Unendliche ... (Schülerübungen)

Eine *Asymptote* ist eine Kurve, an die sich eine (Funktions-)Gleichung annähert, wenn entweder x oder y gegen plus unendlich oder gegen minus unendlich strebt.
Eine *vertikale Asymptote* ist durch die Gleichung x = gegeben, wenn bei der Funktion y gegen $\pm \propto$ strebt.

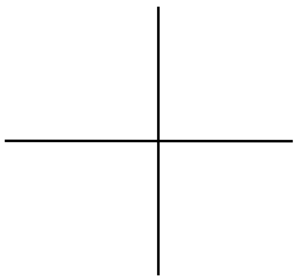
Stelle jede der folgenden Funktionen grafisch dar; fahre dann die Kurve ab, bis die y-Werte sehr groß oder sehr klein werden.
Stelle eine Wertetabelle auf für große y-Werte, um die entsprechenden x-Werte an diesen Punkten zu betrachten.
Beantworte für jeden Grafen die folgenden Fragen:

Welchem x-Wert nähert sich die Funktion an, wenn y sehr groß oder sehr klein wird?
Faktorisiere die Gleichungen, wenn nötig.
Wie hängt der x-Wert mit der Gleichung zusammen?

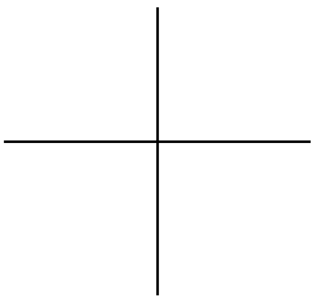
1. $y = \frac{2}{x-3}$



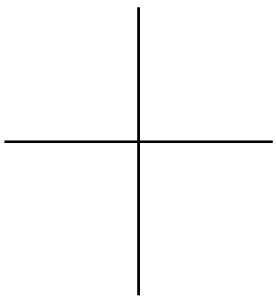
2. $y = \frac{x-1}{x-3}$



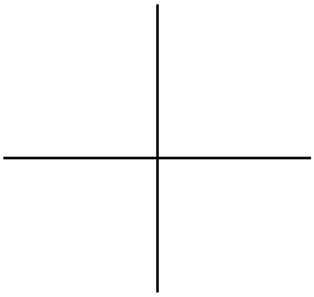
3. $y = \frac{2x^2 + 3x - 5}{2x + 4}$



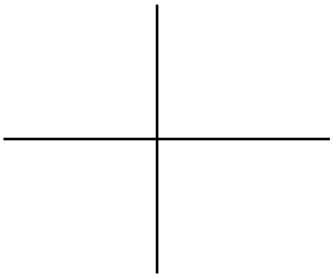
4. $y = \frac{x-1}{x^2 - 3x - 4}$



5. $y = \dfrac{4}{2x^2 + 7x - 4}$

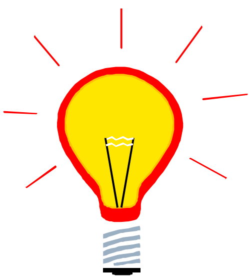


6. $y = \dfrac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 6}$



Überprüfe mit der G-Solve-Funktion den y-Wert für x = 2.
Was fällt Dir auf?
Erkläre Deine Beobachtung!

Erkläre, wie man die vertikale Asymptote findet, wenn die Funktionsgleichung gegeben ist.



Denksport:

Stelle die Funktionsgleichung für eine Funktion auf mit den vertikalen Asymptoten bei x = 1 und x = -3.

G8L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Ins Unendliche ...)

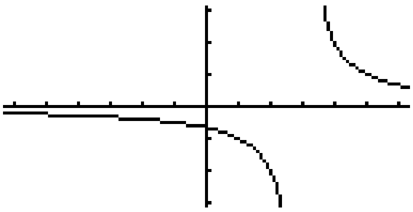
Lernziel:
Untersuchen des Zusammenhangs zwischen einer Funktion und ihren vertikalen Asymptoten

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Funktionen
- grafische Veranschaulichung von Rechnungen

Hinweise:
- Für das Betrachtungsfenster eignen sich die ursprünglichen Einstellungen (INIT) besonders gut.
- Eventuell kann der Lehrer das erste Beispiel mit den Schülern gemeinsam durchgehen; sie lernen so, wie man den Grafen in Richtung unendlicher y-Werte abfährt.

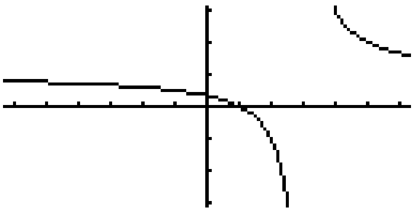
Lösungen:

1.



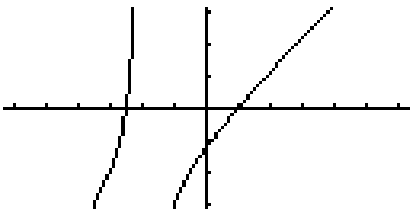
x = 3

2.



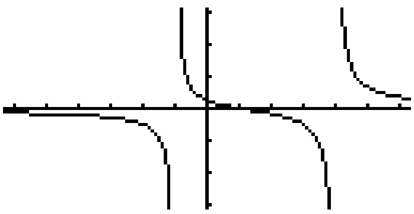
x = 3

3.



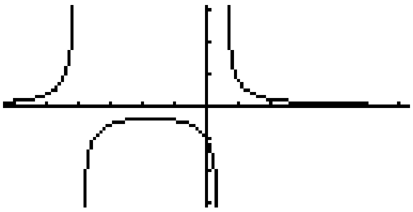
x = -2

4.



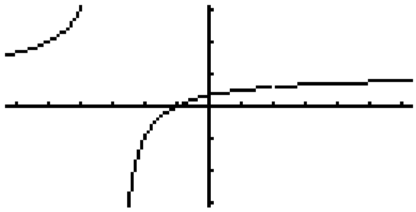
x = 4; x = -1

5.



x = -4; x = 0.5

6.



x = -3

Die vertikalen Asymptoten findet man, indem man *die Gleichung faktorisiert* und die Definitionslükken herausfindet, z.B. indem man den Nenner gleich Null setzt.

Name: .... **Datum: ....**

G9: Wer bist Du? (Schülerübungen)

Gib die folgenden Gleichungen in den Grafikmodus in den Taschenrechner ein und zeichne die Grafen in der vorgegebenen Farbe:

$y1 = 2x^3 - 3x^2 - x + 2$ **in blau**
$y2 = d / d(y1, x)$ **in orange (erste Ableitung)**
$y3 = d^2 / dx^2 (y1 / x)$ **in grün**

vorgeschlagenes Betrachtungsfenster: X [-4;4]
Y [-4;4]

I. Benutze die G-Solve-Funktion, um folgendes zu berechnen ...

- den x-Wert des relativen Maximums von y1,
- den x-Wert des relativen Minimums von y1,
- die Nullstellen von y2.

Welche Beziehung besteht zwischen diesen Werten?

Erinnere Dich daran, daß die erste Ableitung die Steigung der Tangente an die Kurve in einem bestimmten Punkt darstellt. Inwiefern unterstützen Deine Ergebnisse diese Beziehung?

Welche wahre Aussage kann man über y1 treffen, wenn die erste Ableitung positiv ist?

Welche wahre Aussage kann man über y1 treffen, wenn die erste Ableitung negativ ist?

II. Benutze die G-Solve-Funktion, um folgendes zu berechnen ...

- den x-Wert des relativen Minimums von y2,
- die Nullstellen von y3.

Welche Beziehung besteht zwischen diesen beiden Werten?

Welche wahre Aussage kann man über die erste Ableitung treffen, wenn die zweite Ableitung positiv ist?

Welche wahre Aussage kann man über die erste Ableitung treffen, wenn die zweite Ableitung negativ ist?

*Man sagt, der **Graf** ist **konvex oder linksgekrümmt,** wenn er so aussieht, wie wenn er Wasser festhalten könnte; man sagt, der **Graf** ist **konkav oder rechtsgekrümmt**, wenn das Wasser ausläuft.*

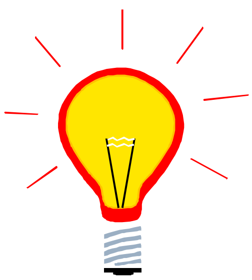
III. Bearbeite - mit Hilfe obiger Ergebnisse - die folgenden Fragestellungen für die drei gegebenen Funktionen:

a) Maximum und Minimum?
b) Intervalle, in denen der Graf der Funktion steigt/ fällt?
c) Wendepunkt(e)?
d) Intervall, in denen der Graf der Funktion rechtgekrümmt/ linksgekrümmt ist?

1. $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 22$

2. $y = x^4 - 4x^3 + 12$

3. $y = 3x^5 - 10x^3$



Denksport:

- Skizziere den Grafen einer Funktion dritten Grades, deren erste Ableitung die Nullstellen bei x = -3 und x = 4 hat, und deren zweite Ableitung eine Nullstelle bei x = 0.5 hat.

G9L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Wer bist Du?)

Lernziel:
Untersuchen des Zusammenhang zwischen einer Funktion und ihren Ableitungen mit Hilfe des Grafiktaschenrechners

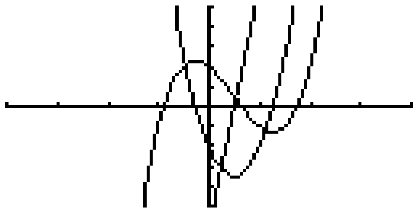
Lerninhalte:
- Funktionen
- Veranschaulichung von Rechnungen
- Mathematik und logisches Denken

Hinweise:
Dieser Arbeitsauftrag kann als Einführung in die grafische Beziehung zwischen einer Funktion und ihren Ableitungen verwendet werden.

Lösungen:

I.

x-Wert des Maximums von y1 = -0.263
x-Wert des Minimums von y1 = 1.2637
Nullstellen von y2: (-0.263;0), (1.2637;0)



Sie sind gleich.

Bei einem echten Maximum oder Minimum ist die Tangente an die Kurve horizontal; horizontale Geraden haben die Steigung 0.
Wenn y2 die Steigungen der Tangenten darstellt, dann weisen die Stellen, an denen y2 0 ist (d.h., seine Nullstellen), auf horizontale Tangenten hin(Maxima/ Minima).

Wenn y2 positiv ist, dann steigt y1 von links nach rechts.
Wenn y2 negativ ist, dann fällt y1 von links nach rechts.

II.
x-Wert von y2 = 0.5
Nullstelle von y3: (0.5;0)

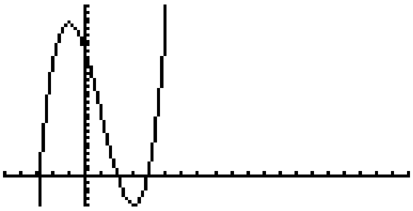
Sie sind gleich.

Wenn y3 positiv ist, dann steigt y2.
Wenn y3 negativ ist, dann fällt y2.

Wenn y3 positiv ist, dann ist y1 konvex.
Wenn y3 negativ ist, dann ist y1 konkav.

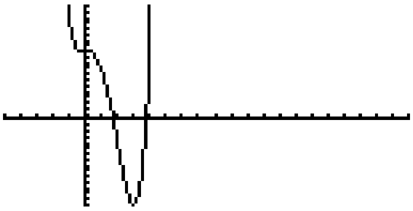
III.

1.



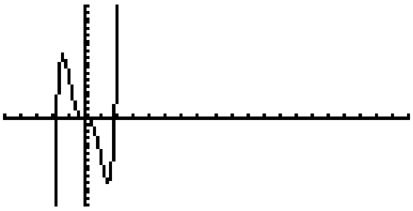
a) Maximum bei x = -1
Minimum bei x = 3
b) steigend: x<-1; x>3
fallend: -1<x<3
c) Wendepunkt bei x = 1
d) konvex: x>1
konkav: x<1

2.



a) Maximum: kein echtes Maximum
Minimum bei x = 3
b) steigend: x>3
fallend: x<3
c) Wendepunkt bei x = 0; x = 2
d) konvex: x<0; x>2
konkav: 0<x<2

3.



a) Maximum bei x = -1.414
Minimum bei x = 1.414
b) steigend: $x<-\sqrt{2}$; $x>\sqrt{2}$
fallend: $-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$
c) Wendepunkt bei x = 1; x = 0; x = -1
d) konvex: -1<x<0; x>1
konkav: x<-1; 0<x<1

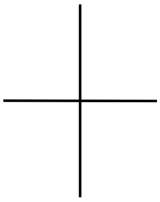
Name: .... **Datum: ....**

G10: Schattierungen (Schülerübungen)

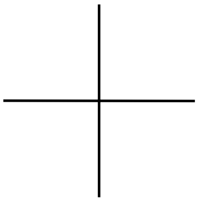
Erfülle für jede der zehn Funktionen folgende Arbeitsaufträge:

a) Skizziere die Grafik, die Du mit Hilfe des Grafiktaschenrechners erhältst.
b) Zeichne für die vorgegebenen x-Werte vertikale Geraden ein und schattiere das Gebiet zwischen der Kurve, der x-Achse und den vertikalen Geraden.
c) Berechne - mittels Deines Wissens aus der Geometrie - den Wert der schattierten Fläche.
d) Benutze die G-Solve-Funktion, um das bestimmte Integral mit den angegebenen Integralgrenzen zu berechnen.

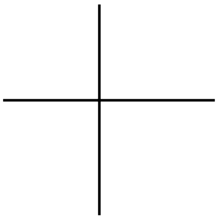
1. $y = 2$ $x = -2$, $x = 3$



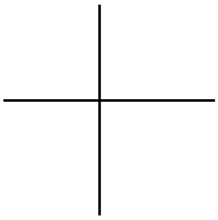
2. $y = -2$ $x = -4$, $x = 2$



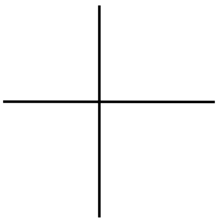
3. $y = |x|$ $x = -2$, $x = 2$



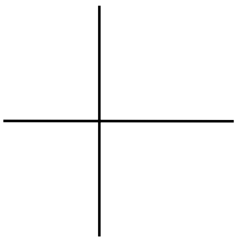
4. $y = -|x|+2$ $x = -2$, $x = 2$



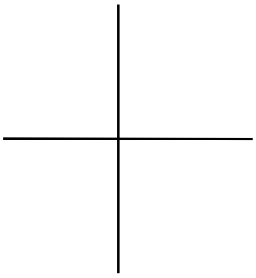
5. $y = |x-1|$ $x = 0$, $x = 3$



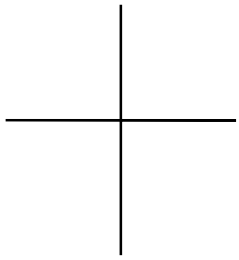
6. $y = |x+1|$ $x = -2$, $x = 1$



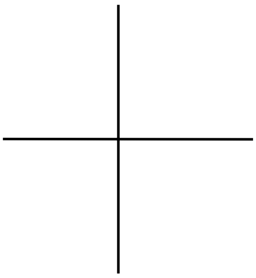
7. y = x x = 0, x = 2



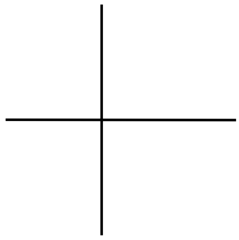
8. y = x x = -1, x = 0



9. y = x x = -1, x = 2



10. y = -x-1 x = -3, x = 0



Gib, in Anlehnung an obige Problemstellungen, eine Erklärung dafür ab, was folgender Ausdruck darstellen soll:

$$\int_a^b f(x)dx$$

Denksport:

Gib eine Regel für die Berechnung des Ausdruckes $\int_a^b f(x)dx$ an, wenn b>a und f(x) stetig im Intervall [a,b].

G10L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Schattierungen)

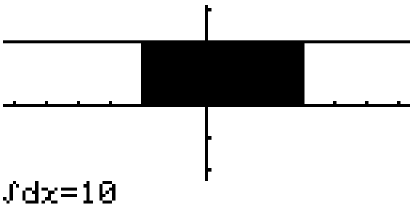
Lernziel:
Untersuchen des Integralbegriffs aus der Sichtweise der Geometrie mit Hilfe des Grafiktaschenrechners

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Geometrie aus algebraischer Sicht
- Veranschaulichung von Rechnungen

Hinweise:
- Die ursprünglichen Betrachtungsfenster-Einstellungen (INIT) eignen sich am besten für diesen Arbeitsauftrag.
- Der Lehrer sollte zunächst ein Beispiel mit der klasse gemeinsam durchführen, damit die Schüler lernen, mit der G-Solve -Funktion umzugehen.

Lösungen:

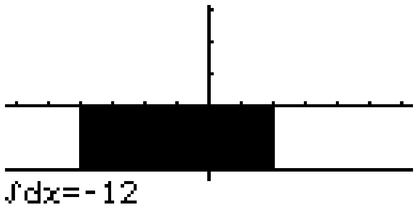
1.



c) Fläche: $2 \times 5 = 10$

d) $\int_{-2}^{2} 2dx = 10$

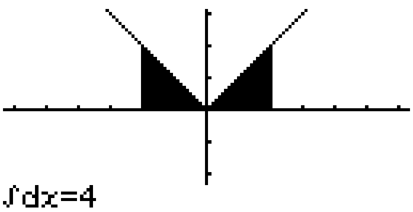
2.



c) Fläche: $2 \times 6 = 12$

d) $\int_{-4}^{2} -2dx = -12$

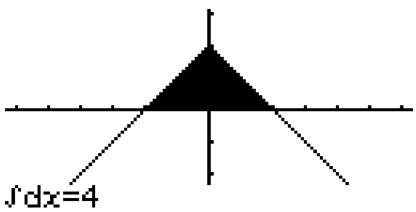
3.



c) Fläche: $0.5 \times 2 \times 2 = 2$
$\times 2 = 4$

d) $\int_{-2}^{2} |x| dx = 4$

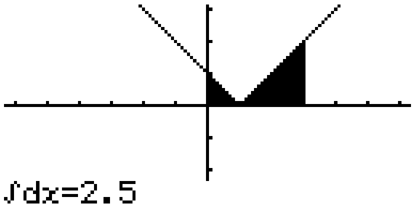
4.



c) Fläche: $0.5 \times 2 \times 2 = 2$
$\times 2 = 4$

d) $\int_{-4}^{2} -|x| + 2dx = 4$

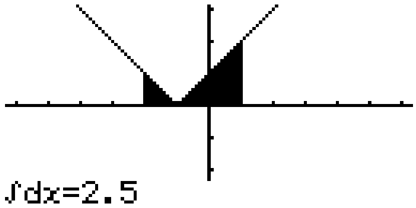
5.



c) Fläche kleines Dreieck: $0.5\times1\times1=0.5$
Fläche großes Dreieck: $0.5\times2\times2=2$
Gesamtfläche: 2.5

d) $\int_{0}^{3}|x-1|dx = 2.5$

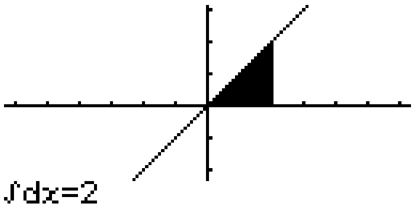
6.



c) Fläche kleines Dreieck: $0.5\times1\times1=0.5$
Fläche großes Dreieck: $0.5\times2\times2=2$
Gesamtfläche: 2.5

d) $\int_{-2}^{1}|x+1|dx = 2.5$

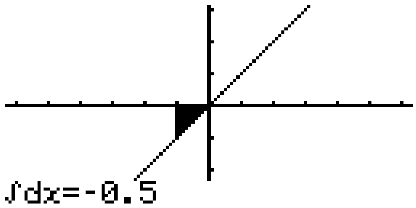
7.



c) Fläche Dreieck: $0.5\times2\times2=2$

d) $\int_{0}^{2} x dx = 2$

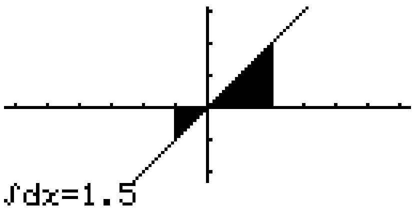
8.



c) Fläche Dreieck: $0.5\times1\times1=0.5$

d) $\int_{-1}^{0} x dx = -0.5$

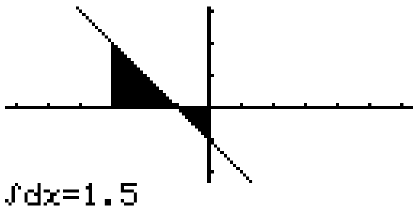
9.



c) Fläche kleines Dreieck: $0.5\times1\times1=0.5$
Fläche großes Dreieck: $0.5\times2\times2=2$
Gesamtfläche: 2.5

d) $\int_{-1}^{2} x dx = 1.5$

10.



c) Fläche kleines Dreieck: $0.5\times1\times1=0.5$
Fläche großes Dreieck: $0.5\times2\times2=2$
Gesamtfläche: 2.5

d) $\int_{-3}^{0}(-x-1)dx = 1.5$

Das bestimmte Integral liefert eine Zahl, die als Flächenbilanz angesehen werden kann. Flächenanteile, die oberhalb der x-Achse liegen, sind positive Anteile, Flächen, die unterhalb der x-Achse liegen, sind negative Anteile.
Somit kann ein bestimmtes Integral eine positive Zahl, eine negative Zahl oder zufällig auch Null sein, wenn nämlich die beiden oberhalb und unterhalb liegenden Anteile gleich groß sind.

