Aufgabe und kommentierter Lösungsweg zu „Der sichere Bremsweg“, erschienen im Casio-Forum 2008-1 für den CASIO *fx-9860G*

Aufgabentext:

Der sichere Bremsweg

Ein Reifenhersteller testet den Prototypen seines neuen Hochgeschwindigkeitsreifens auf dem trockenen Bereich einer Teststrecke. Mit einem Testfahrzeug werden zuerst verschiedene niedrige Geschwindigkeiten gefahren und die zugehörigen Bremswege als Messdaten in eine Tabelle eingetragen.

Aus Sicherheitsgründen sollen vor weiteren Praxistests die Bremswege zu höheren Geschwindigkeiten mit Hilfe dieser Messdaten erst mathematisch abgeschätzt werden.

Folgende Daten wurden gemessen:

Geschwindigkeit **v in km/h**	30	50	70	90	110	130
Bremsweg **s in m**	3,3	8,9	18,2	33,7	44,2	62,5

Welcher Bremsweg sollte auf der Teststrecke für den Hochgeschwindigkeitstest mit 250 Kilometern pro Stunde mindestens einkalkuliert werden?

a) Veranschaulichen Sie den funktionalen Zusammenhang zwischen Bremsweg und Geschwindigkeit zunächst in einem geeigneten Koordinatensystem, in welches sie die Daten der Tabelle eintragen.

Achtung: Skalieren Sie das Koordinatensystem passend und so, dass Sie später den abzuschätzenden Bremsweg möglichst genau grafisch ermitteln können.

Skizzieren Sie in das Koordinatensystem eine Kurve, die zu möglichst vielen Messpunkten einen möglichst geringen Abstand hat. Welche Funktionsgleichung könnte diesem Graphen zugrunde liegen?

b) Bestimmen Sie mit Hilfe deines Grafikrechners eine Funktionsgleichung, welche die funktionalen Zusammenhänge vor dem Hintergrund der gemessenen Daten möglichst beschreibt.
Untersuchen Sie die Abweichung der Messdaten von Ihrem mathematischen Modell!

Ermitteln Sie die Länge des gefragten Bremsweges möglichst genau!

Welche Fehlertoleranz sollten Sie mindestens einkalkulieren?

Begleitend zum kommentierten Lösungsweg zur Aufgabe kann die passende eActivity „Bremsweg“ eingesetzt werden. Darin sind – für fortgeschrittene Anwender – im ersten Streifen schon etwa die Hälfte aller Daten, Parameter und Gleichungen vorprogrammiert. Ruft man den zweiten Streifen auf, findet man sämtliche notwendigen Einstellungen bereits vollständig eingegeben und verfügbar.

Kommentierter Lösungsweg zu „Der sichere Bremsweg“

Die anwendungsorientierte Aufgabe aus dem Kontext „*Bremsweg und Geschwindigkeit*“ integriert nicht nur verschiedene Bereiche aus dem Mathematikunterricht, mit ihr lassen sich auch mehrere Menüs und zahlreiche Anwendungen des *fx-9860G* kennenlernen und miteinander verknüpfen.

Thematische Einbettung: Die Inhalte und Fragestellungen der Aufgabe lassen eine Erarbeitung in verschiedenen Kontexten ab der Jahrgangsstufe 9 zu. Sie ist zur Vertiefung und Erweiterung der Kenntnisse über quadratische Funktionen geeignet, kann als Beispiel für eine mathematische Modellbildung dienen sowie wesentliche Zugänge zur Statistik öffnen.
Eine völlig selbstständige Bearbeitung des Aufgabenteils b ist nur dann sinnvoll, wenn die Schüler schon genügend Routine und Kenntnisse im Umgang mit den Menübereichen STAT (*Statistik*) und DYNA (*dynamisch dargestellte Funktionenscharen*) haben.
Ansonsten ist die Aufgabe hervorragend geeignet, die Schüler genau an diese vielseitigen Menübereiche des *fx-9860G* heranzuführen, und sie dabei mit wesentlichen Teilen der Bedienung vertraut zu machen.

Zur Aufgabensituation: Funktionale Zusammenhänge zwischen Geschwindigkeit und dem davon abhängigen Bremsweg sind in verschiedenen Messungen erfasst worden und liegen als Datenmaterial in einer Wertetabelle vor. In das zugehörige Streudiagramm dieser Messdaten soll eine (quadratische) Regressionskurve möglichst genau eingepasst werden. Bestimmt werden soll dann die zugehörige Funktionsgleichung, um damit schließlich weitere Koordinaten bzw. Kurvenabschnitte zu ermitteln.

