Arbeitsblatt 3:

Kommissarin Müller betrat das Gerichtsmedizinische Institut am nachfolgenden Tag schon um 8.00 h in der Früh und war ganz froh, als sie dort auch schon Dr. Schlaumeier antraf. „Wir haben mit dem Newtonschen Abkühlungsgesetz ausgerechnet, dass die Tat ungefähr um 2.00 h nachts geschehen sein muss, damit könnten es Elisabeth R. und ihr Liebhaber schon gewesen sein. Aber die wichtige Frage ist doch: Wie verlässlich ist das Modell? Gibt es Erfahrungen, wie groß die Abweichung ist?“

„Nun, da muss ich etwas ausholen. Setzen Sie sich mal, dazu muss ich etwas Literatur hinzuziehen.“ Er holt einen dicken Wälzer, setzt sich ebenfalls an den Tisch und doziert: „Das einfache Exponentialmodell nach Newton gilt eigentlich nur für dünne Körper und ist hier deshalb kaum geeignet. Um die Temperaturentwicklung in einem menschlichen Körper zu modellieren, haben Marshall und Hoare auf Grund physikalischer Überlegungen aber vor allem auf der Grundlage eigener Abkühlungsversuche mit Leichen ein Doppel-Exponential-Modell entwickelt, das Henßge noch etwas vereinfacht hat. Natürlich gilt dieses Modell ebenso wie das von Newton nur, wenn die Umgebungstemperatur über den Liegezeitraum konstant war.“ Er schlug das Buch auf und zeigte auf eine Seite. „Wie sie sehen, geht als weitere Größe nur die Körpermasse ein, weil Henßge mit einigem Recht angenommen hat, dass die eigentlich wichtige, am Wärmeaustausch tatsächlich beteiligte Oberfläche über die Masse miterfasst werden kann. Die Körpermasse unseres Mordopfers lag übrigens bei 80 kg. Um schließlich auch dem Bekleidungszustand der Leiche gerecht zu werden, werden die Körpermassen mit einem Faktor < 1 multipliziert, wenn der Wärmeaustausch wegen leichter oder fehlender Bekleidung und guter Durchlüftung gut möglich ist. Ist die Leiche dagegen warm angezogen, „erhöht“ man die Körpermasse mit Hilfe eines Faktors größer 1. So, den Rest müssen Sie schon allein machen, ich war in Mathe nie wirklich gut ...“

1 Modellfunktion nach Henssge

$$g(t) = (t0 - tu)(\alpha\, e^{-\beta t} + \gamma\, e^{-\delta t}) + tu$$

Dabei sind t0 die Rektaltemperatur bei Eintritt des Todes und tu die konstante Umgebungstemperatur. g(t) ist die Rektaltemperatur zum Zeitpunkt t, wenn die Todeszeit mit t = 0 angesetzt wird.

Die Parameter α,β,γ und δ sind wie folgt definiert:

$$\alpha = \frac{p}{p-z} \qquad \beta = -z \qquad \gamma = \frac{z}{z-p} \qquad \delta = -p$$

und $z = 0{,}0284 - 0{,}0284 - \dfrac{1{,}2815}{M^{0{,}625}}$, M = Masse (kg)

p = 5 z für tu ≤ 23,2 °C
bzw. p = 10z für tu > 23,2 °C

2 Ausgewählte Korrekturfaktoren

Faktor	Bekleidung	Luft
0.75	nackt	strömend
1	nackt	immobil
1.1	1-2 dünne Lagen	immobil
1.2	1–2	immobil/

Aufgaben:

a) Entwickeln Sie mit Hilfe der Angaben von Dr. Schlaumeier eine dritte Modellfunktion zur Todeszeitpunktsabschätzung.

b) Machen Sie nun eine neue Schätzung des Todeszeitpunktes und beraten Sie Kommissarin Müller. Vergleichen Sie alle Modelle.

c) Plötzlich erinnert sich Kommissarin Müller wieder daran, dass das Schlafzimmer doch durch eine Klimaanlage temperiert wurde. Was ist, wenn der oder die Täter bis kurz vor dem Auffinden der Leiche den Raum z.B. auf 25 °C aufgeheizt (oder auf 10 °C abgekühlt) haben. Bitte geben Sie ihr darauf eine fundierte Antwort.

d) Und was wäre, wenn die Leiche Fieber gehabt hätte? Untersuchen Sie auch dieses Problem, das der Kommissarin Müller als nächstes einfällt.

e) Untersuchen Sie die Wirkung der Masse und der Umgebungstemperatur auf die Entwicklung der Rektaltemperatur.