Name: .... **Datum: ....**

G11: Spirale um Spirale (Schülerübungen)

Zeichne jeden Satz polarer Gleichungen und beantworte die dazugehörigen Fragen.

1.

a) $r = 3$
b) $r = 3\cos\theta$
c) $r = 3\sin\theta$
d) $r = 4\cos\theta$
e) $r = 4\sin\theta$
f) $r = -3\cos\theta$
g) $r = -4\sin\theta$

- Wie groß ist der *Radius* bei jedem Kreis?
- Woher weißt Du, *wo* jeder Kreis gezeichnet wird?
- Die allgemeine Kreisgleichung lautet:

$r = a\cos\theta$
Welche Bedeutung kommt dem „a“ zu?

- Inwiefern unterscheidet sich der Graf von $r = a\sin\theta$ von dem Grafen von

$r = a\cos\theta$?

2.

a) $r = 2\cos 3\theta$
b) $r = 3\cos 3\theta$
c) $r = 2\sin 3\theta$
d) $r = 3\sin 3\theta$
e) $r = 2\cos 4\theta$
f) $r = 3\sin 4\theta$

- Woher weißt Du, wieviele Blätter eine Rosette haben wird?
- Und wie lang sie sind?
- Woher weißt Du, wo mit der Zeichnung des ersten Blattes begonnen wird?,
- Wie weit sind die Blätter voneinander entfernt?

3.

a) $r = 1+2\cos\theta$
b) $r = 1+2\sin\theta$
c) $r = 1-2\cos\theta$
d) $r = 1-2\sin\theta$
e) $r = 2+1\cos\theta$
f) $r = 2-1\cos\theta$
g) $r = 2+1\sin\theta$
h) $r = 2-1\sin\theta$

- Wie kannst Du herausbekommen, ob eine Lemniskate eine Schleife hat oder nicht? Wie lang ist diese Schleife, wenn es eine gibt?
- Wie kann man die Symmetrieachse festsetzen?
- Wie kann man die maximale/ minimale Entfernung vom Pol bestimmen?
- Wie kann man herausbekommen, wo der Großteil des Grafen liegen wird (Quadrant)?

4.

a) r = 2+2cos θ

b) r = 2-2cos θ

c) r = 2+2sin2 θ

d) r = 2-2sin2 θ

- Woher weißt Du, daß durch diese Gleichungen *Kardioiden* beschrieben werden und nicht *Lemniskaten*? Wie kann man dies an den Gleichungen feststellen?
- Wie kannst Du die *Symmetrieachse* bestimmen?
- Wo liegt der Großteil des Grafen (*Quadrant*)?
- Wie kann man die maximale/ minimale Entfernung vom Pol bestimmen?

5.

a) $r^2 = 9\cos 2\theta$

Gib ein als $r = \sqrt{9\cos 2\theta}$

$r = -\sqrt{9\cos 2\theta}$

b) $r^2 = 9\sin 2\theta$

c) $r^2 = 16\cos 2\theta$

d) $r^2 = 16\sin 2\theta$

- Wie kannst Du die Orientierung einer Lemniskate feststellen?
- Wie lang sind die Ausbuchtungen?

Diskutiere unter Zuhilfenahme obiger Ergebnisse ausführlich die Grafen folgender polarer Gleichungen:

6. $r = 3 + 5\cos\theta$

8. $r = 4 - 4\cos\theta$

10. $r = 5\cos\theta$

12. $r^2 = 25\sin 2\theta$

7. $r = 5 - 2\sin\theta$

9. $r = 2\sin 4\theta$

11. $r = 7\cos 5\theta$

13. r = 6

Denksport:

Warum ist es nicht möglich, mit Hilfe obiger Gleichungen eine sechsblättrige Rosette zu bekommen?

G11L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Spirale um Spirale)

Lernziel:
Untersuchen von Grafen polarer Gleichungen mit Hilfe des Taschenrechners

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Schemata
- mathematische Beziehungen
- Trigonometrie

Hinweise:
- Der Taschenrechner sollte auf den *Degree-Modus* eingestellt sein mit den *ursprünglichen Betrachtungsfenster-Einstellungen (INIT)*, Tmin = 0; Tmax = 360; pitch = 5.
- Degree-Modus und die Trace-Funktion tragen dazu bei, die Fragen zu beantworten.

Lösungen:

1.

	Radius	
a)	3	Für r = a befindet sich der Mittelpunkt im Ursprung.
b)	1,5	
c)	1,5	r = $a\cos\theta$, a>0: Der Graf liegt im ersten und vierten Quadranten, Symmetrie zur x-Achse.
d)	2	r = $a\cos\theta$, a<0: Der Graf liegt im zweiten und dritten Quadranten, Symmetrie zur x-Achse.
e)	2	
f)	1,5	$r = a\sin\theta$, a>0: Der Graf liegt im ersten und zweiten Quadranten, Symmetrie zur y-Achse.
g)	2	$r = a\sin\theta$, a<0: >Der Graf liegt im dritten und vierten Quadranten, Symmetrie zur y-Achse.

a steht für den *Durchmesser*; $r = a\sin\theta$ ist gegenüber r = $a\cos\theta$ um 90° gedreht.

2.
Für $r = a\sin b\theta$ oder r = $a\cos b\theta$ beträgt die Anzahl der Blätter b, falls *b ungerade*, 2b, falls *b gerade.*
Die Blätter sind "a" lang.
Falls r = $a\cos b\theta$, beginnt das erste Blatt bei (a,0).
Falls $r = a\sin b\theta$, beginnt das erste Blatt bei (0,0).
Die Blätter sind $\dfrac{360°}{\#Blätter}$ auseinander.

3.
Eine *Lemniskate* hat eine *Schleife*, falls $|a| < |b|$, keine Schleife, falls $|a| > |b|$. (Es ist eine *Kardioide*, falls $|a| = |b|$.)
Die Schleife hat eine Länge von $|b| - |a|$.
Die Symmetrieachse ist die x-Achse, falls $r = \pm a \pm b\cos\theta$; es ist die y-Achse, falls $r = \pm a \pm b\sin\theta$.
Die maximale Entfernung vom Pol beträgt $|a| + |b|$; die minimale Entfernung vom Pol beträgt $|a| - |b|$.

Der Großteil des Grafen liegt in
I und IV, falls für die Gleichung gilt $r = \pm a + b\cos\theta$,
II und III, $r = \pm a - b\cos\theta$,
I und II, $r = \pm a + b\sin\theta$,
III und IV, $\mathrm{r} = \pm\mathrm{a} - \mathrm{b}\sin\theta$.

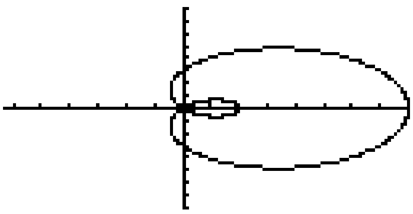
4.
Kardioide, falls für $r = \pm a \pm b\cos\theta$ gilt $|a| = |b|$, *Lemniskate*, falls $|a| \neq |b|$
Symmetrieachsen: x-Achse, falls $r = \pm a \pm b\cos\theta$, y-Achse, falls $r = \pm a \pm b\sin\theta$.

Der Großteil des Grafen liegt in
I und IV, falls für die Gleichung gilt $r = \pm a + b\cos\theta$,
II und III, $r = \pm a - b\cos\theta$,
I und II, $r = \pm a + b\sin\theta$,
III und IV, $\mathrm{r} = \pm\mathrm{a} - \mathrm{b}\sin\theta$.

Maximale Entfernung vom Pol: 2a; minimale Entfernung: 0.

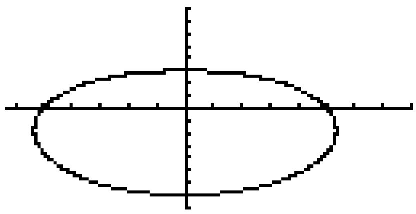
5.
Symmetrie zur x-Achse, falls $\mathrm{r}^2 = \pm\mathrm{a}\cos 2\theta$,
zu $\theta = 45°$, falls $\mathrm{r}^2 = \pm\mathrm{a}\sin 2\theta$.
Die Ausbuchtungen sind $\sqrt{a}$ lang.

6.



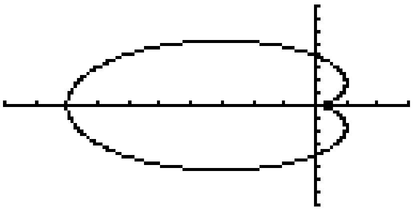
Lemniskate mit Schleife
Symmetrieachse: x-Achse
Graf in I und IV
maximaler Abstand vom Pol: 8
minimaler Abstand vom Pol: -2

7.



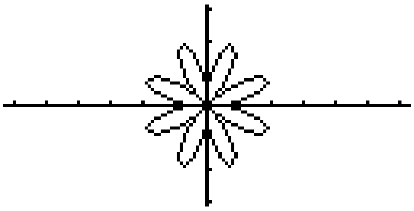
Lemniskate ohne Schleife
Symmetrieachse: y-Achse
Graf in III und IV
maximaler Abstand vom Pol: 7
minimaler Abstand vom Pol: 3

8.



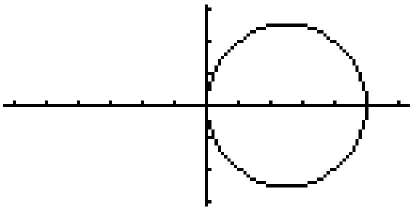
Kardioide
Symmetrieachse: x-Achse
Graf in II und III
maximaler Abstand vom Pol: 8
minimaler Abstand vom Pol: 0

9.



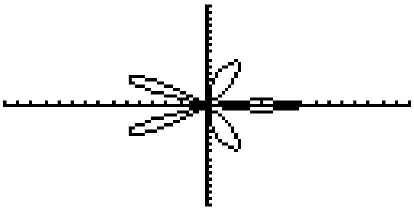
Rosette mit 8 Blättern
Symmetrieachse: y-Achse
Länge der Blätter: 2
erstes Blatt bei 22,5°
Abstand zwischen den Blättern: 40°

10.



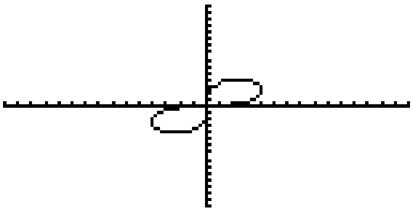
Kreis
Symmetrieachse: x-Achse
Graf in I und IV
Radius: 2,5
Mittelpunkt: (2,5; 0)

11.



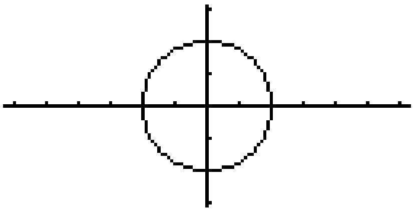
Rosette mit 5 Blättern
Symmetrieachse: x-Achse
Länge der Blätter: 7
erstes Blatt bei 0°
Abstand zwischen den Blättern: 72°

12.



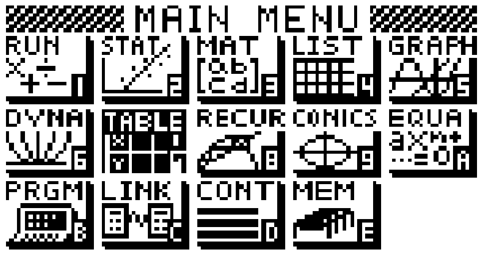
Lemniskate
Symmetrieachse: $\theta = 45°$ -Achse
Länge der Ausbuchtung: 5

13.



Kreis
Symmetrieachse: x-Achse/ y-Achse
Radius: 6
Mittelpunkt: (0, 0)

5 Der TABLE-Modus



5.1 Übersicht über die Optionen innerhalb des TABLE-Modus

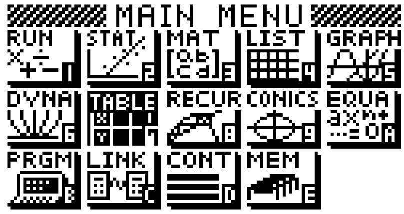
Dieser Modus ermöglicht das ...

- **Generieren einer Wertetabelle für eine bestimmte Funktion (TABL)**
- **Generieren eines verbunden oder gestrichelt gezeichneten Funktionsgrafen (G-CON bzw. G-PLT)**
- **Generieren einer Tabelle unter Verwendung einer Liste (LIST)**

Achtung: *In den Tabellen-Modus kann man ebenso vom GRAPH-Modus aus gelangen, und zwar in Verbindung mit der Doppel-Grafik.*

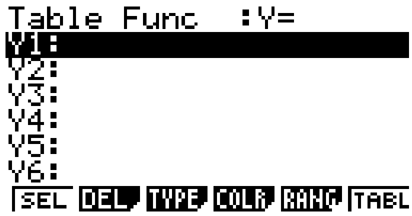
5.2 Einführende Beispiele und Erklärungen zum Arbeiten im TABLE-Modus

Markiert man mit Hilfe der Cursortasten die TABLE-Ikone und drückt die **EXE** Taste oder die **7** Taste, so kommt man in den *TABLE-Modus.* Der TABLE-Modus erstellt eine Wertetabelle für eine Funktion und/ oder zeichnet unter Verwendung dieser Werte einen Funktionsgrafen.



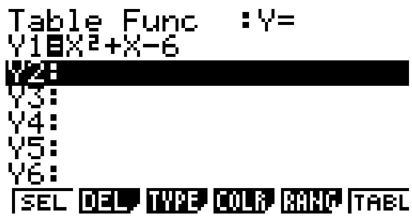
Für das weitere Vorgehen sollen zunächst mittels der Tasten **F2** und **F1** alle Funktionen auf dem Grafik-Editor-Schirm gelöscht werden.

Falls noch nicht geschehen, sollte man über die Tastenkombination **F3 F1** den Funktionstyp rechtwinklige Koordinaten auswählen.



Es soll die folgende Funktion eingegeben werden:

$$Y1 = x^2 + x - 6$$

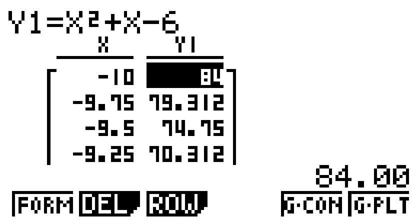


Drückt man die **F5** Taste, so kann man die *Tabellenbereich-Einstellungen überprüfen.* Ähnlich wie im Modus für parametrische Funktionen, gibt die Schrittweite (pitch) an, wie oft die Funktion ausgewertet wird.

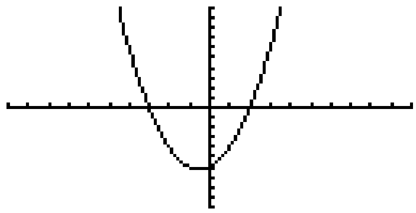
Für die oben eingegebene Funktion sollen die rechtsstehenden Tabellenbereich-Einstellungen vorgenommen werden.

Über die Tastenkombination **EXE EXIT** gelangt man wieder zum Editorschirm zurück.

Die **F6** Taste drücken, um die *Wertetabelle zu generieren*.



Mit Hilfe der Cursortasten kann man bestimmte Werte genauer betrachten.



Mittels der **F5** Taste läßt sich der zugehörige Graf in verbundener Form zeichnen, mit der **F6** Taste gestrichelt.

Wechselt man beispielsweise zum Betrachtungsfenster mit den Standardeinstellungen -10, 10, 1, -10, 10, 1 und wählt die **F5** Taste, so läßt sich der Funktionsgraf in der verbundenen Form zeichnen.

Achtung: *Diese Funktion kann man auch ausgehend vom GRAPH-Modus benutzen, wenn die Dual Screen-Anzeige aktiviert ist. Trace, Zoom, Betrachtungsfenster-Einstellungen und Skizzieren stehen ebenso zur Verfügung, nachdem die Wertetabelle grafisch ausgewertet wurde.*

Name: .... **Datum: ....**

T1: Jeden Tag einen Apfel! (Schülerübungen)

Ein Plantagenbesitzer möchte seine Früchte zu einer Zeit während der Saison verschiffen, zu der er seinen Gewinn maximieren kann. Bringt er seine Früchte an Bord, wenn er seine ersten 275 Scheffel geerntet hat, so kann er 20DM pro Scheffel bekommen. Für jede Woche, die er wartet, steigt der Preis um 2DM pro Scheffel, doch 10 Scheffel verderben während dieser Zeit.

1. Welche *Gleichung beschreibt* den *Gewinn*, den er mit seiner Fruchternte macht, wenn er *wartet?*

2. Wie lange sollte er warten, um seinen *Gewinn zu maximieren*?

3. *Wieviele Scheffel* wird er dann verkaufen? *Welchen Gewinn* wird er dann machen?

Angenommen, anstatt eine ganze Woche zu warten, kann er *zu jedem beliebigen Zeitpunkt verkaufen*; der *tägliche Verlust* ist dann direkt proportional zu den oben gegebenen Zahlen.

4. Wann *genau* sollte er seine Ernte verkaufen?

5. Welchen zusätzlichen Gewinn macht er, wenn er wartet oder früher verkauft im vgl. zu #2?

Denksport:

Angenommen, der *Preis pro Scheffel steigt um 5DM*, aber *15* Scheffel *verderben*.
Wann sollte er *verkaufen*, wenn diese Information gegeben ist?

T1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Jeden Tag einen Apfel!)

Lernziel:
Auffinden des Maximums einer Funktion unter Verwendung des TABLE-Modus

Lerninhalte:
- Zusammenhänge
- Funktionen
- Algebra

Hinweise:
Dieses Arbeitsblatt hält eine Gelegenheit bereit, den TABLE-Modus zu benutzen, um den richtigen Zeitpunkt für den maximalen Gewinn herauszufinden. Veränderungen am Zeitpunkt des Verkaufs betonen die Wirkung der Änderung des Schrittweiten-Parameters auf die Tabelle.
Tabelle und Graf können kombiniert werden, um die Beziehung zwischen dem Maximum des Grafen und den Koordinaten in der Tabelle herzustellen.