Im Unterricht kann der erste Zugang an den gesuchten Graphen durch eine Bleistiftskizze erfolgen. Mit Anpassung eines möglichen Näherung per Hand an die vorliegenden Messpunkte wird den Schülern nicht nur die Problematik der Regression unmittelbar erfahrbar, sie erkennen auch die Notwendigkeit und den möglichen Nutzen des elektronisch-technischen Hilfsmittels.

Mit Hilfe des *fx-9860G* erfolgt die weitere Bearbeitung. Nachdem die vorgegebenen Messdaten im Listenmenü des Rechners in eine Tabelle eingetragen und als Streudiagramm in ein Koordinatensystem übertragen wurden, wird diese Grafik für eine spätere Nutzung als Hintergrundbild abgespeichert. An dieser Stelle wird auch probeweise die quadratische Regression des Statistikmenüs genutzt.
Der Prozess der Näherungskurve wird anschließend im DYNA Menü des Rechners simuliert, wenn in der zugehörigen Kurvenschar s_a mit $s_a(v) = av^2$ der Parameter a den Bereich durchschreitet, der vorher mit Hilfe der Messkoordinaten ausgelotet wurde. Die Schüler können mit Hilfe der grafisch animierten Simulation erkennen, was innerhalb des Näherungsprozesses passiert, wenn nämlich die Kurve zu allen Messpunkten einen möglichst kleinen Abstand haben soll.

Ergebnisse: Die Grundlage für die Bremswegschätzung ist eigentlich die interessanteste und anspruchsvollste Überlegung der gesamten Aufgabe. Begründen lässt sich eine Abschätzung unter Sicherheitsaspekten ohne weitere Kenntnisse zur Situation zunächst nur über das Maß der prozentual größten Abweichung eines Messwertes zur gewählten Näherungskurve. Entscheidet man sich vor dem Hintergrund der Frage: „*Welches ist die genaueste Kurve?*“ für y_2, die rechnerunterstützte Näherung per Hand und Augenmaß, weil diese den Ausreißer bei v = 90 km/h am wenigsten berücksichtigt, so reicht es nicht, wenn man zum damit errechneten Bremsweg von s = 232,58 m einfach die absolute Abweichung des Ausreißers addiert, da eine zeitliche Verzögerung im Bremsvorgang bei höheren Geschwindigkeiten umso stärker ins Gewicht fallen würde. Eine sinnvoll begründete Näherung verlängert jeden Bremsweg um genau den prozentualen Anteil der Abweichung des Ausreißers zu y_2 bei v = 90 km/h. Da an dieser Stelle der gemessene Bremsweg (s = 33,7 m) um das 1,118372729fache höher ist als der durch die Funktion genäherte Wert von s = 30,13306667 m, ist vor dem Hintergrund dieser Überlegung bei v = 250 km/h ein Bremsweg von mindestens 260 Metern ($\approx 232{,}58 \cdot 1{,}118372729$) angemessen.

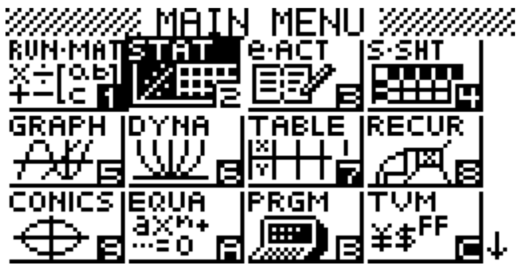
Ausblick: Die Frage, ob dieses Sicherheitspolster tatsächlich ausreicht, kann nur im Rahmen einer vertieften Beschäftigung mit dem funktionalen Zusammenhang und der angesprochenen statistischen Inhalte erschöpfend beantwortet werden. Steht noch Unterrichtszeit zur Verfügung, können auch inhaltliche Bereiche der Aufgabe vertieft werden. So könnte beispielsweise die Güte der erstellten Näherungskurven abgeschätzt und bewertet werden. Lohnend an dieser Stelle ist sicherlich eine vorausblickende Diskussion darüber, wie überhaupt Regressionskurven optimiert werden können und in welcher Weise sich die automatisch erzeugten Kurven des Rechners von den von Hand und Augenmaß aber auch per Rechnung genäherten Kurven unterscheiden. Einen ersten Hinweis dazu liefern bereits die unterschiedlichen Summen der prozentualen Abweichungen.
Schließlich könnte man auch überlegen, ob dem gegebenen Datenmaterial auch der aus dem Straßenverkehr bekannte Zusammenhang *Geschwindigkeit-Anhalteweg* zugrunde liegen könnte, was genau der Unterschied ist, und wie im Vergleich der Graph einer *Geschwindigkeit-Anhalteweg Funktion* aussehen müsste.