Lösungen:

AB3

Raumtemperatur

```
19⇒TU
```

19

Körpertemperatur

```
37.2⇒T0
```

37.2

Newton'sche Abkühlungsgesetz

```
define n1(x)=n(x)|k=0.05062686685
```

done

Körpermasse des Opfers

```
80 ⇒m
```

80

Berechnung des Faktors z nach Henssge

```
0.0284-1.2815/(m^0.625)⇒z
```

-0.05444901867

```
5/4⇒a
```

1.25

```
-1/4⇒c
```

-0.25

```
-z⇒b
```

0.05444901867

```
-5z⇒d
```

0.2722450933

define $f(x)=a\times e^{-b\times x}+c\times e^{-d\times x}$

done

Die entsprechende Funktion für tu > 23,2

define $fa(x)=10/9e^{-b\times x}-1/9\times e^{10\times z\times x}$

done

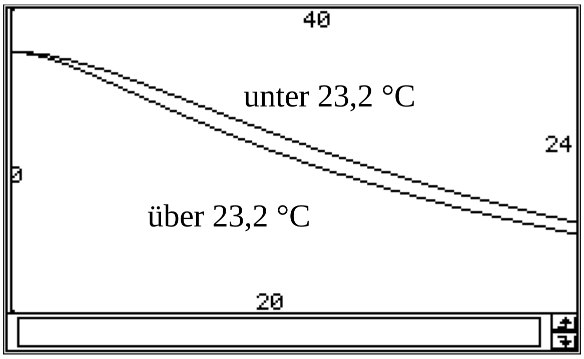
Modellfunktionen nach Henssge

```
define h(x)= f(x)×(T0-TU)+TU
```

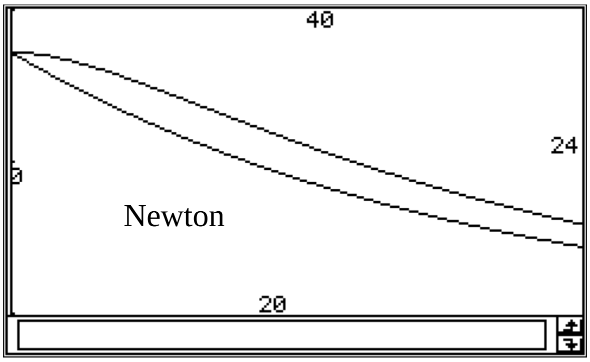
done

```
define ha(x)= fa(x)×(T0-TU)+TU
```

done



Henßge-Modell für Umgebungstemp. unter 23,2 °C und oberhalb



Newton- und Henßge- Modell im Vergleich

```
solve(h(x)=32.5,x)
                                  {x=-4.528655777,x=9.067718163}
```

der Mord müsste danach etwa um 23.00 h passiert sein. Das entlastet die Verdächtigen etwas, schließt sie aber nicht völlig aus. (aber Toleranz von 2,8 h)

Verfeinerung des Modells:

Bekleidungszustand berücksichtigen (Schlafanzughose)

```
1.1⇒q
                                                             1.1
```

neue Berechnung des Faktors z nach Henssge

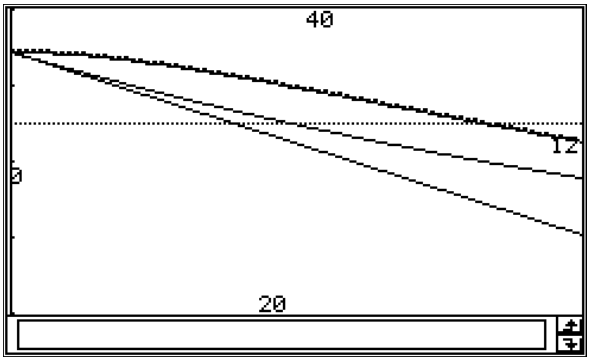
```
0.0284-1.2815/((m×q)^0.625)⇒z
                                                  -0.04965791387
5/4⇒a
                                                            1.25
-1/4⇒c
                                                           -0.25
-z⇒b
                                                   0.04965791387
```