Dies kann man ebenso machen, wenn die Schüler wissen, wie man mit Hilfe der Ableitungen den Maximalwert einer Größe bestimmt.

Antworten:

1. f(x) = (275-10x)(20+2x)

   x: Anzahl der Wochen nach der Ernte
   f(x): Höhe des Gewinns zum Zeitpunkt des Verkaufs

2. 9 Wochen

3. 185 Scheffel; 7030DM Gewinn

4. 8,75 Wochen

***Achtung:** Der Schrittweiten-Parameter kann verändert werden, um diese Lösung zu finden oder eine Reihe kann eingefügt werden , indem man die Tastenkombination **F3 F2** drückt, gefolgt von dem x-Wert, für den der y1-Wert gesucht ist.*

5. 1.20DM mehr

Name: .... **Datum: ....**

T2: Basketbälle (Schülerübungen)

Vervollständige die Tabelle für jeden der beiden Bälle.

Ball 1: Die Gleichung $f(x) = -16x^2 + 80x$ beschreibt den senkrechten Wurf eines Basketball nach oben, mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $80\frac{m}{s}$. Gib diese Gleichung im Table-Modus ein für einen Bereich von -1 bis 10 mit einer Schrittweite von 1 und vervollständige die untenstehende Tabelle.

Ball 2: Beim nächsten Wurf wird der Ball mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $48\frac{m}{s}$ nach oben geworfen; seine Bewegung folgt der Gleichung $f(x) = -16x^2 + 48x$. Gib auch diese Gleichung im Table-Modus ein, und zwar für denselben Bereich wie oben.

BALL	**1**	**2**
Anfangshöhe		
Steigzeit		
maximale Höhe		
Gesamtzeit		

Zeichne die Grafen für beide Bälle in das vorgegebene Koordinatensystem.

1. Welchen Einfluß hat die (Anfangs-)Geschwindigkeit auf die maximal erreichte Höhe?

2. Welchen Einfluß hat die (Anfangs-)Geschwindigkeit auf die Reichweite des Balles?

3. Welche Beziehung besteht zwischen Steigzeit und Fallzeit des Balles?

Denksport:

- Stelle die Gleichung für einen Ball auf, der - vom selben Anfangspunkt aus - die maximale Höhe von 225m erreicht.

T2L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Basketbälle ...)

Lernziel:
Untersuchung des Einflusses der Geschwindigkeit auf ein Wurfgeschoß- beim senkrechten Wurf nach oben

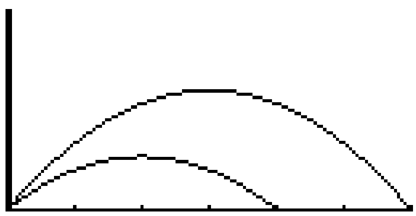
Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Mathematische Beziehungen
- Funktionen

Hinweise:
Als Ergänzung zu diesem Arbeitsauftrag läßt sich das Ganze auch experimentell durchführen:
Die Schüler messen Steigzeiten, Fallzeiten, Steighöhen sowie Reichweiten und werten dann die Ergebnisse aus.

Lösungen:

BALL	**1**	**2**
Anfangshöhe	0	0
Steigzeit	2.5s	1.5s
maximale Höhe	100m	36m
Gesamtzeit	5s	3s

1./ 2. Je größer die Geschwindigkeit, desto größer die maximale Höhe und die Reichweite.



3. Die Gesamtzeit ist immer doppelt so groß wie die Steigzeit oder die Fallzeit alleine.

Name: .... **Datum: ....**

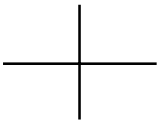
T3: Ins Unendliche ... und noch weiter! (Schülerübungen)

Eine *horizontale Asymptote* ist durch die Gleichung y = gegeben, wenn bei der Funktion x gegen $\pm \propto$ strebt.

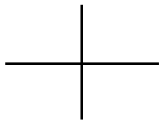
Stelle jede der folgenden Funktionen grafisch dar; fahre dann die Kurve ab, bis die x-Werte sehr groß oder sehr klein werden.
Stelle eine Wertetabelle auf für große x-Werte, um die entsprechenden y-Werte an diesen Punkten zu betrachten.
Beantworte für jeden Grafen die folgenden Fragen:

Welchem y-Wert nähert sich die Funktion an, wenn x sehr groß oder sehr klein wird?
Was ist der Grad des Zählers der Funktion?
Was ist der Grad des Nenners für die Funktion?
Was ist der führende Koeffizient des Zählers?

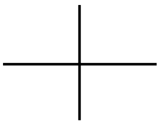
1. $y = \dfrac{x+2}{x^2 - x - 2}$



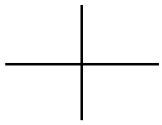
2. $y = \dfrac{x^2 - x - 2}{x^3 - 3x^2 - 4x}$



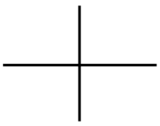
3. $y = \dfrac{x^2 - 4}{x - 1}$



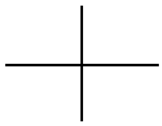
4. $y = \dfrac{x^2}{x}$



5. $y = \dfrac{2x^2 - x - 6}{4x^2 - 3x - 1}$



6. $y = \dfrac{-3x + 2}{4x - 1}$



Vervollständige die untenstehende Tabelle und veranschauliche die Beziehung zwischen dem Grad des Zählers, dem Grad des Nenners und der horizontalen Asymptote.

GRAD DES NENNERS (N) GRAD DES ZÄHLERS (D)	**HORIZONTALE ASYMPTOTE**
n<d n>d n = d	

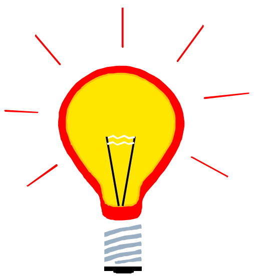
Finde für jede der folgenden Funktionen die horizontale Asymptote. Überprüfe Deine Lösungen mit Hilfe des Grafiktaschenrechners.

7. $y = \dfrac{2x^2 - 3x}{5x + 1}$

8. $y = \dfrac{3x + 1}{5}$

9. $y = \dfrac{3x^2 - 2x + 1}{2x^2 + 2x - 5}$

10. $y = \dfrac{2}{x}$



Denksport:

Stelle die Funktionsgleichung auf für eine Funktion mit einer *vertikalen Asymptote bei x = 5* und einer *horizontalen Asymptote bei y = -2.*

T3L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Ins Unendliche ... und noch weiter!)

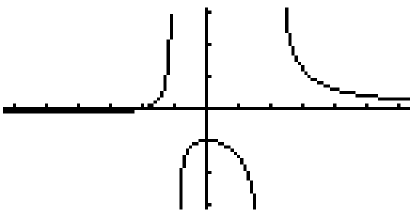
Lernziel:
Untersuchen des Zusammenhangs zwischen einer Funktion und ihren horizontalen Asymptoten

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Funktionen

Hinweise:
- Für das Betrachtungsfenster eignen sich die ursprünglichen Einstellungen (INIT) besonders gut.
- Eventuell kann der Lehrer das erste Beispiel mit den Schülern gemeinsam durchgehen; sie lernen so, wie man den Grafen in Richtung unendlicher x-Werte abfährt.

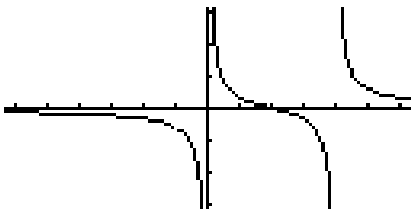
Lösungen:

1.



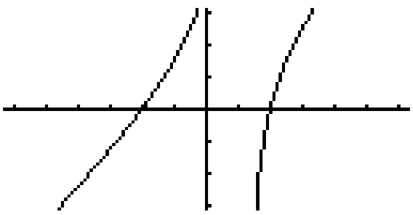
Grad des Nenners: 1
Grad des Zählers: 2
horizontale Asymptote: y = 0

2.



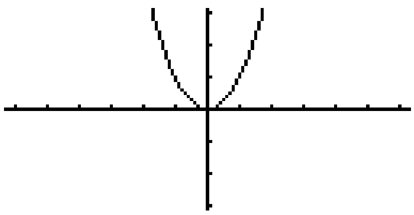
Grad des Nenners: 2
Grad des Zählers: 3
horizontale Asymptote: 0

3.



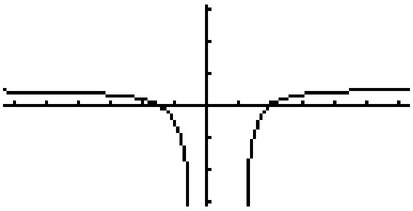
Grad des Nenners: 2
Grad des Zählers: 1
horizontale Asymptote: keine

4.



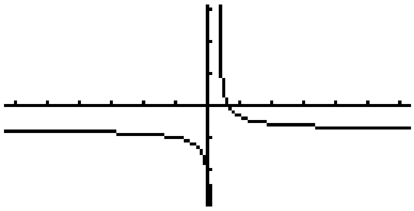
Grad des Nenners: 3
Grad des Zählers: 1
horizontale Asymptote: keine

5.



Grad des Nenners: 2
Grad des Zählers: 2
horizontale Asymptote: $y = \frac{1}{2}$

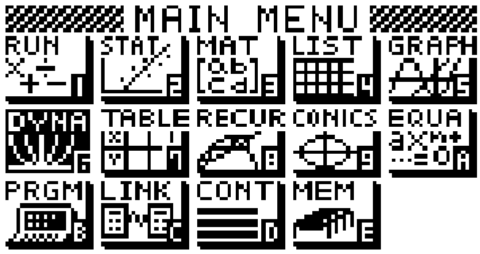
6.



Grad des Nenners: 1
Grad des Zählers: 1
horizontale Asymptote: $y = -\frac{3}{4}$

7. keine horizontale Asymptote
8. keine horizontale Asymptote
9. y = 1.5
10. y = 0

6 Der DYNAMIC-GRAPH-Modus



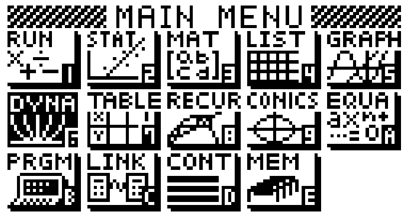
6.1 Übersicht über die Optionen innerhalb des DYNAMIC-GRAPH-Modus

Dieser Modus ...

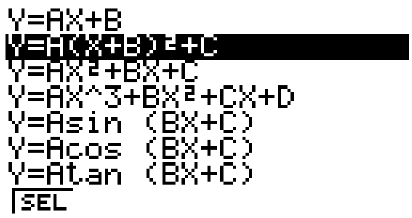
- **ermöglicht Echtzeit-Repräsentationen von Änderungen in einer Grafik, wenn die Koeffizienten und Terme geändert werden:**
  - erlaubt die Eingabe einer Funktion mit unterschiedlichen Koeffizienten und ändert automatisch einen Koeffizienten mit einer vorgegebenen Schrittweite ab, um Veränderungen im Grafen durch Veränderungen der Koeffizienten auszulösen
  - enthält eine Liste von eingebauten dynamischen Funktionen
  - erlaubt die Eingabe von 20 eigenen dynamischen Funktionen

6.2 Einführende Erklärungen und Beispiele zum Arbeiten im DYNAMIC-GRAPH-Modus

Wenn man im *DYNYMIC-GRAFIK-Modus arbeiten* will, muß man zunächst die Cursor-Tasten verwenden, um im Hauptmenü die DYNYMIC-GRAPH-Ikone hervorzuheben.

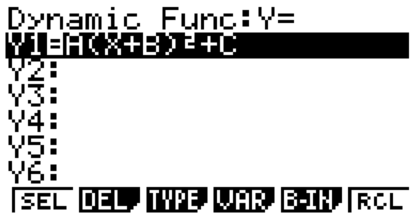


Anschließend drückt man die **EXE** Taste.



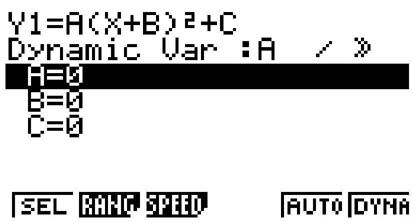
Mit Hilfe der Tasten **F2** und **F1** sollen zunächst alle Gleichungen im Editorschirm gelöscht werden.

Für das folgende Einführungsbeispiel sollte man, falls noch nicht geschehen, den rechtwinkligen Funktionstyp auswählen.
Anschließend *sucht* man aus der Liste der eingebauten dynamischen Funktionen die *Funktionsgleichung* $Y = A(x + B)^2 + C$ *aus:*
Dazu drückt man die **F5** Taste, hebt die zweite Zeile von oben hervor und betätigt schließlich die **F1** Taste.



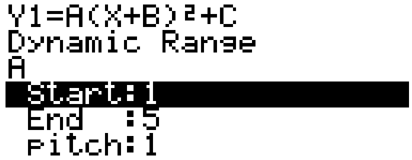
Man sollte über die Tastenkombination **SHIFT F3** die *Einstellungen des Betrachtungsfensters* überprüfen. Für diese Grafik eignet sich z.B. die ursprüngliche Einstellung (INIT) recht gut.

F4 Taste drücken, um den *aktiven Koeffizienten auszuwählen*.
Für dieses Beispiel wird „A“ als dynamischer Koeffizient (also als derjenige Koeffizient, der sich ändert) ausgewählt. Der laufende dynamische Koeffizient wird jeweils am Displayrand angezeigt.



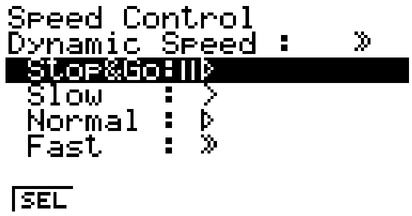
Um diesen Koeffizienten zu verändern, benutzt man die Cursortasten, um ihn hervorzuheben; dann drückt man die **F1** Taste.
Anschließend gibt man die gewünschten Werte für die übrigen Koeffizienten ein. In diesem Beispiel soll gelten:
B = 0 sowie C = 0.

F2 Taste drücken, um *das Einstellmenü für den dynamischen Koeffizienten* aufzurufen. Für dieses Beispiel sollen Werte von 1 bis 5 gewählt werden mit einer Schrittweite von 1.



EXIT drücken, um *zum Setup-Menü für die Koeffizienten zurückzukehren.*

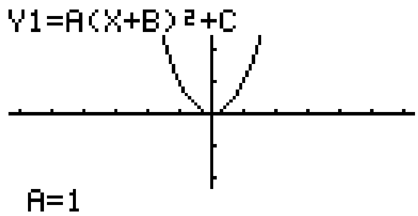
Über die **F3** Taste kann man die *Geschwindigkeit der Zeichnungsoperation spezifizieren.*
Für dieses Beispiel soll die Geschwindigkeit auf *Stop&Go* gesetzt werden (mit den Cursortasten die entsprechende Zeile auswählen und der **F1** Taste selektieren).



Durch die *Wahl von Stop&Go als Zeichengeschwindigkeit* für die Grafik kann man jede Grafik einzeln zeichnen. Mit jedem Drücken der **EXE** Taste wird eine Grafik gezeichnet.

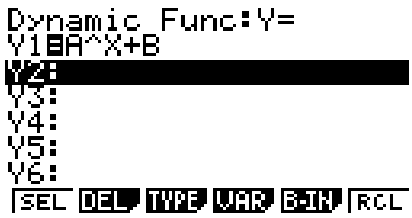
EXIT drücken, um ins Einstellmenü für die Koeffizienten zurückzukehren.

Nun kann man die **F6** Taste drücken und, nach Erscheinen der *Schrift „One Moment Please"*, wird der *Graf der ersten Funktion mit einem A-Wert von 1 gezeichnet*. Um die anderen Grafen für A = 2, ... zu sehen, muß man jeweils die **EXE** Taste drücken.



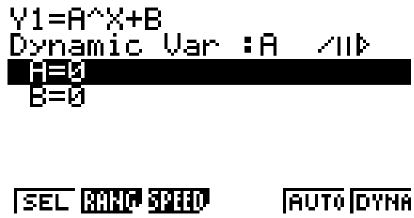
Um *zum Editorschirm zurückzukehren*, muß man dreimal hintereinander die **EXE** Taste drücken. Mit Hilfe der Tastenkombination **F2 F1** kann man anschließend die dynamische Funktion löschen.

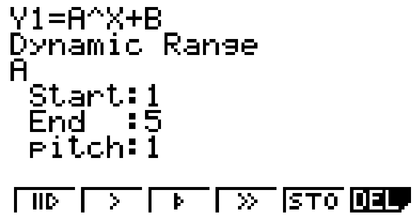
Um eine Funktionsgleichung einzugeben, die nicht schon bei den eingebauten dynamischen Funktionen enthalten ist, benutzt man die Koeffizienten auf der Tastatur des Taschenrechners (alphanumerisch):
Man drückt die **ALPHA** Taste und die entsprechende Taste, die den gewünschten Buchstaben in rot enthält.

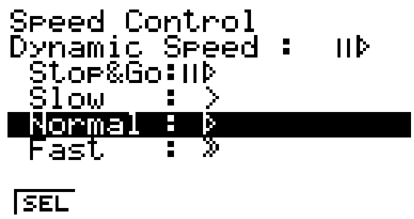


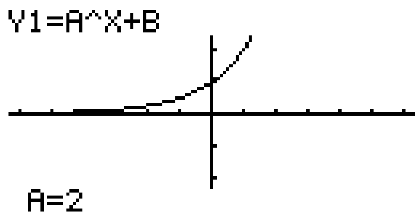
Es soll beispielsweise die Funktionsgleichung $Y1 = A^x + B$ eingegeben werden:

Drückt man nun die **F4** Taste, so werden die Koeffizienten, die in der neuen Funktionsgleichung zur Verfügung stehen, als dynamisch angesehen.
Beispielsweise kann man nun das Einstellmenü für die Koeffizienten und die Geschwindigkeit der Zeichenoperation wie rechts nebenan gestalten.
Wiederum kann man über die **F6** Taste das Zeichnen einleiten.
Um die Zeichnungsoperation (mit Normalgeschwindigkeit) zu verlassen, drückt man die Tastenkombination **SHIFT AC/ON.**









Name: .... **Datum: ....**

D1: Wellenreiten (Schülerübungen)

1. Gib folgende Funktionsgleichung ein: $y = Asinx$. Zeichne den Grafen dieser Funktion für verschiedene Werte von A. Welche Bedeutung hat A für den Grafen?

___

Diese Änderung gegenüber y = sinx beschreibt eine Änderung in der *Amplitude* des Grafen. Definiere den Begriff der *Amplitude.*

___

2. Gib folgende Funktionsgleichung ein: $y = sinBx$. Zeichne den Grafen dieser Funktion für verschiedene Werte von B. Welche Bedeutung hat B für den Grafen?

___

Diese Änderung gegenüber y = sinx beschreibt eine Änderung in der *Periode* des Grafen. Definiere den Begriff der *Periode*.

___

3. Gib folgende Funktionsgleichung ein: $y = sin(x+C)$. Zeichne den Grafen dieser Funktion für verschiedene Werte von C. Welche Bedeutung hat C für den Grafen?

___

Diese Änderung gegenüber y = sinx beschreibt eine *horizontale Verschiebung* oder *Phasenverschiebung*. Definiere den Begriff der *Phasenverschiebung*.