Thomas Hilger ist Studienrat am privaten Gymnasium Maria Königin in Lennestadt und unterrichtet die Fächer Mathematik und Deutsch.

Lösungsweg zu „Bremsweg und Geschwindigkeit“

Das Statistik-Menü aus der Menüübersicht mit Hilfe der Cursortasten oder durch Eingabe der Zahl 2 öffnen

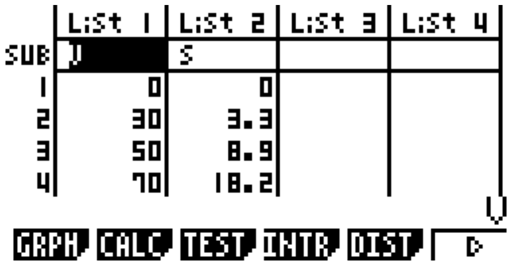
Anschließend im sogenannten Listeneditor in die Listen 1 und 2 alle Daten der obigen Wertetabelle eintragen.
Das erste Punktepaar (0|0) macht die automatische Näherung feiner und **sollte deshalb einfach hinzugefügt werden**.
(*Ein stehendes Fahrzeug hat keinen Bremsweg!*)
In den späteren statistischen Berechnungen muss dieses Punktepaar allerdings wieder entfernt werden **(s.u.*)**!



Datenmaterial in eine Wertetabelle (Listen) eingeben

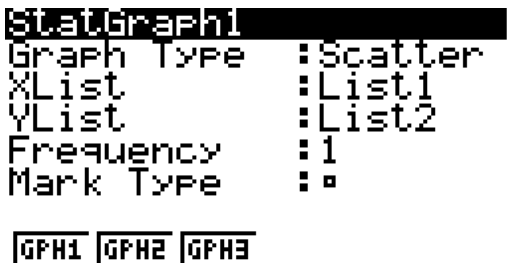
Dazu Cursor auf die Eingabeposition bewegen, Wert eingeben und mit EXE bestätigen.

Unterhalb des Spaltenkopfs die Spalte 1 mit „v“, die Spalte 2 mit „s“ benennen, indem man den Cursor auf das freie Feld bewegt, die entsprechende Bezeichnung eingibt und bestätigt.



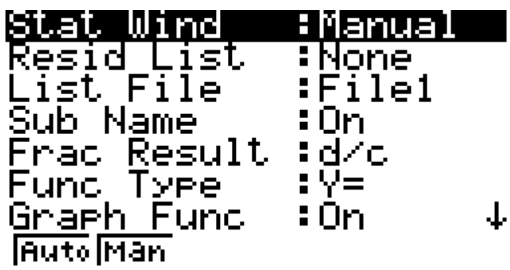
Voreinstellungen für eine aussagekräftige Anzeige wählen

Mit F1 den Grafikbereich der Statistik öffnen, dort mit F6 (SET) in den Einstellbereich für statistische Graphen wechseln und die rechts abgebildeten Parameter einstellen.

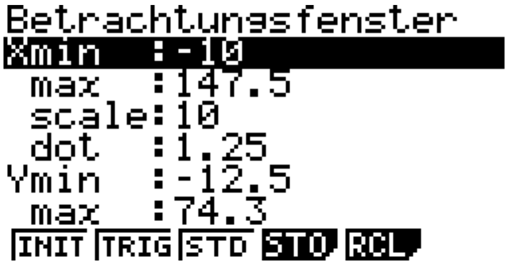


Manuelle Einstellung anstelle der automatischen wählen

Mit EXE in den Listeneditor zurückkehren und von dort aus über SHIFT MENU im SET UP Menü die Einstellungen des Statistikfensters (Stat Wind) mit F2 von automatisch auf manuell wechseln. Mit EXE bestätigen.
Die Automatik ist zwar schneller, erzeugt aber häufig weniger aussagekräftige Fensterbereiche als die Einstellung per Hand.