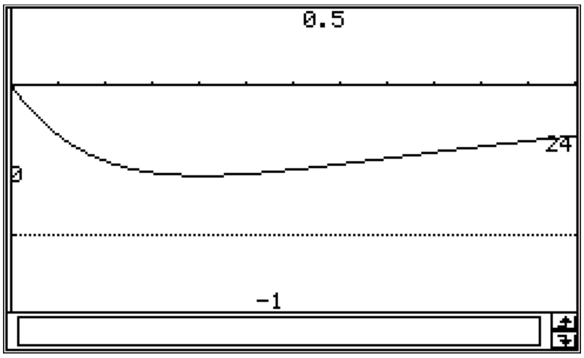
```
-5z⇒d
                                                              0.2482895694
define hn(x)=TU+(T0-TU)×(a×e^(-b×x)+c×e^(-(▸
                                                                      done
solve(hn(x)=32.5,x)
                                            {x=-4.96559045,x=9.942591564}
```

hiernach ist der Tod etwa gegen 22.00 h eingetreten. Unter Berücksichtigung der Toleranz müsste die Tatzeit zwischen 20.00 und 1.00 h eingetreten sein. Die Angeklagten sind dadurch entlastet.

Untersuchung der Änderungsrate:

```
define dh(x) = diff(h(x),x,1)
                                                                      done
define dhn(x)= diff(hn(x),x,1)
                                                                      done
```





Alle Modelle im Vergleich

Die Ableitungsfunktion h'(x)

Zusätzliche Überlegungen zur Todeszeitpunktsbestimmung

Fieber:

Körpertemperatur

```
38.2⇒T0
                                        38.2

19⇒TU
                                          19
```

Masse

```
80⇒m
                                          80

1.1⇒q
                                         1.1
```

Berechnung des Faktors z nach Henssge

```
0.0284-1.2815/((m×q)^0.625)⇒z
                              -0.04965791387

5/4⇒a
                                        1.25

-1/4⇒c
                                       -0.25

-z⇒b
                               0.04965791387

-5z⇒d
                                0.2482895694
```

define $f(x)=a\times e^{-b\times x}+c\times e^{-d\times x}$

```
                                        done
```

Modellfunktionen nach Henssge

```
define hn(x)= f(x)×(T0-TU)+TU
                                        done

solve(hn(x)=32.5,x)
                  {x=-5.240662683,x=11.1411576}
```

Die Tat könnte dann also schon um 19.00 h geschehen sein.

CASIO EDUCATIONAL PROJECTS

2. Fall: Der Raum ist bis 5.00 h auf 25°C temperiert.

1. Versuch: rechne mit 25°C bis 8.00 h

Körpertemperatur

```
37.2⇒T0
                                                            37.2
25⇒TU
                                                              25
```

Masse

```
80⇒m
                                                              80
1.1⇒q
                                                             1.1
```

Berechnung des Faktors z nach Henssge

```
0.0284-1.2815/((m×q)^0.625)⇒z
                                                  -0.04965791387
-z⇒b
                                                   0.04965791387
```

define $fa(x)=10/9e^{-b\times x}-1/9\times e^{10\times z\times x}$

```
                                                            done
```

Modellfunktionen nach Henssge

```
define hn(x)= fa(x)×(T0-TU)+TU
                                                            done
solve(hn(x)=32.5,x)
                                 {x=-3.779125191,x=11.90958903}
hn(8.9)
                                                     33.69689636
```

Um 5 Uhr hätte dann die Temperatur bei 33,7 °C gelegen.

Da der Körper natürlich in den letzten 3 Stunden stärker abkühlt liegt die Mordzeit später als 20.00h. Wegen der Toleranz könnten die Verdächtigen aber die Tat ohne Probleme begangen haben.