___

4. Gib folgende Funktionsgleichung ein: $y = sinx+D$. Zeichne den Grafen dieser Funktion für verschiedene Werte von D. Welche Bedeutung hat D für den Grafen?

___

Diese Änderung gegenüber y = sinx beschreibt eine *vertikale Verschiebung*. Definiere den Begriff der *vertikalen Verschiebung.*

____

5. Benutze die Informationen aus den Aufgaben 1-4. Beschreibe, wie die Grafen der folgenden Funktionen aus dem Grafen der Funktion y = sinx hervorgehen, wenn die Funktion y = sinx folgenden Änderungen unterworfen wird:
6.

a) y = 3sinx ____________________________

b) y = sin4x ____________________________

c) y = sin(x-60) ____________________________

d) y = sinx+1.5 ____________________________

e) y = 2sin3x ____________________________

f) y = sin(x+30)-0.5 ____________________________

g) y = sin(2x+60) ____________________________

Achtung: *Vorsicht, Du willst vielleicht Deine Vermutung mittels des Taschenrechners überprüfen. Wie könnte man diese Gleichung so schreiben, daß die Ergebnisse des Grafen leicht vorherzusagen sind?*

6. Es sei die *allgemeine Gleichung* y = AsinB(x+C)+D gegeben; welche Bedeutung ist den einzelnen Variablen zuzuschreiben?

A = B =
C = D =

7. Schreibe eine Gleichung für beide unten beschriebenen Grafen.
8.

a) Gegeben sei ein Sinuskurve mit einer Periode von 4π, einer Amplitude von 3, einer Phasenverschiebung von 45° nach links und einer vertikalen Verschiebung von 1.5 nach unten.

b) Gegeben sei eine Sinuskurve mit einer Periode von $\frac{\pi}{3}$, einer Amplitude von 1.5, einer Phasenverschiebung von 30°nach rechts und einer vertikalen Verschiebung von 4 nach oben.

Denksport:

- Gelten dieselben Regeln auch für *Kosinuskurven*?
- Und für *Tangenskurven*?

D1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Wellenreiten)

Lernziel:
Kennenlernen der Transformationen Grafen trigonometrischer Funktionen unter Einbeziehung des DYNAMIC-GRAPH-Modus

Lerninhalte:
- Mathematik Denken
- Mathematische Beziehungen
- Funktionen
- Trigonometrie
- Schemata

Hinweise:
Wenn dies das erste Mal ist, daß die Klasse mit dem DYNAMIC-GRAPH-Modus arbeitet, sollte der Lehrer die erste Transformation *zusammen mit der Klasse* bearbeiten. Der Lehrer sollte sich vergewissern, daß die *Winkeleinstellung* im DYNAMIC-GRAPH-Modus auf *Grad* festgelegt ist und daß im Betrachtungsfenster die *trigonometrischen Werte* eingestellt sind.

Antworten:

1. Ändert die Höhe des Grafen.

Amplitude: Höhe des Grafen $\left(\dfrac{\text{Max} - \text{Min}}{2}\right)$

2. Ändert die Anzahl der Bögen in einem bestimmten Bereich. Läßt die Kurve dichter oder weniger dicht aussehen.
   Periode: Den Zeitraum oder den Bereich, der zu einer vollständigen Periode gehört.

3. Verschiebt den Grafen nach rechts oder links.
   Phasenverschiebung: Eine Verschiebung des Grafen nach rechts (C ist negativ) oder nach links (C ist positiv).

4. Verschiebt den Grafen nach oben oder unten.
   Vertikale Verschiebung: Eine Verschiebung, bei der der ganze Graf nach oben (D ist positiv) oder nach unten (D ist negativ) verschoben wird.

5. **a)** Macht den Grafen dreimal so hoch. Anstelle eines Maximums bei (x,1) hat er nun ein Maximum bei (x,3).

b) Verkürzt die Periode um einen Faktor vier. Nun beträgt die Periode 90°.

c) Verschiebt den Grafen um 60° nach rechts.

d) Verschiebt den Grafen um 1.5 Einheiten nach oben.

e) Macht den Grafen zweimal so groß und verkürzt die Periode um einen Faktor 3. Die neue Amplitude hat einen Wert von 2, die neue Periode beträgt 120°.

f) Verschiebt den Grafen um 30° nach links und um 0.5 Einheiten nach unten.

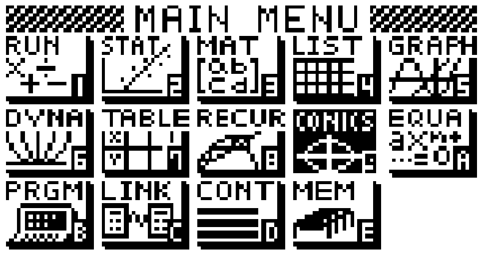
g) Verkürzt die Periode des Grafen um einen Faktor zwei und verschiebt ihn um 30° nach links.

6. A. Amplitude, Höhe
B: Periode
C: Rechts-/ Linksverschiebung
D: Oben-/ Untenverschiebung

7. **a)** $y = 3\sin x \frac{1}{2}(x+45)-1.5$

b) $y = 1.5\sin 6(x-30)+4$

7 Der CONICS-Modus



7.1 Übersicht über die Optionen innerhalb des CONICS-Modus

Dieser Modus ...

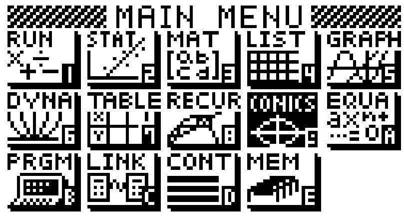
- **kann jeden der folgenden Typen von impliziten Funktionen grafisch darstellen, indem die eingebauten Funktionen des Rechners verwendet werden:**
  - Parabolische Grafik
  - Kreisförmige Grafik
  - Elliptische Grafik
  - Hyperbolische Grafik

- **kann implizite Funktionsgrafiken analysieren:**

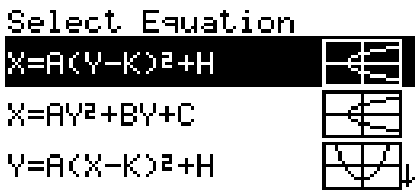
– *Parabel:* Brennpunkt, Leitlinie, Symmetrieachse, Scheitelpunkt, Kegelschnitt-Parameter
– *Kreis:* Mittelpunkt, Radius
– *Ellipse:* Brennpunkt, x-Schnittpunkt, y-Schnittpunkt
– *Hyperbel:* Brennpunkt, x-Schnittpunkt, y-Schnittpunkt, Scheitelpunkt, Asymptote

7.2 Einführende Erklärungen und Beispiele zum Arbeiten im CONICS-Modus

Wenn man im *CONICS-Modus arbeiten* will, muß man zunächst die Cursor-Tasten verwenden, um im Hauptmenü die CONICS-Ikone hervorzuheben.



Anschließend drückt man die **EXE** Taste.

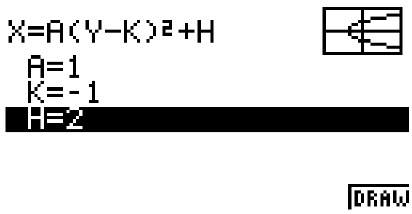


Man wählt geschickterweise das Betrachtungsfenster mit den ursprünglichen Einstellungen (INIT).

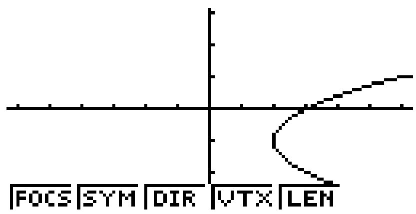
Mit **EXE** erhält man die *Parabel*.

Folgende Werte sollen für die drei Koeffizienten eingegeben werden:

A = 1
B = -1
C = 2

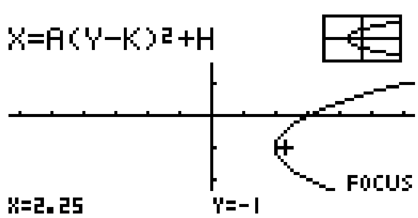


Mit Hilfe der **F6** Taste kann man diese *Relation* zeichnen lassen.

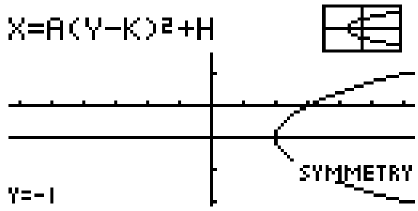


Die Tastenkombination **SHIFT F5** bietet eine Reihe von *Lösungsoptionen* an:

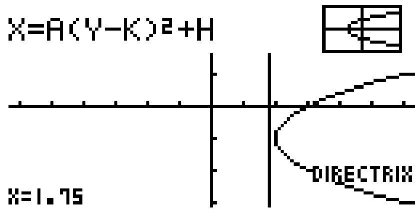
F1: Markiert den *Brennpunkt* und zeigt dessen Koordinaten an.



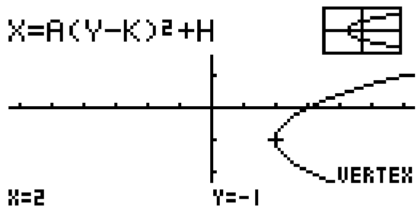
F2: Zeichnet die *Symmetrieachse* ein.



F3: Zeichnet die *Leitlinie* ein.

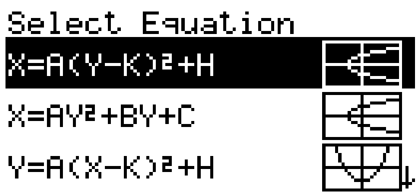


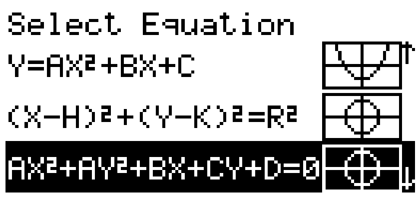
F4: Markiert den *Scheitel* und zeigt dessen Koordinaten an.

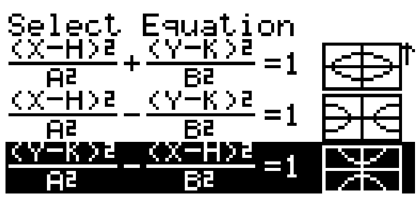


F5: Gibt die Länge des Kegelschnitt-Parameters an.

Mit der Tastenkombination **SHIFT EXIT** kommt man zum CONICS-Menüpunkt zurück, in dem die Kegelschnitte alle aufgelistet sind.







Die **SHIFT F5** Optionen für:

Kreise:	Mittelpunkt und Radius
Ellipsen:	Brennpunkt, x-Schnittpunkt, y-Schnittpunkt
Hyperbeln:	Brennpunkt, x-Schnittpunkt, y-Schnittpunkt, Scheitelpunkt, Asymptoten

Achtung: *Bei der Suche nach den Schnittpunkten wird zunächst nur einer angezeigt; mit dem Abwärtscursor erhält man - soweit vorhanden - weitere.*

Name: .... **Datum: ....**

C1: Das Ende der Welt? (Schülerübungen)

Wissenschaftler der NASA sind Meteoriten auf der Spur, die sich der Erde nähern. In ihrem mathematischen Modell ist die Erde ein Kreis, der Kreismittelpunkt liegt im Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems.

1. Der Erdradius beträgt ca. 63000 km. Stelle mit Hilfe dieser Information eine *Kreisgleichung* auf, die das oben angegebene mathematische Modell beschreibt.

2. Die Bahn des *ersten Meteoriten*, den sie aufspüren, beschreibt eine Parabel, deren Gleichung lautet: $250x - y^2 = 6068$. Wird er die Erde treffen? Wenn ja, wo? Wenn nicht, woher weißt Du das dann? Skizziere Deinen Grafen und begründe Deine Antwort anschließend algebraisch.

3. Ein *zweiter Meteorit* nähert sich; seine Bahngleichung lautet: $y^2 = 10\,0000x + 100\,000\,000$. Wird er die Erde treffen? Wenn ja, wo? Wenn nein, woher weißt Du das dann? Skizziere Deinen Grafen und begründe Deine Antwort anschließend algebraisch.

Denksport:

- Angenommen, die beiden Meteoriten liegen auf derselben Achse, werden sich ihre Bahnen dann schneiden?

C1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Das Ende der Welt?)

Lernziel:
- Kennenlernen eines Systems von Kegelschnitten
- Finden von Schnittpunkten und Bahnkurven

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Algebra
- Mathematische Beziehungen

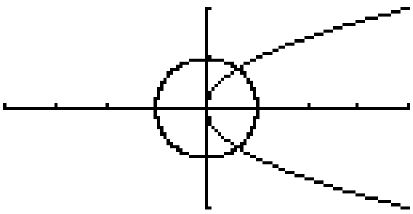
Hinweise:
Benutze den Grafikmodus des Kegelschnittmenüs, um den Kreis zu zeichnen; speichere ihn anschließend als Hintergrundbild ab. Zeichne dann die Grafen der Parabeln einzeln. Den Kegelschnitt-Modus kann man ebenso dazu verwenden, bestimmte Teile eines jeden Kegelschnittes zu bestimmen.

Lösungen:

1. $x^2 + y^2 = (6300)^2$

2. *Ja*, der Meteorit wird die Erde treffen, und zwar in dem Punkt (1871; 679.47) oder (von der anderen Richtung aus) in dem Punkt (1871; -679.47).

$x^2 + y^2 = 6300^2$
$250x - y^2 = 6068$

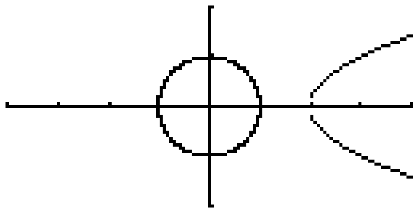


$-y^2 = 6068 - 250x$ (zweite Gleichung nach y^2 aufgelöst)
$y^2 = 250x - 6068$
$x^2 + 250x - 6068 = 6300^2$ (in die erste Gleichung eingesetzt)
$x^2 + 250x - 3968393 = 0$

$$x = \frac{-250 \pm \sqrt{250^2 - 4(-3968393)}}{2} = \frac{-250 \pm \sqrt{15936072}}{2} = \frac{-250 \pm 3992}{2} = 1871 \text{ oder } -2121$$

$$y = \pm\sqrt{250(1871) - 6068} = \pm\sqrt{461682} = \pm 679.47$$

3. *Nein*, er wird die Erde nicht treffen. Analog zu obigem Verfahren bleibt am Ende unter der Wurzel eine negative Zahl stehen.



Name: .... **Datum: ....**

C2: Was zählt, ist der Unterschied! (Schülerübungen)

Definition:
Die Menge aller Punkte, deren Differenz von zwei festen Punkten F und F´ konstant bleibt, nennt man *Hyperbel*; die Punkte F und F´ sind die *Brennpunkte der Hyperbel.*

I. Zeichne jede der untenstehenden Hyperbeln und skizziere den Grafen jeweils auf einem extra Blatt Papier. Benutze die G-Solve-Funktion, um an die gesuchte Information zu kommen.

1. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

- **Mittelpunkt:**
- **größere Achse (Länge und Richtung):**
- **kleinere Achse:**
- **Scheitelpunkte:**
- **Brennpunkte:**

2. $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

- **Mittelpunkt:**
- **größere Achse (Länge und Richtung):**
- **kleinere Achse:**
- **Scheitelpunkte:**
- **Brennpunkte:**

3. $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$

- **Mittelpunkt:**
- **größere Achse (Länge und Richtung):**
- **kleinere Achse:**
- **Scheitelpunkte:**
- **Brennpunkte:**

4. $\frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1$

- **Mittelpunkt:**
- **größere Achse (Länge und Richtung):**
- **kleinere Achse:**
- **Scheitelpunkte:**
- **Brennpunkte:**

II. Beantworte die folgenden Fragen; entnimm Deine Information den Grafen.

1. Wie ändert sich die Hyperbel, wenn y zuerst in der Gleichung auftritt(z.B. , wenn x von y subtrahiert wird)?

2. Wie ändern sich die Schnittpunkte, wenn y zuerst in der Gleichung auftritt?

3. Liegen die Schnittpunkte immer auf der größeren Achse?

4. Wie groß ist bei all den Hyperbeln der Aufgaben 1-4 jeweils der *c-Wert* (Abstand vom Mittelpunkt zu den Brennpunkten)?

In welcher Beziehung steht dieser Wer zu den Längen der größeren und kleineren Halbachse (oder ihren Quadratwurzeln - a und b)?

Denksport:

Benutze die G-Solve-Funktion, um die *Asymptoten* herauszufinden.

- In welcher Beziehung stehen diese zu a und b in der Gleichung?
- Wie beeinflussen sie die Form der Hyperbel?

C2L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Was zählt, ist der Unterschied!)

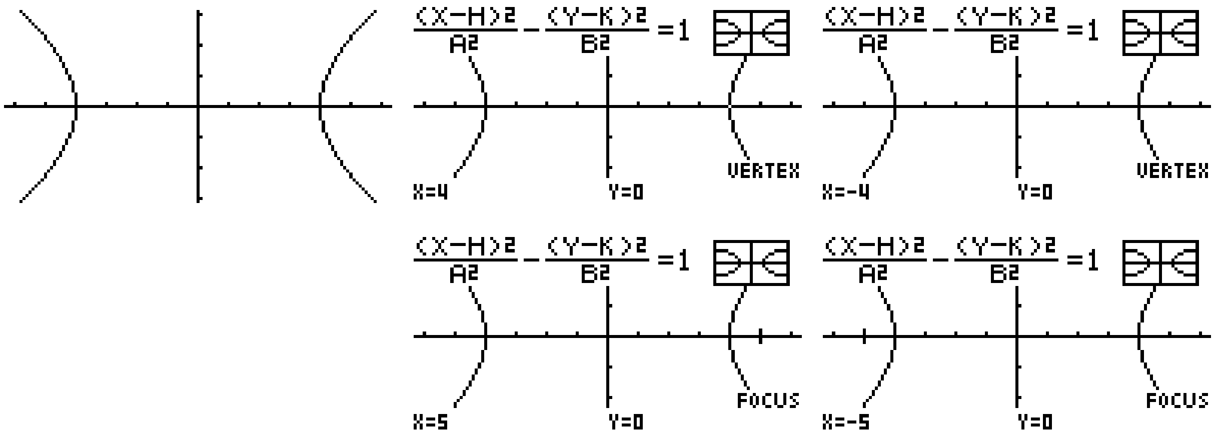
Lernziel:
Untersuchen von Hyperbeln und ihren Eigenschaften

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Geometrie aus algebraischer Sicht
- Algebra
- Schemata

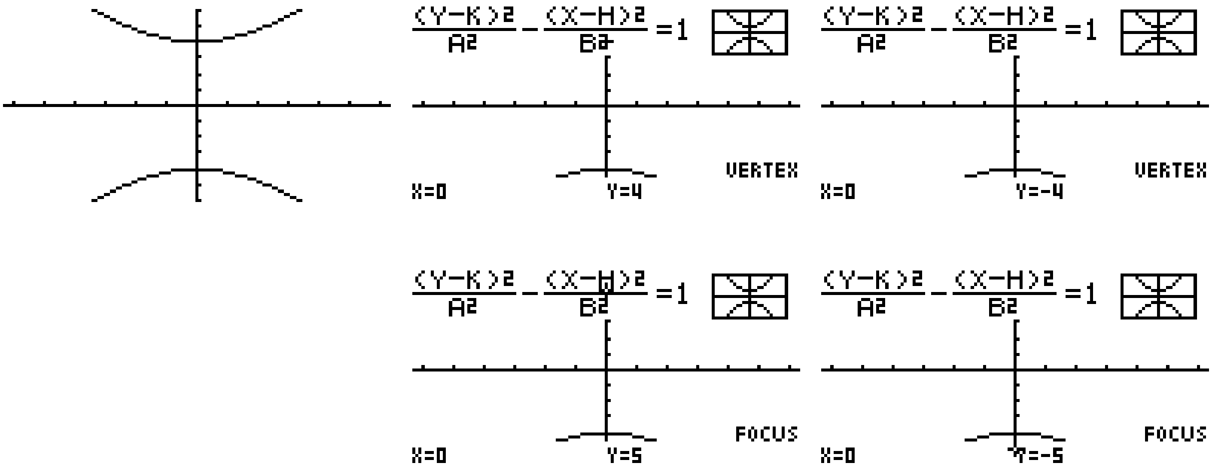
Hinweise:
- Wenn dies das erste Mal ist, daß die Klasse mit dem Kegelschnitt-Modus des Taschenrechners arbeitet, sollte der Lehrer zuerst ein anderes Beispiel für einen Kegelschnitt mit der Klasse gemeinsam durchsprechen, bevor dieses Arbeitsblatt ausgeteilt wird.
- Man sollte die Schüler daran erinnern, daß sowohl die Brennpunkte als auch die Schnittpunkte immer auf der größeren Achse liegen, daß bei einer Hyperbel aber nicht immer die größere auch automatisch die längere Achse ist.