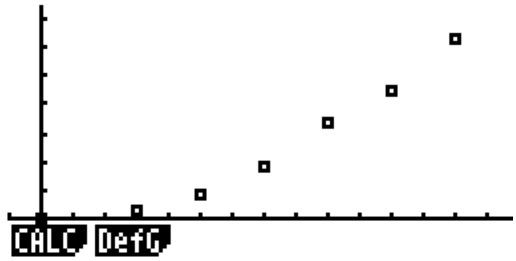


Betrachtungsfenster (view window) manuell einstellen



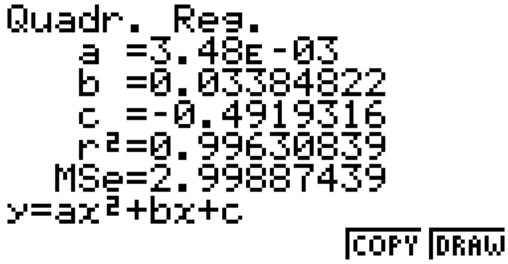
Über [SHIFT] [F3] in den Einstellbereich des Betrachtungsfensters wechseln, dort die nebenstehenden Werte eingeben (beide Skaleneinteilungen auf 10!) und mit STO (*store*) im Speicher 1 (oder einem anderen Speicher) des Betrachtungsfensters ablegen. Mit [EXE] bestätigen und durch erneute Bestätigung wieder ins Listenmenü gelangen. (Speichernummer merken!)

Messpunkte als Hintergrundbild (PIC) abspeichern



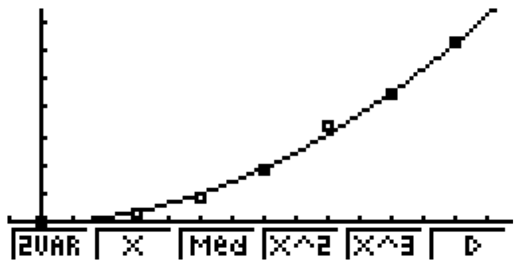
Vom Listenmenü aus über [F1] (GPH1) die Messpunkte zeichnen lassen und mithilfe von [OPTN] [F1] [F1] [1] [EXE] das Bild in einen der Bildspeicher speichern.
Erneut ins SET UP Menü gehen, nach unten scrollen, mit [F2] ein Hintergrundbild (Background) wählen, die Nummer des gerade belegten Bildspeichers angeben und mit [EXE] bestätigen.

Näherungskurve automatisch bestimmen



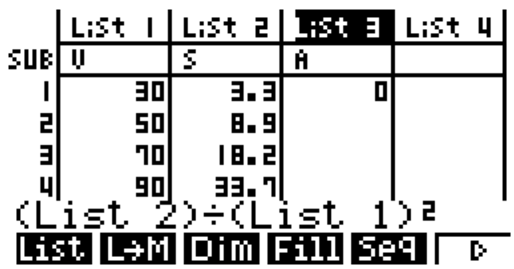
Mit [F1] [F1] [F1] (CALC) und [F4] (x^2) eine quadratische Regression auslösen und mit F5 (COPY) den erzeugten Funktionsterm in das sich öffnende Grafikmenü an geeigneter Stelle mit [EXE] übertragen. Die zugehörige Funktionsgleichung lautet mit maximal angezeigter Stellenzahl:
$y = 0{,}00348009634312319x^2 + 0{,}0338482237035545x – 0{,}491931622214147$.

Automatische Näherungskurve zeichnen



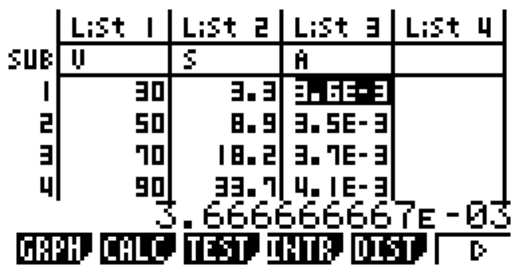
Zurück kann man die zugehörige Näherungskurve mit dem DRAW – Befehl am Bildschirm anzeigen lassen.
Vor dem Hintergrund der Frage: „**Welche Kurve ist genau (genug)?**“ wird nun im Folgenden versucht, weitere mögliche Näherungskurven zu erzeugen. Dabei soll das abgespeicherte Hintergrundbild als optische Referenz dienen.

Bestimmung einer Näherung durch ein gemitteltes a



Mit [EXIT] [EXIT] wechselt man ins Listenmenü und muss dort zunächst die beiden Nullen aus der ersten und zweiten Spalte löschen, da sie bei der weiteren Berechnung stören! *
Danach soll im Listenmenü der Parameter a aus der Funktionsgleichung $s_a(v) = av^2$ für jedes Messpunktepaar bestimmt und in Liste 3 eingefüllt werden.
Diese Liste bitte vorher noch mit a bezeichnen!