Lösungen:

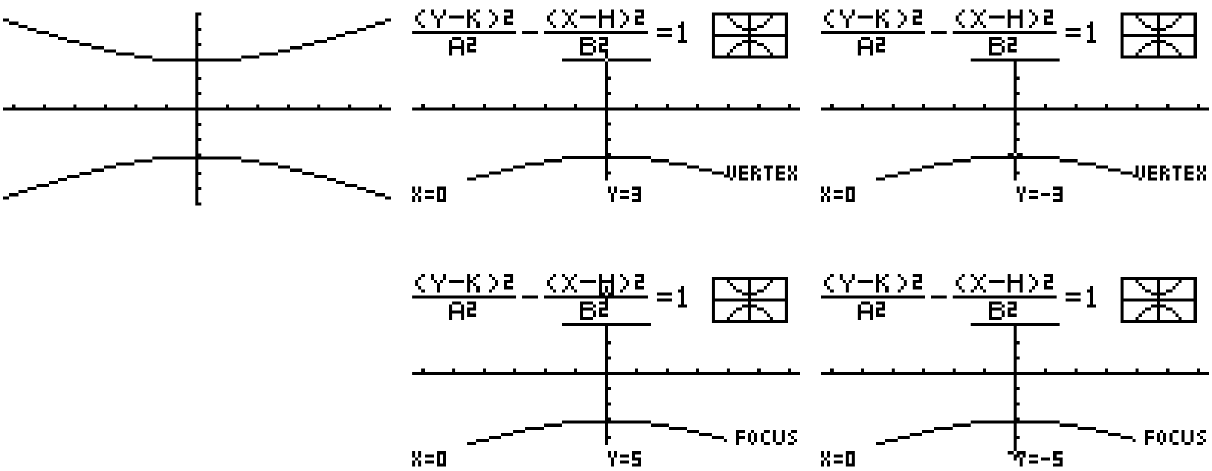
I.
1.



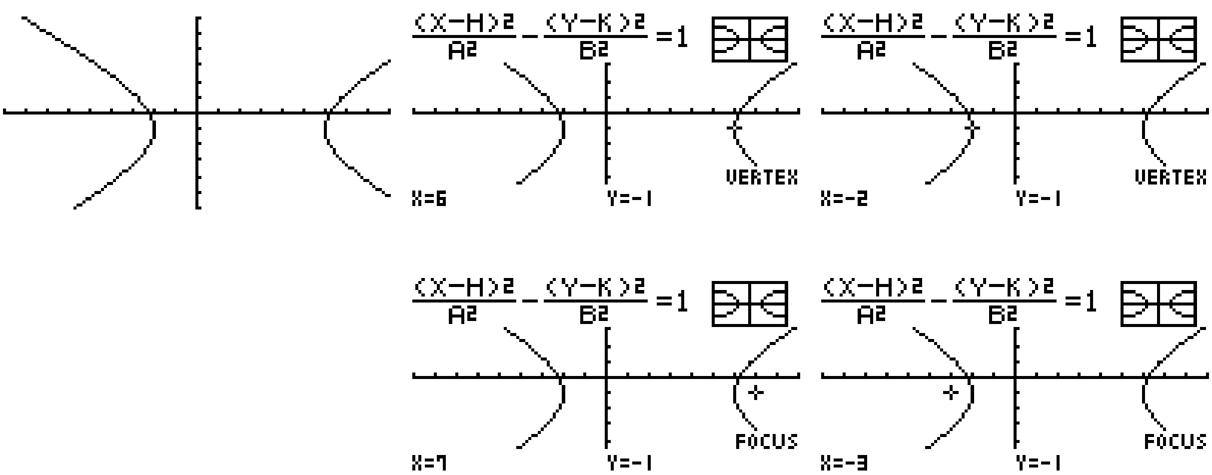
2.


(Y-K)²/A² − (X-H)²/B² =1
VERTEX
X=0
Y=4
(Y-K)²/A² − (X-H)²/B² =1
VERTEX
X=0
Y=-4
(Y-K)²/A² − (X-H)²/B² =1
FOCUS
X=0
Y=5
(Y-K)²/A² − (X-H)²/B² =1
FOCUS
X=0
Y=-5

3.


(Y-K)²/A² − (X-H)²/B² =1
VERTEX
X=0
Y=3
(Y-K)²/A² − (X-H)²/B² =1
VERTEX
X=0
Y=-3
(Y-K)²/A² − (X-H)²/B² =1
FOCUS
X=0
Y=5
(Y-K)²/A² − (X-H)²/B² =1
FOCUS
X=0
Y=-5

4.


(X-H)²/A² − (Y-K)²/B² =1
VERTEX
X=6
Y=-1
(X-H)²/A² − (Y-K)²/B² =1
VERTEX
X=-2
Y=-1
(X-H)²/A² − (Y-K)²/B² =1
FOCUS
X=7
Y=-1
(X-H)²/A² − (Y-K)²/B² =1
FOCUS
X=-3
Y=-1

II.

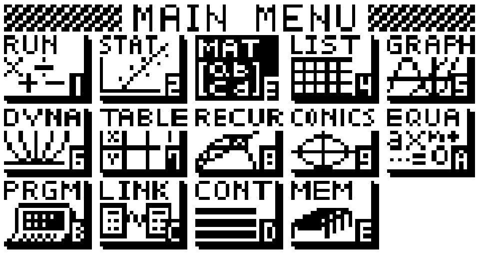
1. Die Hyperbel ist nach oben und unten geöffnet, wenn y zuerst in der Gleichung kommt; sie ist nach rechts und links geöffnet, wenn x zuerst in der Gleichung kommt.

2. Die Schnittpunkte liegen auf der größeren Achse, deshalb ändert der y-Wert die Lage auf der vertikalen Achse.

3. Nein. Die Schnittpunkte liegen auf der größeren Achse, die in der Gleichung zuerst kommt und nicht notwendigerweise auch die längere ist.

4. Der c-Wert für alle diese Gleichungen ist 5. $c^2 = a^2 + b^2$.

8 Der MATRIX-Modus



8.1 Übersicht über die Optionen innerhalb des MATRIX-Modus

Dieser Modus ...

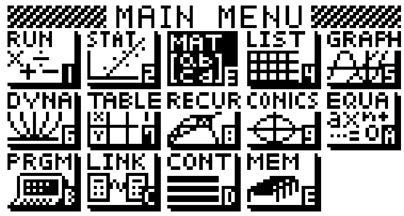
- **kreiert Matrizen:**
  - Spezifizieren der Dimension einer Matrix
  - Eingeben von Zellenwerten

- **unterstützt Matrix-Zellen-Operationen:**
  - Vertauschen von Reihen
  - Skalarprodukt für eine bestimmte Reihe
  - Addition des Skalarprodukts einer bestimmten Reihe zu einer anderen Reihe
  - Addition des Inhalts einer bestimmten Reihe zu einer anderen Reihe
  - Reihe löschen, Reihe einfügen, Reihe addieren
  - Spalte löschen, Spalte einfügen, Spalte addieren

Achtung: *Andere Matrix-Operationen (Addition und Multiplikation von Matrizen, Determinantenberechnung, Aufstellung der Einheitsmatrix, etc.) lassen sich nur im RUN-Modus ausführen.*

8.2 Einführende Erklärungen und Beispiele zum Arbeiten im MATRIX-Modus

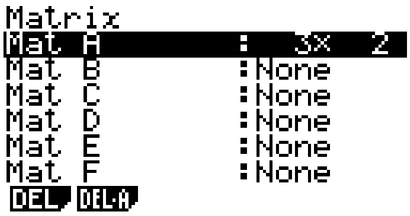
Wenn man im *MATRIX-Modus arbeiten* will, muß man zunächst die Cursor-Tasten verwenden, um im Hauptmenü die MATRIX-Ikone hervorzuheben.



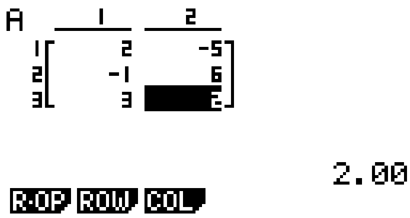
Anschließend drückt man die **EXE** Taste.

Um eine *Matrix zu spezifizieren*, gibt man zunächst die Dimension der Matrix an, und zwar zuerst die Anzahl der Reihen, dann die Anzahl der Spalten.

Um z.B. eine (3 × 2)-Matrix als Matrix A einzugeben, markiert man die Zeile mit *Mat A* und drückt dann die Tastenkombination **3 EXE 2 EXE.**

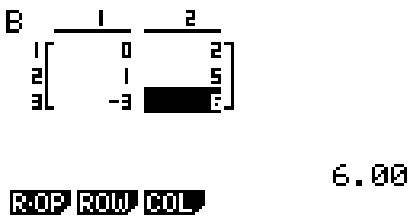


Es soll die folgende *Matrix als Matrix A eingegeben* werden:
$$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

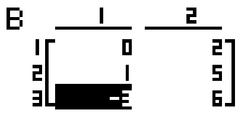


Dazu gibt man jeweils die entsprechende Ziffer ein und drückt anschließend die **EXE** Taste.

EXIT drücken, zur Matrix B übergehen und - analog zu oben – folgende *Matrix als Matrix B* eingeben:
$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}.$$



Reihenoperationen können direkt von diesem Menü aus ausgeführt werden.



Man kann beispielsweise die Matrix B von oben hernehmen und die *Reihe 1 zur Reihe 2 addieren*: **F1** Taste für Reihenoperationen drücken, dann die **F4** Taste für die Reihenaddition. Der Taschenrechner stellt die Grundgleichung zur Verfügung, und zwar mit Prompts, die anzeigen, welche Reihe zu welcher addiert werden soll. In diesem Fall wird die Reihe 1 zur Reihe 2 addiert, wenn man die Tastenkombination **1 EXE 2 EXE** drückt.

Alle *anderen Matrix-Operationen* werden, wie bereits erwähnt, im *RUN-Modus* ausgeführt.

Um z.B. *Matrix A und Matrix B zu addieren*, drückt man die **MENU** Taste und wählt den *RUN-Modus.* Man betätigt die Tastenkombination **OPTN F2,** um die Matrix-Operations-Funktionen zu bekommen.
F1 A drücken, um die Matrix A auszuwählen**, +** Taste und dann die Tastenkombination **F1 B**, um die Matrix B auszusuchen.

EXE Taste drücken, um den Rechenvorgang abzuschließen.

Achtung: *Andere Matrix-Operationen im RUN-Modus sind:*

- Mat → Listenbefehl (ordnet den Inhalt der gewählten Reihe der Listendatei zu)
- Det-Befehl (Determinanten-Befehl)
- Trn-Befehl (Transponierungs-Matrix-Befehl)
- Augment-Befehl (verbindet zwei Reihen)
- Identitäts-Befehl (Einheits-Matrix-Eingabe)

Name: .... **Datum: ....**

M1: Weihnachtseinkäufe (Schülerübungen)

Peter, Tom, Anna und Susi gehen *Weihnachtsgeschenke einkaufen*. Peter will 3 CDs, 1 Tonband und 8 Videos kaufen. Tom will 6 CDs, 1 Tonband und 3 Videos. Anna will 2 CDs, 7 Tonbänder und 1 Video. Susi will 3 CDs, 2 Tonbänder und 6 Videos kaufen.

1. Stelle eine Matrix auf, um die Anzahl der CDs, Tonbänder und Videos angeben zu können, die jede der vier Personen kaufen will.

$$
\begin{array}{l c}
 & \begin{array}{cccc} \text{Peter} & \text{Tom} & \text{Anna} & \text{Susi} \end{array} \\
\begin{array}{l} \text{CDs} \\ \\ \text{Tonbä nder} \\ \\ \text{Videos} \end{array} & \left[\begin{array}{cccc} \quad & \quad & \quad & \quad \\ \\ & & & \\ \\ & & & \end{array} \right]
\end{array}
$$

Weil sie kluge Einkäufer sind (die nur ein Auto besitzen), haben sie in zwei Geschäften Nachforschungen über die Preise angestellt.
Der reguläre Verkaufspreis (Listenpreis) im *Geschäft 1* beträgt 18.99DM für CDs, 13.99DM für Tonbänder und 25.99DM für Videos. Geschäft 1 bietet in einer Sonderaktion die CDs für 14.99DM an, sowie die Tonbänder für 10.99DM und die Videos für 21.99DM.
Geschäft 2 verkauft CDs zu einem regulären Preis von 16.99DM, Tonbänder zu 12.99DM und Videos zu 29.99DM. Auch Geschäft 2 veranstaltet einen Räumungsverkauf, wo CDs 13.99DM kosten, Tonbänder 9.99DM und Videos 26.99DM.

2. Stelle zwei Matrizen auf, um den regulären Preis und den Sonderpreis in jedem der beiden Geschäfte darzustellen.

$$\begin{array}{rc} & \begin{array}{ccc} \text{CDs} & \text{Tonbä nder} & \text{Videos} \end{array} \\ \begin{array}{r}\text{Listenpreis}\\ \\ \text{Sonderpreis}\end{array} & \left[\begin{array}{ccc} \qquad & \qquad & \qquad \\ \\ \qquad & \qquad & \qquad \end{array}\right] \end{array} \qquad \begin{array}{rc} & \begin{array}{ccc} \text{CDs} & \text{Tonbä nder} & \text{Videos} \end{array} \\ \begin{array}{r}\text{Listenpreis}\\ \\ \text{Sonderpreis}\end{array} & \left[\begin{array}{ccc} \qquad & \qquad & \qquad \\ \\ \qquad & \qquad & \qquad \end{array}\right] \end{array}$$

3. In welches Geschäft sollte die Gruppe gehen, um ihre Weihnachtsgeschenke zu kaufen? Wieviel Geld gibt jede Person aus?

Denksport:

- Angenommen, jede Person würde zu demjenigen Geschäft gehen, welches das beste Angebot hat. Zu welchem Geschäft müßte jede der Personen gehen und wieviel Geld würde die Gruppe insgesamt ausgeben?

M1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Weihnachtseinkäufe)

Lernziel:
Ausführung von Matrix-Operationen unter Verwendung des Grafiktaschenrechners

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Berechnungen und Abschätzungen

Hinweise:
Die Schüler können die Matrizen „von Hand“ multiplizieren, bevor sie - wenn nötig - den Taschenrechner benutzen.
Diese Arbeitseinheit kann dazu verwendet werden, um Schülern zu zeigen, wie man Matrizen auf dem Taschenrechner eingibt; sie kann aber auch für Schüler verwendet werden, die bereits mit diesem Thema vertraut sind.

Lösungen:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} \text{Peter} & \text{Tom} & \text{Anna} & \text{Susi} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{CDs} \\ \text{Tonbä nder} \\ \text{Videos} \end{array} & \begin{bmatrix} 3 & 6 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 7 & 2 \\ 8 & 3 & 1 & 6 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{rccc}
 & \text{CDs} & \text{Tonbä nder} & \text{Vidos} \\
\begin{array}{r}\text{Listenpreis} \\ \text{Sonderpreis}\end{array} & \multicolumn{3}{c}{\begin{bmatrix} 18.99 & 13.99 & 25.99 \\ 14.99 & 10.99 & 21.99 \end{bmatrix}}
\end{array}$$

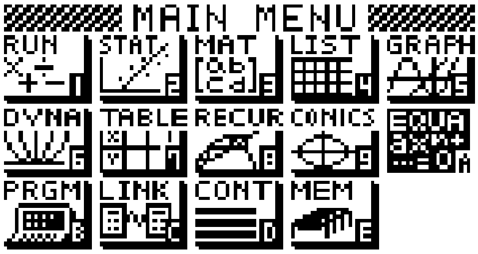
$$\begin{array}{rccc}
 & \text{CDs} & \text{Tonbä nder} & \text{Vidos} \\
\begin{array}{r}\text{Listenpreis} \\ \text{Sonderpreis}\end{array} & \multicolumn{3}{c}{\begin{bmatrix} 16.99 & 12.99 & 29.99 \\ 13.99 & 9.99 & 26.99 \end{bmatrix}}
\end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 278.88 & 205.90 & 161.90 & 240.89 \\ 231.88 & 166.90 & 128.90 & 198.89 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 303.88 & 204.90 & 154.90 & 256.89 \\ 267.88 & 174.90 & 124.90 & 223.89 \end{bmatrix}$$

Für Anna wäre es am klügsten, ins zweite Geschäft zu gehen, aber die anderen drei sollten im ersten Geschäft einkaufen.
Alle zusammen würden sie dann 1856.57DM ausgeben.

9 Der EQUATION-Modus



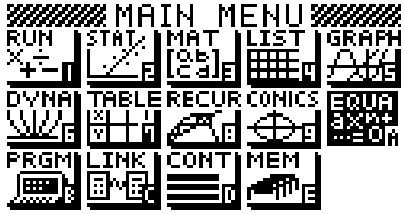
9.1 Übersicht über die Optionen innerhalb des EQUATION-Modus

Dieser Modus ...

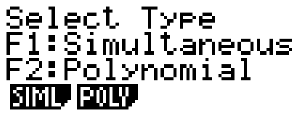
- **löst Gleichungssysteme mit bis zu 6 Gleichungen in 6 Unbekannten**
- **findet die Lösungen (reelle und komplexe) von quadratischen und kubischen Gleichungen**

9.2 Einführende Erklärungen und Beispiele zum Arbeiten im EQUATION-Modus

Wenn man im *EQUATON-Modus arbeiten* will, muß man zunächst die Cursor-Tasten verwenden, um im Hauptmenü die EQUATION-Ikone hervorzuheben.



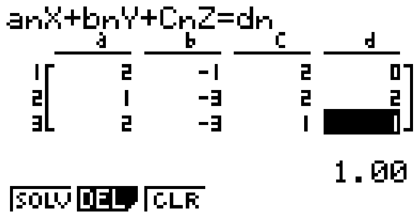
Anschließend drückt man die **EXE** Taste.



Dieser Modus kann verwendet werden, um Gleichungssysteme mit bis zu 6 Gleichungen in 6 Unbekannten zu lösen.

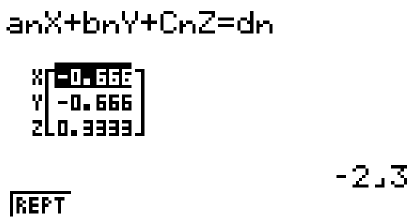
Um beispielsweise das untenstehende *Gleichungssystem* zu *lösen* (*drei Gleichungen in drei Unbekannten*) muß man zunächst die Tastenkombination **F1 F2** drücken.