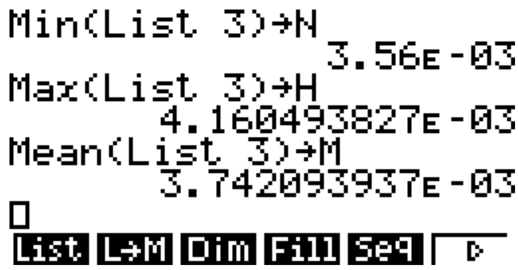
Passende Werte für den Parameter a ermitteln



Es gilt $a = \frac{s}{v^2}$, bzw. „List 3“ = $\frac{\text{Listeneintrag aus Liste 2}}{(\text{Listeneintrag aus Liste 1})^2}$.
Mit der Tastenkombination (siehe vorherige Abbildung) [(] [OPTN] [F1] [F1] [2] [)] [÷] [(] [F1] [1] [)] [x²] [EXE], die in den Kopf der Liste 3 eingegeben wird, erzeugt man die Listeneinträge für a.

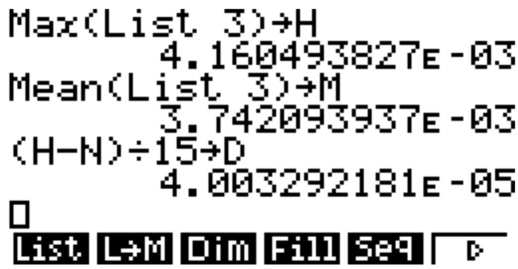
Niedrigsten und höchsten Listeneintrag abspeichern

Im RUN Menü wird nun der niedrigste Wert a („Min“) mit [OPTN] [F1] [F6] [F1] [OPTN] [F1] [F1] [3] [)] [→] [ALPHA] [8] [EXE] im Zahlenspeicher **N** abgespeichert, der höchste Wert a („Max“) wird mit [OPTN] [F1] [F6] [F2] [F6] [F6] [F1] [3] [)] [→] [ALPHA] [F↔D] [EXE] im Zahlenspeicher **H** abgelegt und der arithmetische Mittelwert aller a („Mean“) mit [OPTN] [F1] [F6] [F3] [OPTN] [F1] [F1] [3] [)] [→] [ALPHA] [7] [EXE] im Zahlenspeicher **M** abgespeichert.



Schrittweite zwischen Minimum und Maximum erzeugen

Nun wird noch eine äquidistante Schrittweite (15 Schritte) zwischen den beiden Werten **N** und **H** hergestellt und über [(] [ALPHA] [F↔D] [−] [ALPHA] [8] [)] [÷] [1] [5] [→] [ALPHA] [sin] [EXE] im Zahlenspeicher **D** abgespeichert. Mit dieser Schrittweite soll der Scharparameter a seinen Wertebereich durchlaufen.
Bitte nun aus dem Hauptmenü in das Menü DYNA wechseln.



Kurvenschar im DYNA Menü animiert darstellen

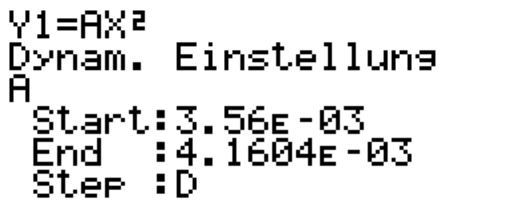
Im DYNA Menü die Schar s mit $s_a(v) = av^2$ an einer freien Stelle durch [ALPHA] [X,θ,T] [X,θ,T] [x²] [EXE] eingeben und darauf achten, dass Y3, die bereits berechnete Regressionskurve, **nicht** markiert ist. Die Markierung – eine schwarze Box um das Gleichheitszeichen – kann man über [F1] (SEL für *select*) setzen oder entfernen. Mit [EXE] kommt man schließlich weiter.

Intervall und Schrittweite für den Parameter a einstellen

Im nächsten Fenster ist der Parameter a bereits ausgewählt (es gibt auch keinen weiteren), mit SET legt man nun Startwert, Endwert und Schrittweite für a fest und gibt die Speicherwerte N (**n**iedrigstes a), H (**h**öchstes a) und D (**D**istanz) direkt ein. Man könnte natürlich auch direkt die ermittelten Zahlenwerte eingeben, die hätte man sich dann aber merken müssen.

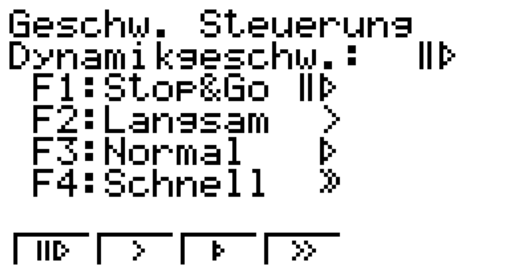
Hinter den Feldern „Start“, „End“ und „Step“ (*Schrittweite*) werden also die Speicher N, H und D eingetragen.