Es sollen die Koeffizienten - wie aus untenstehendem Gleichungssystem ersichtlich - eingegeben werden. Dazu gibt man die entsprechende Zahl ein und drückt anschließend die **EXE** Taste.



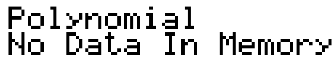
$$2x-y+2z = 0$$
$$x-3y+2z = 2$$
$$2x-3y+z = 1$$

F1 Taste drücken: Die Lösung dieses Gleichungssystems wird berechnet. Zu beachten ist, daß die Lösung als Matrix angegeben wird; in der rechten unteren Ecke wird der jeweils markierte Wert der Matrix im Bruchformat angezeigt.



Mit **EXIT** kommt man zum Editorschim für lineare Gleichungssysteme zurück und kann ein neues lineares Gleichungssystem eingeben.

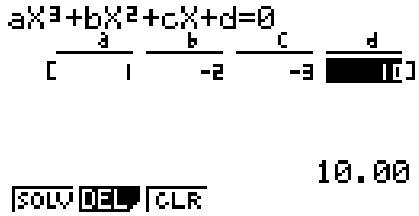
Durch dreimaliges Drücken der **EXIT** Taste kommt man zur ursprünglichen Anzeige (Auswahl zwischen linearem Gleichungssystem und Polynomialgleichung) zurück.



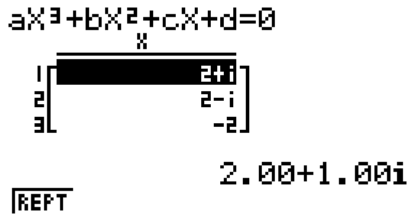
Nun soll die **F2** Taste gedrückt werden, um eine Polynomialgleichung zweiten oder dritten Grades einzugeben und deren Nullstellen zu finden.

F2 Taste drücken, um die folgende *kubische Gleichung* einzugeben:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 10$$



Sobald die Koeffizienten eingegeben sind, kann man die **F1** Taste oder die **EXE** Taste drücken, um die Gleichung zu lösen.
Man beachte, daß sowohl die reellen als auch die komplexen Lösungen in Matrixform angegeben werden.



Um eine *Funktion oder ein ganzes Gleichungssystem* zu *löschen*, drückt man die **F2** Taste im Editorschirm.
Betätigt man die **F3** Taste, so werden alle Koeffizienten auf Null gelöscht.

Name: .... **Datum: ....**

E1: Glücksrad (Schülerübungen)

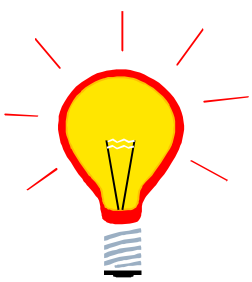
Benutze Matrizen, um das folgende Problem zu lösen ...

Und so funktioniert das Glücksrad-Spiel prinzipiell:
Der Kandidat soll ein Wort, einen Begriff oder einen Satz erraten, indem er Buchstaben „kauft". Jeder Buchstabe muß „bezahlt" werden; je mehr Buchstaben schon bezahlt sind, umso leichter ist es, das Wort zu erraten.

Speziell in diesem Glücksrad-Spiel wird jeder der fünf Vokale a, e, i, o und u zu einem unterschiedlichen Preis verkauft, aber man muß jedesmal extra zahlen, wenn ein Vokal öfters als einmal in ein und demselben Wort vorkommt. Kostet z.B. der Vokal „a" 10DM, so würde jede *Banane* 30DM kosten. In den Wörtern sind alle Konsonanten umsonst.

Betrachte die folgenden Sonderpreise:
Rosenkohl kostet nur 175DM. *Blumentopf* kostet nur 150DM. *Feldhase* ist 210DM wert, während *Einsteinium* mit 295DM schon recht teuer ist. Schließlich kostet *Tigerente* 265DM.

Wieviel kostet im Glücksrad jeder einzelne Vokal?



Denksport:

Denke Dir neue Werte für die fünf Vokale aus; finde fünf neue Wörter, sage Deinen Freunden die Werte der Wörter und lasse sie die Werte der einzelnen Vokale erraten.

E1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Glücksrad)

Lernziel:
Lösen von Gleichungssystemen mit Hilfe des Taschenrechners und unter Verwendung von Matrizen

Lerninhalte:
- Algebra
- Mathematik als problemlösendes Denken

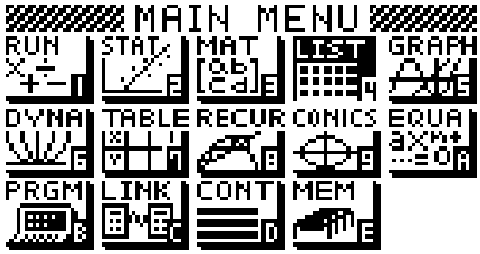
Lösungen:

0a+1e+0i+2o+0u = 175DM
0a+1e+0i+1o+1u = 150DM
1a+2e+0i+0o+0u = 210DM
0a+2e+3i+0o+1u = 295DM
0a+3e+1i+0o+0u = 265DM

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ e \\ i \\ o \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 260 \\ 340 \\ 255 \\ 435 \\ 225 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ e \\ i \\ o \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 \\ 75 \\ 40 \\ 50 \\ 25 \end{bmatrix}$$

10 Der LIST-Modus



10.1 Übersicht über die Optionen innerhalb des LIST-Modus

Dieser Modus ermöglicht das ...

- **Editieren und Neuarrangieren von Listen:**
  - Der Grafikrechner 9850G gestattet das Abspeichern von bis zu sechs Listen im Speicher, worauf deren Inhalte in arithmetischen Rechnungen, statistischen Rechnungen, Matrix-Rechnungen und grafischen Darstellungen verwendet werden können.

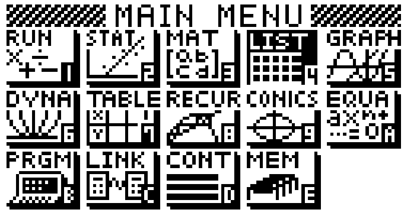
- **Sortieren von Listen in ansteigender oder abfallender Reihenfolge**

- **Übertragen von Listeninhalten in den Matrix-Antwortspeicher**

Achtung: *Dies ist ein reiner Editiermodus. Andere Operationen mit Listen werden im RUN-Modus ausgeführt, z.B. das Zählen der Anzahl der Werte (Dim), das Ersetzen der Zellenwerte durch den gleichen Wert (Fill), das Generieren einer Folge von Zahlen (Seq) oder die Berechnung der gesamten Häufigkeit eines jeden Wertes (Cuml).*

10.2 Einführende Erklärungen und Beispiele zum Arbeiten im LIST-Modus

Wenn man im *LIST-Modus arbeiten* will, muß man zunächst die Cursor-Tasten verwenden, um im Hauptmenü die LIST-Ikone hervorzuheben.

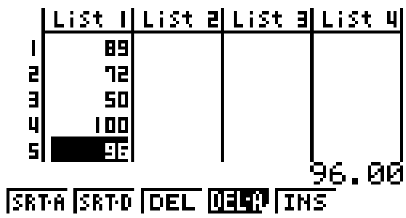


Anschließend drückt man die **EXE** Taste.

Zunächst sollen alle Listen gelöscht werden, die momentan Daten enthalten: Dazu drückt man die Tastenkombination **F4 F1.**

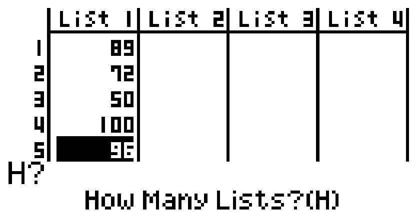
Die folgenden Zahlen sollen in die Liste 1 eingegeben werden. Dazu gibt man jeweils die entsprechende Ziffer ein und drückt anschließend die **EXE** Taste.

{89, 72, 50, 100, 96}

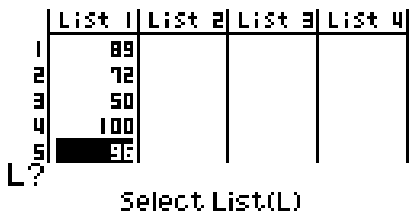


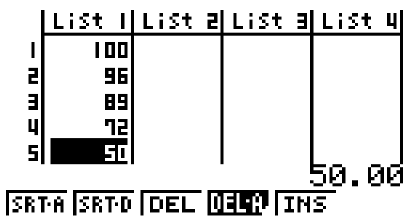
Die Daten sollen nun in abfallender Reihenfolge geordnet werden: Man drückt die **F2** Taste und folgt den Bildschirm-Prompts ...

„How Many Lists (H)“? **1 EXE** drücken
„Select List (L)“ **1 EXE** drücken



und die Liste wird in abfallender Reihenfolge geordnet.





Achtung: *Man kann auch mehrere Listen für das Sortieren verknüpfen, so daß ihre Zellen in Abhängigkeit von einer Grundliste neu arrangiert werden. Die Grundliste ist entweder in ansteigender oder in abfallender Reihenfolge sortiert, wogegen die Zellen der verknüpften Listen so arrangiert werden, daß der relative Zusammenhang aller Listen erhalten bleibt.*

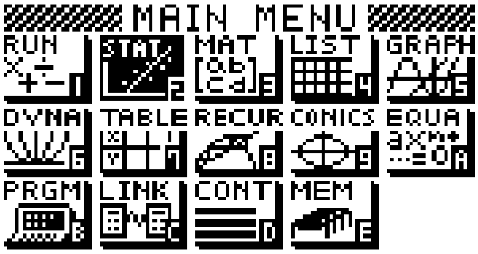
F1: Sortiert die Daten in ansteigender Reihenfolge.

F4: Löschen aller Zellen in einer Liste

F5: Fügt eine neue Zelle ein.

Achtung: *Alle anderen Operationen mit Listen sind verfügbar, wenn man vom RUN-Modus aus das OPTN-Menü aufruft und die F1 Taste drückt.*

11 Der STAT-Modus



11.1 Übersicht über die Optionen innerhalb des STAT-Modus

Dieser Modus ...

- **editiert Daten in Listen bzw. gibt Daten in Listen ein (aus dem LIST-Modus)**

- **sortiert Listen in ansteigender und abfallender Reihenfolge**

- **ermöglicht die grafische Darstellung von statistischen Daten in einer Variablen:**
  - Histogramme
  - Box-Plott-Diagramm mit dem *Median* als Mittelwert
  - Box-Plott-Diagramm mit dem *arithmetischen Mittel* als Mittelwert
  - Normalverteilungskurve
  - Linien-Grafik

- **ermöglicht die grafische Darstellung von statistischen Daten in zwei Variablen:**
  - Plotten eines Streudiagramms
  - Zeichnen einer xy-Liniengrafik

- **ermöglicht die Berechnung von statistischen Daten in einer Variablen**

- **ermöglicht die Berechnung von statistischen Daten in zwei Variablen**

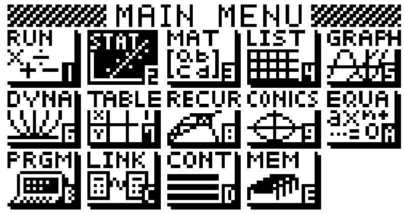
- **ermöglicht die Berechnung und grafische Darstellung von Regressionen:**
  - Lineare Regressionsgrafik
  - Box-Plott-Diagramm
  - Quadratische/ Kubische/ Quartische Regressionsgrafik
  - Logarithmische Regressionsgrafik
  - Exponentielle Regressionsgrafik
  - Potentielle Regressionsgrafik

- **transferiert Daten von Listen in Matrizen**

Achtung: *Andere Operationen mit Listen können vom RUN-Modus aus geregelt werden.*

11.2 Einführende Erklärungen und Beispiele zum Arbeiten im STAT-Modus (Berechnung und grafische Darstellung von statistischen Daten mit einer Variablen)

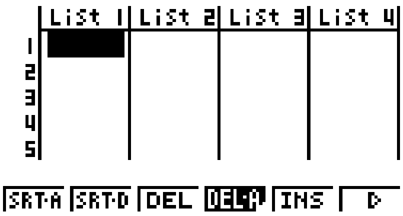
Wenn man im *STAT-Modus arbeiten* will, muß man zunächst die Cursor-Tasten verwenden, um im Hauptmenü die STAT-Ikone hervorzuheben.



Anschließend drückt man die **EXE** Taste.

Dieser Modus ermöglicht statistische Operationen sowohl für statistische Daten mit *einer Variablen* als auch für statistische Daten mit *zwei Variablen.*

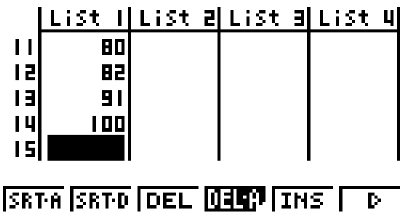
Zunächst sollen *alle Daten* aus *allen Listen gelöscht* werden: Tastenkombination **F6 F4 F1** verwenden.



Die folgenden *Daten* sollen *in Liste 1 eingetragen* werden:

{63, 68, 76, 78, 80, 91, 94, 63, 76, 76, 80, 82, 91, 100}

Dazu gibt man jeweils die entsprechenden Werte ein und drückt die **EXE** Taste

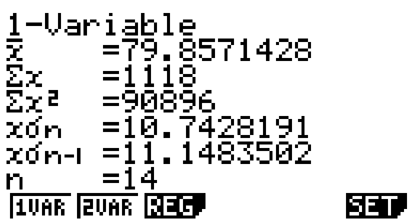


F6 Taste drücken, um das Grafikmenü bzw. das statistische Rechnungsmenü zu erhalten. **F2** drücken, um schließlich das *statistische Rechnungsmenü auszuwählen.*

Mit der **F6** Taste kann man die *Setup-Einstellungen überprüfen*: Die Einstellungen sollten wie in nebenstehender Abbildung gesetzt werden.

EXIT drücken, um ins statistische Rechnungsmenü zurückzukehren., anschließend die **F1** Taste betätigen, um die *Berechnungen der statistischen Daten für die Liste 1 durchführen* zu lassen. Über die Abwärts-Cursortaste kann man die Ergebnisse der Berechnungen betrachten.

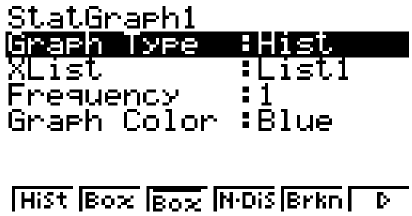
Durch zweimaliges Drücken der **EXIT** Taste kehrt man zur Ausgangsposition für das Grafikmenü bzw. das statistische Rechnungsmenü zurück.



Diesmal sollen die *statistischen Daten grafisch dargestellt* werden, also muß man die **F1** Taste drücken.

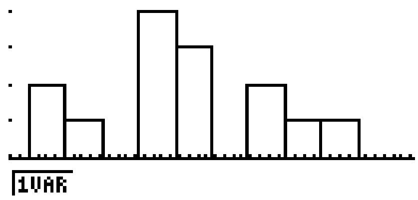
Für ein bestimmtes Datensystem können drei verschiedene Arten von Grafen gezeichnet werden.

F6 Taste drücken, um *Grafiktyp und –farbe festzulegen*, und um *festzusetzen, aus welcher Liste die Daten genommen* werden sollen.
F1 Taste drücken, um *Graf 1 auszusuchen*.
Mit der Abwärts-Cursortaste auf die Zeile gehen, die den Grafiktyp festlegt, Tastenkombination **F6 F1** drücken; dadurch wird der *Grafiktyp Histogramm* ausgewählt.



Man sollte beachten, daß das Setup sich automatisch auf eine Variable einrichtet, mit Liste 1 als Xlist, wenn man den Grafiktyp Histogramm aussucht.

Tastenkombination **EXIT F1** drücken, um das *Histogramm zeichnen* zu lassen.

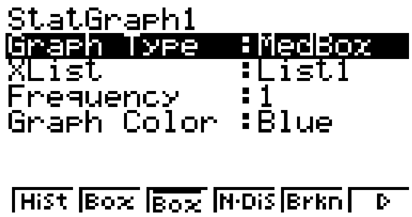


Über die Tastenkombination **SHIFT F6** oder mittels der **EXIT** Taste kommt man zur Auswahl der Grafiken zurück.

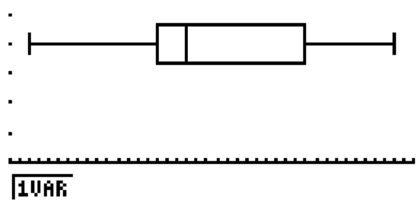
F6 Taste drücken, um eine neue Einstellung vorzunehmen.

Außer dem Grafiktyp Histogramm sind *weitere Grafikoptionen* für statistische Daten in einer Variablen möglich:

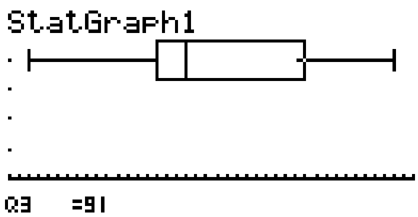
- Box-Plott-Diagramm mit dem Median als Mittelwert
- Box-Plott-Diagramm mit dem arithmetischen Mittel als Mittelwert
- Normalverteilungskurve
- Linien-Grafik



Mit Hilfe der Tastenkombination soll nun ein *Box-Plott-Diagramm mit dem Median als Mittelwert* gezeichnet werden:
Dazu drückt man zunächst die **EXIT** Taste und anschließend die **F1** Taste.



Wenn man die Tastenkombination **SHIFT F1** drückt und den Rechtscursor benutzt, kann man das *Box-Plott-Diagramm mit dem Median als Mittelwert* nachfahren. Dabei werden jeweils in der linken unteren Bildschirmecke die *Quartile angezeigt*.



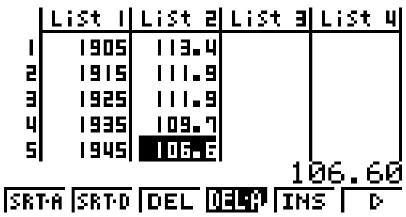
11.3 Einführende Erklärungen und Beispiele zum Arbeiten im STAT-Modus (Berechnung und grafische Darstellung von statistischen Daten mit zwei Variablen)

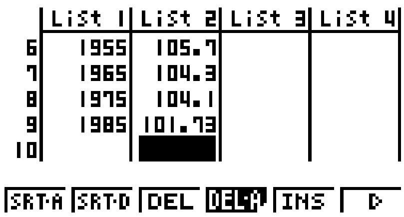
Für die weiteren Rechnungen sollen zunächst die alten Daten aus Liste 1 gelöscht werden:
Dazu drückt man zweimal hintereinander die **EXIT** Taste, dann die Tastenkombination **F6 F4 F1.**

Es sollen die folgenden *Daten in Liste 1 bzw. Liste 2 eingegeben* werden:

Weltrekord im 800m-Lauf (Männer)

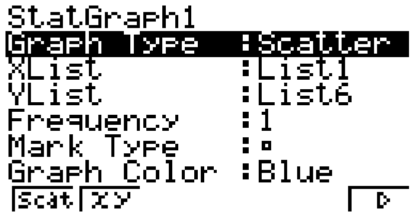
Jahr	**Rekord(zeit)**
1905	113.4
1915	111.9
1925	111.9
1935	109.7
1945	106.6
1955	105.7
1965	104.3
1975	104.1
1985	101.73





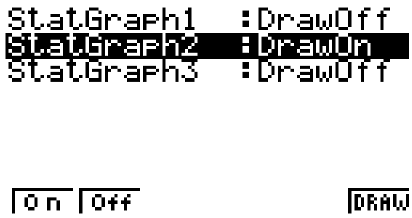
Achtung: *Die Jahre können entweder wie oben eingegeben werden oder als 5, 15, 25, ..., um die Eingabe zu vereinfachen. Der Taschenrechner nimmt die Betrachtungsfenster-Einstellungen automatisch vor.*

Tastenkombination **F6 F1** drücken, um die Grafikoption auszuwählen.
Mit Hilfe der **F6** Taste läßt sich das Setup für die Grafik einrichten: Graf 2 soll auf Plotten eines Streudiagramms eingestellt werden; dazu muß man zuerst die **F2** Taste drücken, dann den Abwärtscursor und schließlich die **F1** Taste.



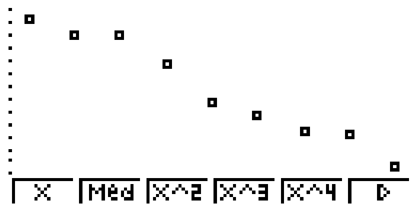
Man beachte, daß die Vorgabeeinstellung automatisch die Daten der Liste 1 als x-Achsen-Werte und die Daten der Liste 2 als y-Achsen-Werte verwendet. Jeder Satz von x/y-Daten ist ein Punkt auf dem Streudiagramm.

Um auf die Liste der statistischen Daten zurückzukehren, die **EXIT** Taste drücken.



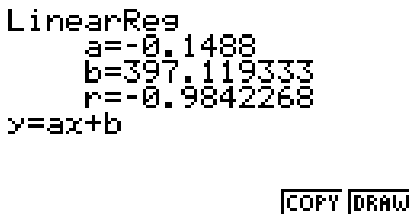
F4 Taste drücken, um sich zu vergewissern, daß der *Graf 2 aktiviert (On)* und der vorhergehende Graf, *Graf 1 deaktiviert (Off)* ist. Anschließend **EXIT** Taste drücken.

Drückt man die **F2** Taste, so kann man das *Streudiagramm* dieser Daten sehen.

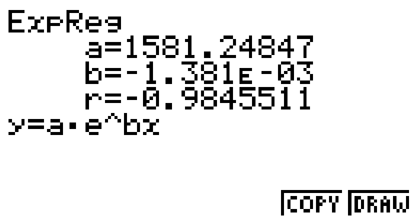


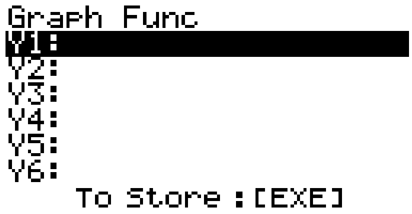
Drückt man die **F1** Taste, so kann man *Informationen über die lineare Regression* bekommen.

Drückt man die **F6** Taste, so kann man die *Lineare-Regressions-Grafik, überlagert mit dem Streudiagramm,* zeichnen lassen.



Drückt man die Tastenkombination **F6 F2**, so erhält man die *exponentielle Regression*.





Diese Regressionsgleichungen werden auf das Streudiagramm gezeichnet und können nicht mit dem Cursor nachgefahren werden. Diese Regressions-Grafikformel kann in die Liste der Funktionen im Graph-Menu kopiert werden; dazu drückt man die Tastenkombination **F5 EXE**. Der Taschenrechner kehrt automatisch an die vorhergehende Ergebnisanzeige der Regressionsrechnung zurück.

Beim Betätigen der **F6** Taste wird nun die Regressionsgrafik über das Streudiagramm gezeichnet, wobei die Regressionsgrafik im Grafikmodus gespeichert wird, damit man sie später nachfahren kann.

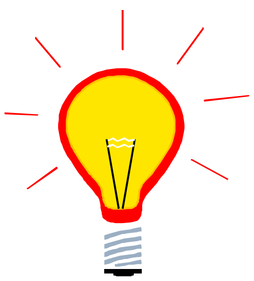
Name: .... **Datum: ....**

S1: Michael Jordan (Schülerübungen)

In der untenstehenden Tabelle sind die wichtigsten Daten der ersten 8 Spielsaisons aus *Michael Jordans*[2] Karriere aufgeführt.
Gib die Daten in Deinen Taschenrechner ein und beantworte die Fragen, die unter der Tabelle stehen.

SAISON	SPIELE	TREFFER AUS DEM SPIEL[3]	FREIWÜRFE[4]	PUNKTE
1986-87	82	1098	833	3041
1987-88	82	1069	723	2868
1988-89	81	966	674	2633
1989-90	82	1034	593	2753
1990-91	82	990	571	2580
1991-92	80	943	491	2404
1992-93	78	992	476	2541

1. Berechne die durchschnittliche Anzahl (*Mittelwert*)
   a) der *Spiele*, die *pro Saison* gespielt wurden,
   b) der *Treffer aus dem Spiel*, die *pro Saison erzielt* wurden,
   c) der *Freiwürfe pro Saison*.
2. Berechne die durchschnittliche Anzahl (*Mittelwert*) der Punkte, die pro Saison erzielt wurden. Versuche vorauszusagen, wieviele Punkte Michael Jordan während der Saison 1993-1994 gemacht hätte, wenn er nicht zu spielen aufgehört hätte.
3. Berechne die *Anzahl der 3-Punkte Treffer aus dem Spiel*, die in jeder Saison erzielt wurden.
4. Ermittle *Michael Jordans beste Saison*; begründe Deine Antwort.



Denksport:

Betrachte Michael Jordans aktuelle statistische Daten.
- Würde sich an irgendeiner der obigen Antworten etwas ändern?
- Hatte er seit seiner Rückkehr eine bessere Saison?

[2] amerikanischer Basketballspieler
[3] Jeder Treffer aus dem Spiel zählt 2 Punkte.
[4] Jeder verwandelte Freiwurf zählt 1 Punkt.

S1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Michael Jordan)

Lernziel:
Herausfinden des Mittelwertes gegebener Daten und Vorhersage über zukünftige Daten jeweils unter Benutzung des Taschenrechners

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Statistik
- Mathematik und logisches Denken

Hinweise:
- Erinnern Sie die Schüler daran, die Daten im SD-Modus einzugeben.
- Diskutieren Sie Pro und Kontra, Vorhersagen zu treffen, die auf statistischen Daten beruhen.

Lösungen:

1. a) 81 Spiele
   b) 1013.14 Treffer aus dem Spiel
   c) 623 Freiwürfe

2. 2688.5 Punkte

3. 1986-87 12
1987-88 7
1988-89 27
1989-90 92
1990-91 29
1991-92 27
1992-93 81

4. verschiedene Lösungen möglich

Name: .... **Datum: ....**

S2: Bis daß der Tod uns scheidet ... (Schülerübungen)

JAHR	HOCHZEITEN	SCHEIDUNGEN
1960	1 523 000	393 000
1962	1 577 000	413 000
1964	1 725 000	450 000
1966	1 857 000	499 000
1968	2 069 258	584 000
1970	2 158 802	708 000
1972	2 282 154	845 000
1974	2 229 667	977 000
1976	2 154 807	1 083 000
1978	2 282 272	1 130 000
1980	2 406 708	1 182 000
1982	2 495 000	1 180 000
1984	2 487 000	1 155 000
1986	2 400 000	1 159 000
1988	2 389 000	1 183 000
1990	2 448 000	1 175 000
1992	2 362 000	1 215 000

Benutze die Daten aus obiger Tabelle über die Anzahl der Hochzeiten und Scheidungen in den USA von 1960-1992:

1. Gib das *Jahr in Liste 1* ein, die *Gesamtzahl der Hochzeiten in Liste 2* und die *Gesamtzahl der Scheidungen in Liste 3.*

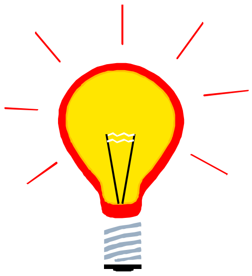
2. Berechne die *Scheidungsrate* und gib die Daten in *Liste 4* ein.

3. Welcher *Regressionstyp* beschreibt am besten die Daten von 1960 bis 1976?

4. Wenn das Schema in dieser Art und Weise weiterginge, mit welcher Scheidungsrate würdest hätte man dann im Jahr 1984 rechnen müssen?

5. Welcher *Regressionstyp* beschreibt am besten die Daten von 1978 bis 1992?

6. Wenn Du Dich an den gegebenen Daten orientierst, welche Scheidungsrate würdest Du dann für das Jahr 1995 vorhersagen?



Denksport:

- Wie könnte man möglicherweise die unterschiedliche Regression bei Hochzeiten und Scheidungen erklären?

S2L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Bis daß der Tod uns scheidet ...)

Lernziel:
Untersuchen der Regression und Vorhersage von Ergebnissen unter Einbeziehung des Taschenrechner

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Statistik
- Funktionen

Lösungen:

3. quadratische Regression

4. Scheidungsrate ca. 90.4%, wenn man die quadratische Regression verwendet

5. keine eindeutige Aussage möglich; lineare Grafik oder Med-Grafik

6. Scheidungsrate im Jahr 1995: zwischen 49% und 49.6%

Name: .... **Datum: ....**

S3: Ein Kilometer in meinen Schuhen ... (Schülerübungen)

Sammle und dokumentiere die *Schuhgröße* und die *Körpergröße* von je 5 Kindern in der Klasse in der untenstehenden Tabelle. (Addiere bei der Schuhgröße von Jungen die Zahl 1,5. Beispielsweise wird die Schuhgröße 8 eines Jungen als 9,5 dokumentiert.)

(GRUPPEN-) MITGLIEDER	SCHUHGRÖSSE	KÖRPERGRÖSSE

1. Was fällt dir an der Schuhgröße der größeren Schüler auf? Und an der Schuhgröße der kleineren Schüler? Warum?

Gib Deine Daten in den Taschenrechner ein.

2. Was ist die durchschnittliche Schuhgröße? Was die durchschnittliche Körpergröße?

Zeichne ein *Streudiagramm* und finde diejenige Gerade heraus, die den Daten am ehesten gerecht wird.

3. Wie lauten Gleichung und Steigung der Geraden?

4. Sage die Schuhgröße eines 1.20m großen Kindes voraus. Welche Schuhgröße hat ein 1.50m großes Kind?

Denksport:

- Gibt es eine Beziehung zwischen Körpergröße und Schuhgröße?
- Wie ist es mit Gewicht und Körpergröße?

S3L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Ein Kilometer in meinen Schuhen ...)

Lernziel:
Erforschen von Schemata bei paarweise vorhandenen Daten mit Hilfe des Taschenrechners

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Statistik
- Algebra
- Abmessungen

Hinweise:
- Das Maß der Unterstützung seitens des Lehrers hängt ab von den Fähigkeiten und von der Erfahrung der Klasse.
- Man sollte die Schüler daran erinnern, daß zur Schuhgröße eines jeden Jungen 1,5 dazugezählt werden muß, damit eine Anpassung an die Statistik der Mädchengrößen gewährleistet ist.
- Um möglich genaue Ergebnisse zu erzielen, sollte man die Daten der kompletten Klasse einbeziehen. Die Daten können auch einige Tage vor der Auswertung aufgenommen werden.

Lösungen:

1. Die Schuhgröße sollte größer werden, wenn die Körpergröße größer wird.
2. - 4. unterschiedliche Antworten möglich

Name: .... **Datum: ....**

S4: Gulliver’s Schneider (Schülerübungen)

Benutze ein Stück Schnur und ein Metermaß; vervollständige die folgende Tabelle für deine Gruppe. Achte darauf, daß Du alle Messungen in derselben Einheit durchführst.

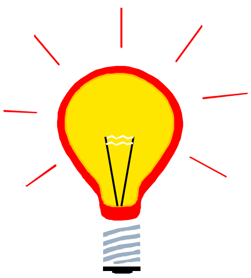
GRUPPENMITGLIED	DAUMEN	HANDGELENK	HALS

1. Welche Beziehung hat jede Messung zu jedem Gruppenmitglied?
Wenn man die Tabelle um die Taille eines jeden Gruppenmitgliedes erweitern würde, könnte man über die Meßwerte der Taille einer jeden Person eine Vorhersage treffen?

2. Gib die Daten für Daumen und Handgelenk in deinen Taschenrechner ein. Skizziere eine Kopie Deines Streudiagramms in das untenstehende Koordinatensystem.

Was fällt dir an den Punkten auf?

3. Benutze den Taschenrechner; wie lautet die Gleichung derjenigen Geraden, die die Punkte fittet?
Welche Steigung hat die Gerade?
Wie paßt das zu obigem Schema?



Denksport:

- Welche Beziehung besteht zwischen den Körpermaßen und der *Goldenen Regel*?

S4L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Gulliver's Schneider)

Lernziel:
Untersuchen von paarweise vorgegebenen Daten unter Einbeziehung des Taschenrechners

Lerninhalte:
-
- Algebra
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Statistik
- Meßverfahren

Benötigte Materialien:
- Schnur
- Maßband
- Grafiktaschenrechner

Hinweise:
Bei dieser Lerneinheit dreht es sich darum, Daten zu sammeln, zu plotten und zu analysieren.
Die Schüler sollen nach Schemata suchen und Beziehungen zwischen linearen Gleichungen, geplotteten Daten und realen Messungen herausfinden.
Da diese Lerneinheit sich an *'Gulliver's Reisen'* anlehnt, bietet sich hier *fächerübergreifendes Unterrichten* an.

Die Schüler sollen Messungen durchführen, sie gruppenweise in einer Tabelle sammeln, in den Grafiktaschenrechner eingeben und mit oder ohne Unterstützung seitens des Lehrers die Daten plotten und die Schemata verallgemeinern.

Lösungen:

Die Antworten werden unterschiedlich ausfallen. Die allgemeine Beziehung ist ...

2 Daumen = 1 Handgelenk,
2 Handgelenke = 1 Hals,
(längenmäßig natürlich!)

Name: .... **Datum: ....**

S5: M oben oder M unten? (Schülerübungen)

1. Zähle 50 M & M’s ab und gib sie in einen dafür bereitgestellten Behälter.

2. Schüttele den Behälter und entferne all diejenigen M & M’s, bei denen das „M“ oben liegt. Da die beiseite gelegten Süßigkeiten nicht mehr benötigt werden, kannst Du sie auch essen!

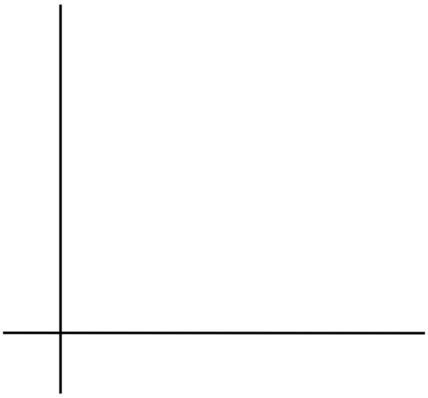
3. Zähle die im Behälter übriggebliebenen M & M’s und gehe zum nächsten Versuch über, nachdem Du Dein Ergebnis in die untenstehende Tabelle eingetragen hast.

   Führe soviel Versuche durch, bis keine M & M’s mehr im Behälter sind.

VERSUCH	**ÜBRIGGEBLIEBENE M & M’S**
0	50

4. Benutze das Statistikmenü, gib deine Daten in Liste 1 und Liste 2 ein.

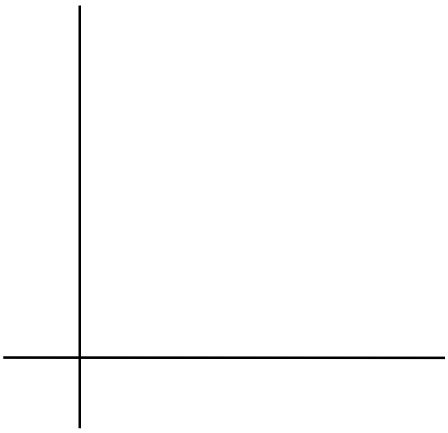
5. Zeichne das Streudiagramm aus diesen Daten und skizziere eine Kopie des Streudiagramms in untenstehendes Koordinatensystem.
   Überprüfe das Betrachtungsfenster für dieses Streudiagramm. Welches Betrachtungsfenster wird für diesen Plot verwendet?



   Welchem Funktionstyp ähnelt dieser Datensatz?

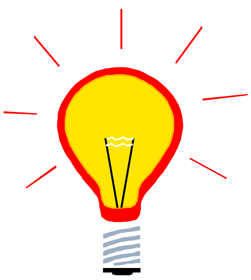
6. Suche dir zur Überprüfung Deiner Vermutung eine geeignete Regression heraus und zeichne den Grafen.

Skizziere den Grafen in das untenstehende Koordinatensystem.



   Wie lautet die Gleichung der Regression?
   Paßt die Regression zum Datensatz?
   Was kannst Du darüber sagen?

7. Falls die Regression nicht so gut geeignet zu sein schient, probiere eine andere aus.
   Welche Regression schient am besten zu passen?
   Warum?
   Wie würde sich das Experiment ändern, wenn man weniger M & M’s nähme?
   Wie würde sich das Experiment ändern, wenn man mehr M & M’s nähme?



Denksport:

- Welche anderen „realen“ Daten würden eine ähnliche Regression ergeben?
- Warum?

S5L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (M oben oder M unten?)

Lernziel:
- Grafische Darstellung von realen Datensätzen
- Finden geeigneter Regressionen unter Einbeziehung des Taschenrechners

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Statistik
- Funktionen

Benötige Materialien:
- mehrere große Packungen M & M’s
- Behälter für die M & M’s

Hinweise:
Der Lehrer sollte die Süßigkeiten im voraus selber auszählen; das spart Zeit und verhindert, daß die Schüler zu viele M & M’s wegessen.

Wenn die Schüler das erste Mal mit dem Statistikmenü arbeiten, sollte sie der Lehrer durch diese Lerneinheit führen.
Diese Lerneinheit eignet sich auch hervorragend für die Kleingruppenarbeit.

Da es sich hier um eine exponentielle Regression handelt, muß der letzte Punkt oder Versuch von den Schülern ausgeschlossen werden. An dieser Stelle sollte der Lehrer nachhelfen.

Lösungen:
Da diese Lerneinheit Datensätze verarbeitet, die von Schülern erzeugt wurden, werden verschiedene Lösungen für Streudiagramm, Graf und Gleichung (für die Regression) auftreten.

Name: .... **Datum: ....**

S6: Hanuta-Aufkleber (Schülerübungen)

Der Hersteller der Hanutakekse hat damit begonnen, lustige Aufkleber den Packungen beizulegen. Jede Packung Hanuta enthält einen der fünf Aufkleber.

1. Wieviele Päckchen Hanuta mußt Du durchschnittlich kaufen, wenn Du alle fünf Aufkleber haben möchtest?

Suche Dir einen Partner.
Statt wirklich zu kaufen, überlassen wir es dem Taschenrechner, die Aufkleber zu finden. Benutze dazu die Gleichung **Int(5Ran#+1),** ´kaufe´, bis Du alle fünf Aufkleber bekommen hast.
Registriere die Anzahl der 'Käufe', die Du brauchst, um alle fünf Aufkleber zu bekommen.
Das machst Du mit deinem Partner dreimal. Schreibe die Anzahl der 'Käufe' für jeden der drei versuche in die untenstehende Tabelle.

NAME	VERSUCH #1	VERSUCH #2	VERSUCH #3

2. Wie könnte man die Gleichung für einen Durchlauf ändern, wenn es 10 Aufkleber gäbe?

3. Welche durchschnittliche Anzahl von Hanutas bräuchte man, um alle 10 Aufkleber zu bekommen?

4. Wie müßte man das Verfahren abändern, um einen besseren Schätzwert zu bekommen als bisher?

Denksport:

- Was wäre, wenn in jeder Packung Hanuta nur ein Aufkleber wäre?
- Inwiefern würde dies die Anzahl der Hanutas beeinflussen, die man bräuchte, um alle fünf Aufkleber zu bekommen?