Mit Bestätigen der [EXE] Taste nach jeder Eingabe wird der (Speicher)Wert automatisch übernommen.



Animationsgeschwindigkeit der Anzeige festlegen

Unter „Speed“ legt man die Animationsgeschwindigkeit fest. Auch wenn eine schnell animierte Schar schön aussieht, hat man die größte Kontrolle über den Graphen mit Hilfe der „Stop&Go“ Einstellung!
Mit der [EXE] Taste wird bestätigt und der Bildschirm verlassen.

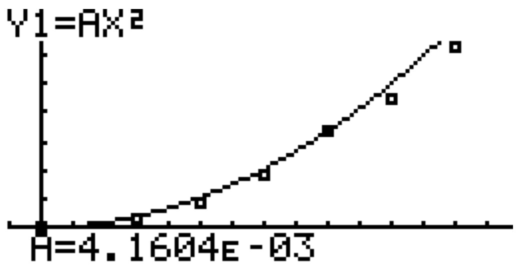


CASIO EDUCATIONAL PROJECTS

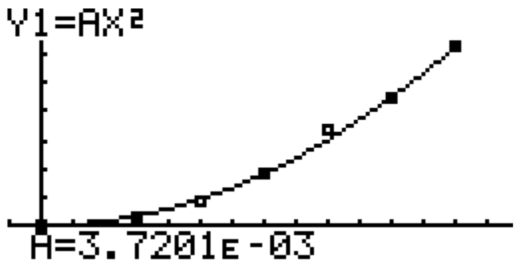
Nach erneutem Bestätigen durch die EXE Taste muss man etwas warten, bevor die animierte Graphenschar abgerufen werden kann, weil jeder einzelne Graph der Schar ausgerechnet und im Hintergrund abgespeichert wird.
Man kommt mit AC/ON jederzeit zurück und kann unter „Speed“ die Anzeigegeschwindigkeit erneut verändern.

Kurve manuell den Messpunkten annähern

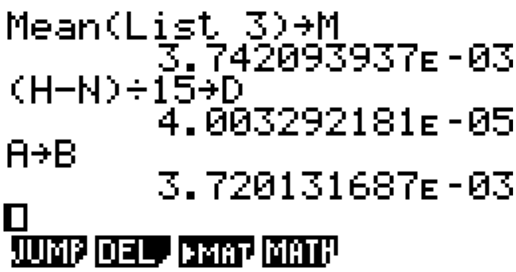
Mit jedem Druck auf die EXE Taste schaltet man den Parameter a einen Schritt weiter, wobei der gerade verwendete Wert für a am unteren Bildschirmrand angezeigt wird. Die Idee, die Näherungskurve „per Hand“ zu verfeinern, kann beliebig oft und beliebig genau verfolgt werden, a läuft dabei immer zwischen den angegebenen Rändern hin und her.



Nach einiger Abschätzung wird man sich schließlich für den Wert von a = 0,003720131687 entscheiden, da die darauf basierende Kurve augenscheinlich die Mehrheit der Punkte ziemlich nah durchläuft.

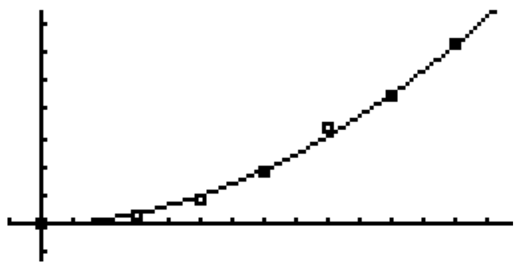


Hinweis:
Wechselt man **direkt** von diesem Parameterwert a über MENU in den Run-Modus, bleibt dieser zuletzt verwendete Wert für a erhalten und kann dort angezeigt, in einen sicheren Speicher (in diesem Fall B) überführt und weiter verwendet werden. Zum Beispiel lässt sich nun eine Funktionsgleichung mit $y_2 = bx^2$ angeben und zeichnen.

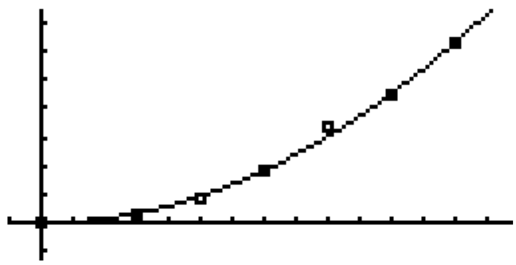


Auf der Suche nach der passenden Funktion

Über drei Graphen und damit drei Funktionen muss für die weitere Abschätzung diskutiert werden: Über die Näherung per Hand und Augenmaß mit b = (a =) 0,003720131687 (s.o.),
über die automatisch erzeugte Regressionskurve des Rechners, y_3, die allerdings (siehe Funktionsterm) interessanterweise nicht genau durch den Nullpunkt geht (Abbildung rechts) ...

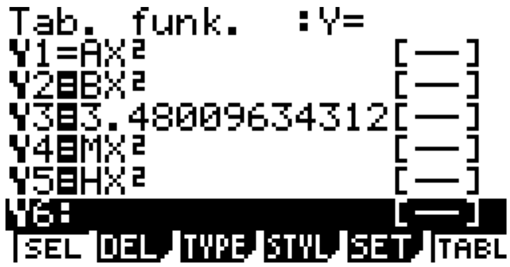


... oder über die Kurve y_4, mit $y_4 = mx^2$, bei der M den arithmetisch gemittelten Wert aller bestimmten a annimmt. Eine Entscheidungshilfe stellt die Summe aller Abweichungen (absolut und prozentual) aller Messpunkte von den entsprechenden Punktkoordinaten der jeweiligen Kurve dar .

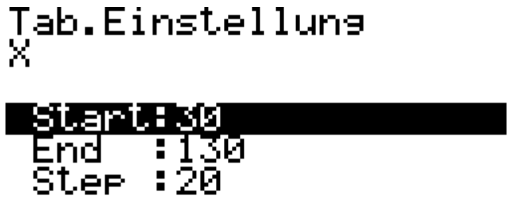


Berechnung der Summe der (prozentualen) Abweichungen

Um die Abweichungen der errechneten Koordinatenpaare zu den entsprechenden gemessenen Daten zu bestimmen, werden die errechneten Koordinatenpaare genau wie die Messdaten in eine Tabelle überführt. Dazu wechselt man über die MENU Taste in den Tabelleneditor (Table).

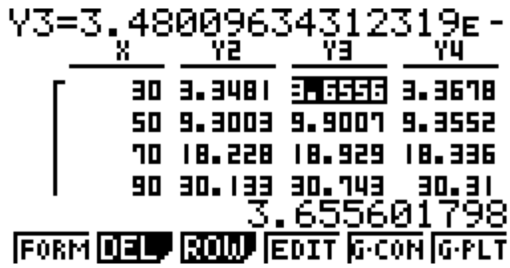


Hier gibt man hinter y_5 noch einen weiteren Funktionsterm ein, und zwar den mit dem höchsten rechnerisch bestimmten Wert a (=H): $y_5 = hx^2$, falls man diese Funktion noch braucht.
Man erzeugt als nächstes im Tabellen-Menü zu markierten Funktionsgleichungen genau passende Wertetabellen, indem man über F5 (Set) Startwert, Endwert und Schrittweite entsprechend den vorliegenden Messdaten angibt.

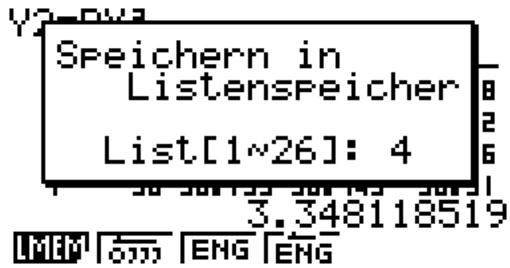


Nach Bestätigung durch die EXE Taste gelangt man weiter.

Will man nun die errechneten Daten direkt und auf einen Blick mit den Messdaten vergleichen oder sie in weiteren Berechnungen verwenden, kann man sie entweder Wert für Wert abschreiben ...



... oder im Listenspeicher (über OPTN F1) an geeignetem Platz (in diesem Fall natürlich nicht als Liste 1, 2 oder 3) speichern.
Die Zahl, die man dabei der markierten Spalte zuweist, ist die gewünschte Spaltennummer im Listeneditor!
In diesem Fall sollte Y2 im Listenspeicher 4, Y3 im Listenspeicher 5 und Y4 im Listenspeicher 6 abgelegt werden.