S6L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Hanuta-Aufkleber)

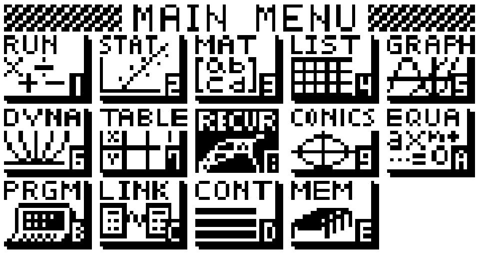
Lernziel:
Ermittlung des Mittelwertes einer Datenmenge; Treffen von Vorhersagen aufgrund einer Datenmenge

Lerninhalte:
- Statistik
- Mathematik als problemlösendes Denken

Hinweise:
- Man sollte die Schüler an die Bedeutung der *Zufallszahl* (Ran#), der *größten ganzen Zahl* (Int) und des *Mittelwertes* ($\bar{x}$) erinnern.
- Ein ‘Hut’ mit fünf bunten Murmeln oder Bällen kann hilfreich sein, um das Zufallsprinzip zu erläutern.
- Man sollte die Schüler ermuntern, so viele Versuche wie nur möglich zu machen, da dies die Vorhersagbarkeit verbessert.
- Die Schüler können die durchschnittliche Anzahl der Päckchen herausfinden, indem sie entweder den Durchschnitt per Hand ermitteln oder indem sie die Listen und das Statistikmenü des Grafiktaschenrechners benutzen.

1. Durchschnitte können verschieden sein
2. Int(10Ran#+1)
3. Durchschnitte können verschieden sein
4. mehr Versuche durchführen

12 Der RECURSION-Modus



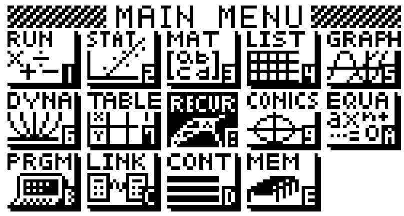
12.1 Übersicht über die Optionen innerhalb des RECURSION-Modus

Dieser Modus ...

- **ermöglicht die Eingabe von zwei Formeln für jeden der drei nachfolgenden Typen von Rekursionen, die als Tabelle und als Graf zur Verfügung stehen:**
  - allgemeiner Term einer Folge $\{a_n\}$, die aus a_n und n besteht
  - Formeln für lineare Rekursion zwischen zwei Termen, die aus a_{n+1}, a_n und n besteht
  - Formeln für lineare Rekursion zwischen zwei Termen, die aus a_{n+2}, a_{n+1}, a_n und n besteht

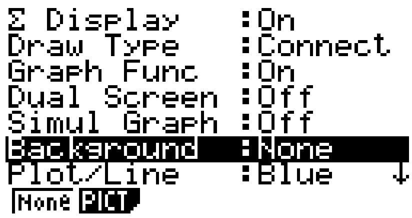
12.2 Einführende Erklärungen und Beispiele zum Arbeiten im RECURSION-Modus

Wenn man im *RECURSION-Modus arbeiten* will, muß man zunächst die Cursor-Tasten verwenden, um im Hauptmenü die RECUR-Ikone hervorzuheben.

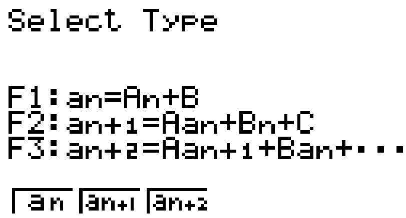


Anschließend drückt man die **EXE** Taste.

Bevor mit den eigentlichen Berechnungen begonnen wird, sollte man das *Setup überprüfen* (**SHIFT MENU**): Σ *Display* auf *On* setzen und *Background* auf *None*.

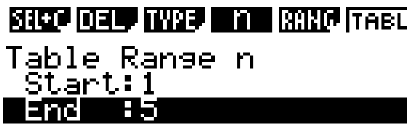


Bevor man eine Rekursionsformel eingibt, muß man - über die **F3** Taste - deren *Typ spezifizieren*. Für dieses Beispiel soll der *allgemeine Typ der Folge* $\{a_n\}$ gewählt werden: $a_n = An + B$. Dazu drückt man die **F1** Taste.

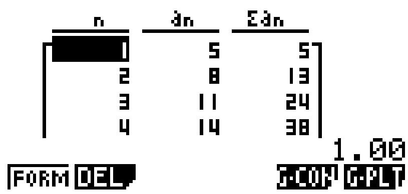


Anschließend gibt man in der ersten Zeile die Tastenkombination **3 F4 + 2 EXE** ein, um den Ausdruck $a_n = 3n + 4$ zu erhalten.
Dabei ist zu beachten: Die F4 Taste ist für die Eingabe von *n* zu benutzen.

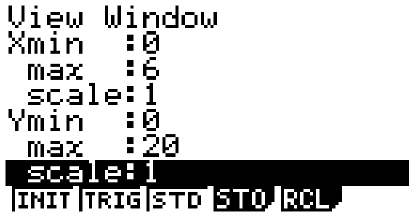
Man möchte eine Tabelle der Werte für die ersten fünf Folgenglieder. Die *Einstellung dieser* erfolgt mit Hilfe der **F5** Taste (*Range*): Tastenkombination **1 EXE 5 EXE** drücken.
Über die **EXIT** Taste kommt man zum Editorschirm zurück.



F6 Taste drücken, um die Wertetabelle für diese Folge zu generieren.

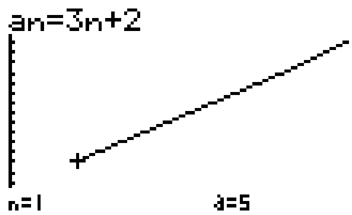


Um den *Grafen* für diese fünf Punkte betrachten zu können, muß man zunächst ein *geeignetes Betrachtungsfenster auswählen,* indem man sich am größten Wert orientiert, der in der Wertetabelle vorkommt. In diesem Fall ist es am geschicktesten, über die Tastenkombination **SHIFT F3** die Betrachtungsfenster-Einstellungen aufzurufen und die rechts nebenstehenden Einstellungen zu übernehmen.
Über die **EXIT** Taste kehrt man zum Editorschirm zurück. Drückt man die **F6** Taste, so kommt man zur Tabelle zurück.



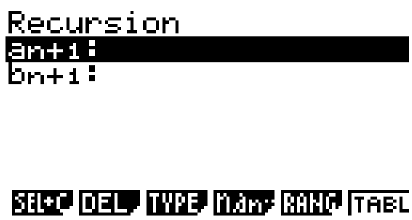
Mit Hilfe der Tastenkombination **F5 F1** läßt sich eine verbundene Rekursionsgrafik zeichnen.

Über die Tastenkombination **SHIFT F1** lassen sich die Werte der Folge für bestimmte Werte von n nachfahren.



Nach zweimaligem Drücken der **EXIT** Taste ist man zum Formeleditorschirm zurückgekehrt.

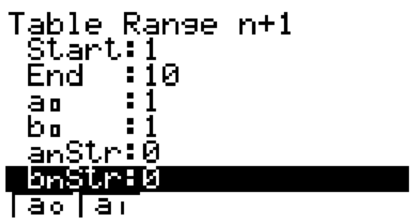
Nun soll eine Rekursionsformel von der Form $a_{n+1} = Aa_n + Bn + C$ eingegeben werden:
Tastenkombination **F3 F2** eingeben.



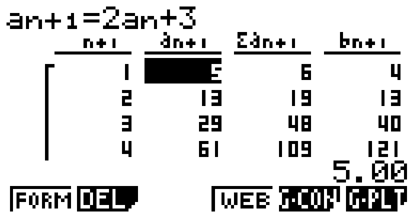
Konkret soll die Rekursionsformel $a_{n+1} = 2a_n + 3$ eingegeben werden:
Tastenkombination **2 F4 F2 + 3** drücken.

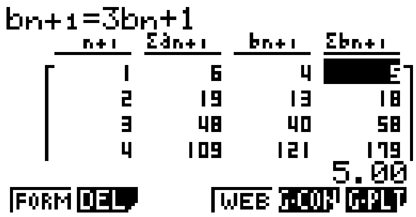
Außerdem soll noch eine Rekursionsformel für b_{n+1} eingegeben werden, nämlich $b_{n+1} = 3b_n + 1$:
Tastenkombination **3 F4 F3 + 1 EXE** drücken.

Über die **F5** Taste werden die Werte vom ersten und letzten Folgenglied, sowie die Anfangswerte - wie nebenstehend angegeben - eingeben. Anschließend die **EXIT** Taste drücken.



Mit Hilfe der **F6** Taste kann man nun eine Wertetabelle erzeugen. Mittels der Cursortasten kann man sich alle Werte ansehen.





Achtung: *Die Summation kann man auch vom RUN-Modus aus ausführen, und zwar über die Tastenkombination* ***OPTN F4 F6 F3.***

Name: .... **Datum: ....**

F1: Springender Ball (Schülerübungen)

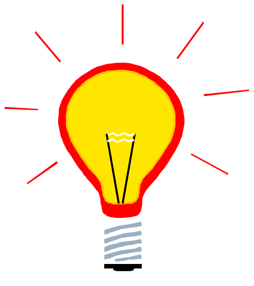
Ein *Ball* erreicht bei jedem Sprung $\frac{3}{4}$ *der Höhe*, die er beim vorhergehenden Sprung hatte. Beim ersten Sprung erreicht er eine *Höhe von 5m*.

Ein *zweiter Ball* , der beim ersten Sprung auf eine *Höhe von 4m* kommt, erreicht jeweils $\frac{4}{5}$ *der Höhe*, die er beim vorhergehenden Sprung hatte.

1. Stelle eine Tabelle auf, aus der die jeweilige Sprunghöhe für die beiden Bälle ersichtlich wird.

SPRUNG	BALL 1	BALL 2

2. Wird der zweite Ball jemals höher springen als der erste? Wenn ja, bei welchem Sprung?
3. Für wieviele Sprünge bleiben beide Bälle über 2m?
4. Wann ist bei den Bällen „Schluß“ mit dem Springen (erreichen sie eine geringere Höhe als 1cm)?
5. Welche minimale Ausgangshöhe müßte man für jeden Ball festsetzen, um zu garantieren, das er beim 6. Sprung noch mindestens 1m hoch springt?



Denksport:

Was kann man über die Brüche sagen, die bei diesem Problem auftauchen, und die für das jeweilige Sprungverhalten verantwortlich sind?

F1L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Springender Ball)

Lernziel:
Benutzung des Tabellenmenüs, um unendliche geometrische Reihen zu untersuchen

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Algebra
- Mathematische Beziehungen

Lösungen:

1.

SPRUNG	BALL 1	BALL 2
1	5	4
2	3.75	3.2
3	2.81	2.56
4	2.11	2.05
5	1.58	1.64
6	1.19	1.31
.	.	.
.	.	.

2. Ja, beim 5. Sprung.

3. 4 Sprünge

4. 1.Ball: 15.Sprung
   2.Ball: 18.Sprung

5. 1.Ball: 4.21m Anfangshöhe
2.Ball: 3.05m Anfangshöhe

Name: .... **Datum: ....**

F2: Wer war Fibonacci? (Schülerübungen)

Die *Fibonacci-Folge* ist eine berühmte Zahlenfolge, benannt nach dem italienischen Mathematiker *Leonardo von Pisa* (1170-1250), auch Fibonacci genannt.

Das *ursprünglich Problem Fibonaccis* lautet folgendermaßen:
Angenommen, man hat ein Paar neugeborene Hasen. Wenn die Hasen zwei Monate alt sind, gebären sie jeden Monat ein neues Paar Hasen. Nach zwei Monaten hat das neue Paar Hasen selbst Junge. Unter der Annahme, daß keiner der Hasen stirbt, wieviel Paare Hasen gibt es nach einem Jahr?

Vervollständige die untenstehende Tabelle; suche nach einem Schema.

MONAT	**ANZAHL DER PAARE**	
1	1	
2	1	ursprüngliche Hasen haben noch keine Jungen
3	2	ursprüngliche Hasen haben 1 Paar Nachkommen
4	3	ursprüngliches Paar erzeugt das zweite Paar: insgesamt 3
5	5	ursprüngliches Paar erzeugt das dritte Paar; erstes Paar Nachkommen erzeugt nachkommen: ingesamt 5
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Welches Schema ist von einem Monat auf den nächsten zwischen der Anzahl der Hasenpaare zu sehen?

____

____

Wieviele Paare von Hasen gibt es am Ende des ersten Jahres?

____

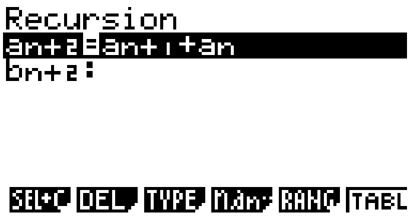
Wieviele Paare gibt es nach drei Jahren?

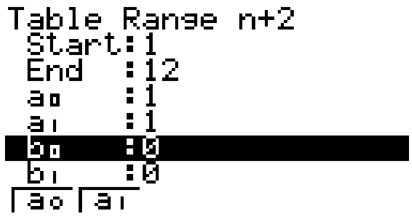
____

Was an der Folge erschwert die Beantwortung dieser Frage?

____

Gib die Rekursionsformel für die Fibonacci-Folge in den Rekursionsmodus des Grafiktaschenrechners ein.

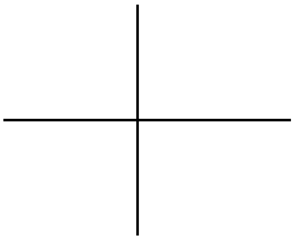




Verwende die Tabelle; wieviele Paare gibt es nach drei Jahren?

Übertrage in Liste 1 und Liste 2 des Statistikmodus und zeichne das Streudiagramm.
Welcher mathematischen Funktion ähnelt das Streudiagramm?

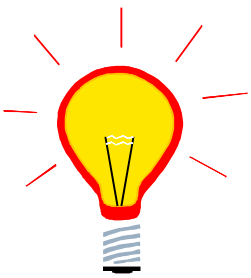
Skizziere die Grafik des Streudiagramms in untenstehendes Koordinatensystem.



Finde die am „besten passende" lineare Regressionsgrafik für die Daten.
Welche lineare Regressionsgrafik paßt am besten?

____

Kopiere die Gleichung in den Grafikmodus und zeichne die Gleichung. Fahre den Grafen der Regression ab bis x = 36 (für 36 Monate oder 3 Jahre).
Kommt die Lösung in etwa an die Lösung aus der Tabelle hin? Warum bzw. warum nicht?



Denksport:

Wie hängen die *Fibonnacci-Zahlen* mit dem *Satz des Pythagoras* und den *pythagoreischen Tripeln* zusammen?

F2L: Lösungshilfe für den Lehrer zu den Schülerübungen (Wer war Fibonacci?)

Lernziel:
Untersuchung der Fibonacci-Zahlenfolge

Lerninhalte:
- Mathematik als problemlösendes Denken
- Mathematik und logisches Denken
- Schemata

Hinweise:
- Dieser Arbeitsauftrag bietet sich an, um in der Klasse über die Geschichte der Mathematik und der Mathematiker zu diskutieren.
- Hilfreich für die Schüler mag es sein, Münzen o.ä. zu benutzen, um die Hasenpaare darzustellen. Außerdem kann der Lehrer zunächst eine andere Folge als Einführung besprechen.
- Dieser Arbeitsauftrag eignet sich auch hervorragend für die Arbeit in Kleingruppen.
- Mit Hilfe der Fibonacci-Folge kann man auch pythagoreische Tripel erzeugen; somit stellt die Fibonacci-Folge auch den Zusammenhang zur Geometrie her.

Lösungen:

MONATE	ANZAHL DER PAARE
1	1
2	1
3	2
4	3
5	5
6	8
7	13
8	21
9	34
10	55
11	89
12	144

Die Anzahl der Paare jeden Monat ist die Summe der Anzahl der Paare der beiden vorhergehenden Monate.

Anzahl der Paare Hasen nach einem Jahr? 144 Paare Hasen

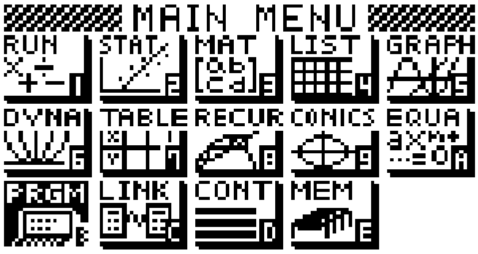
Anzahl der Paare Hasen nach drei Jahren? 14 900 000 Paare.

Graf ähnelt dem der folgenden Exponentialfunktion: $0{,}45661\,e^{0{,}48044}$, wenn man die Daten der 36 Monate verwendet.

Nach drei Jahren erhält man auf diese Art und Weise 14 829 949 Paare.

Dies stellt eine gute Annäherung an den Tabellenwert dar.

13 Der PROGRAM-Modus

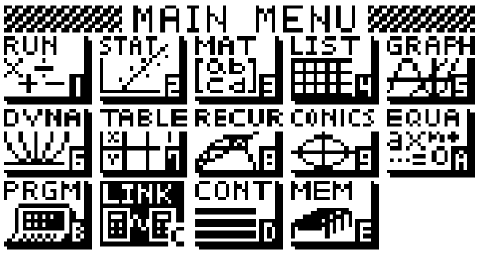


13.1 Übersicht über die Optionen innerhalb des PROGRAM-Modus

Dieser Modus ...

- **ermöglicht die Eingabe von Programmen**
- **wird verwendet, um Programme im Programmbereich abzuspeichern**
- **wird verwendet, um Programme im Programmbereich ablaufen zu lassen**

14 Der LINK-Modus

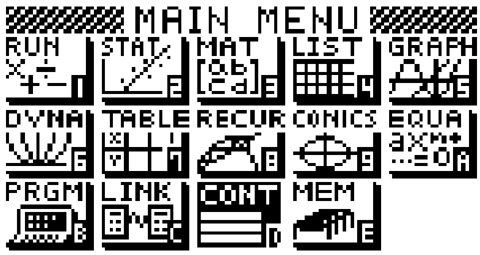


14.1 Übersicht über die Optionen innerhalb des LINK-Modus

Dieser Modus ...

- **überträgt Daten auf andere CASIO 9850 Taschenrechner bzw. auf einen Personal Computer**
- **empfängt Daten von einem anderen CASIO 9850 Taschenrechner bzw. von einem Personal Computer**

15 Der CONTRAST-Modus

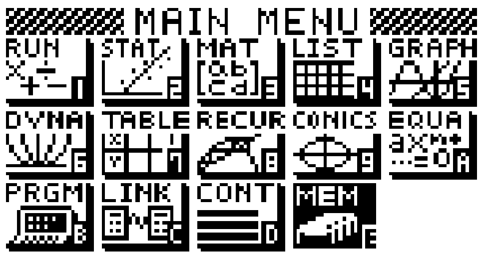


15.1 Übersicht über die Optionen innerhalb des CONTRAST-Modus

Diesen Modus ...

- **verwendet man, um den Farbkontrast des Displays einzustellen**

16 Der MEM-Modus



16.1 Übersicht über die Optionen innerhalb des MEM-Modus

Dieser Modus ...

- **löscht Daten aus dem Speicher**
- **stellt den Rechner zurück (löscht alle Speicherinhalte)**
- **überprüft den belegten und noch verfügbaren Speicherplatz**