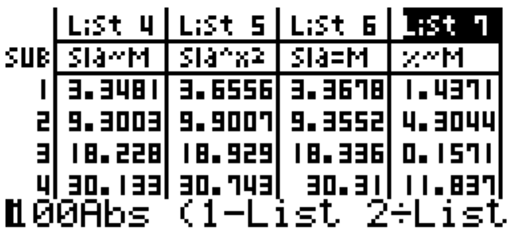


Im Listeneditor werden nun die Spalten zur eindeutigen Zuordnung im freien Feld unterhalb der Spaltenköpfe beschriftet: „S|a~M“ sind die Funktionswerte für die von Hand genäherte Kurve y_2, unter „S|a^x²“ stehen die Funktionswerte für die automatisch erstellte Regressionskurve zweiten Grades y_3 und mit „S|a=M“ sind die Funktionswerte der Funktion y_4 gemeint, die Kurve der rechnerisch gemittelten Werte a.

Prozentuale Abweichung der Messdaten von den Kurven

Die prozentualen Abweichungen der Messdaten von den berechneten Funktionswerten werden Spalte für Spalte berechnet. Man führt den Cursor auf den Spaltenkopf und gibt für Spalte 7 (hintereinander auch für Spalte 8 und 9 entsprechend) ein:

$$100 \cdot \left|1 - \frac{\textit{Liste mit Messdaten}}{\textit{Liste mit Funktionswerten}}\right|, \textit{ z.B. } 100 \cdot \left|1 - \frac{\textit{Liste}\,2}{\textit{Liste}\,4}\right|$$

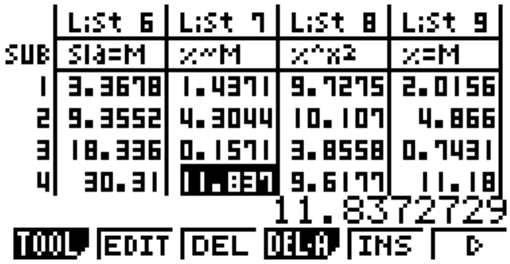


Den Befehl „Abs“ (Betrag) entnimmt man in diesem Fall dem Befehlskatalog („Catalog“ mit [SHIFT] [4]), der alle Befehle des Rechners enthält. Die genaue Eingabe lautet hier:

[1] [0] [0] [SHIFT] [4] [▼] [▼] [▼] [▼] [▼] [▼] [▼] [EXE]

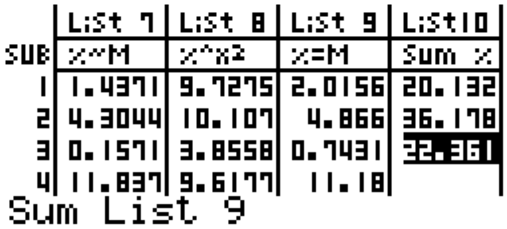
[(] [1] [−] [SHIFT] [1] [2] [÷] [SHIFT] [1] [4] [)] [EXE] für Liste 7.

Die Spalten 8 und 9 werden entsprechend erzeugt und wie nebenstehend abgebildet beschriftet.



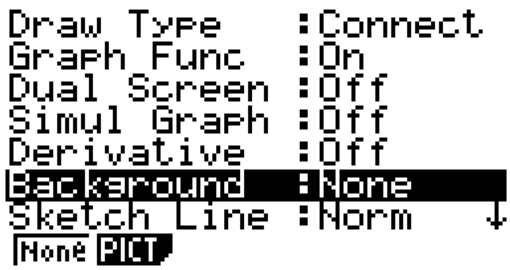
In Spalte 10 stehen untereinander und auf einen Blick vergleichbar die Summen der prozentualen Abweichungen der Messdaten zu den Werten der Listen 7, 8 und 9.
Diese Summen werden berechnet durch:

[OPTN] [F1] [F6] [F6] [F1] [SHIFT] [1] [7] [EXE] für Liste 7, und durch
[F1] [SHIFT] [1] [8] [EXE] [F1] [SHIFT] [1] [9] [EXE] für Liste 8 und 9,
wenn man diese direkt im Anschluss eingibt.



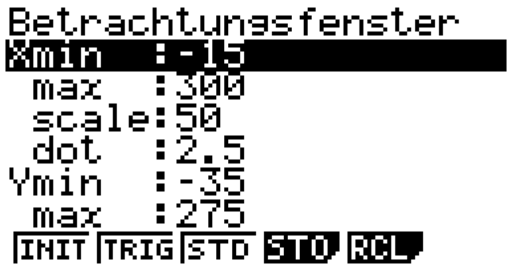
Abschlussbetrachtung: Welcher Bremsweg sollte bei einer Höchstgeschwindigkeit von 250 km/h einkalkuliert werden?

Es gibt an dieser Stelle verschiedene Möglichkeiten mit dem Datenmaterial weiter zu arbeiten. Da man aber in jedem Fall die Fenstereinstellungen wechselt, sollte man unbedingt vorher im Set Up Menü das Hintergrundbild ausschalten ...



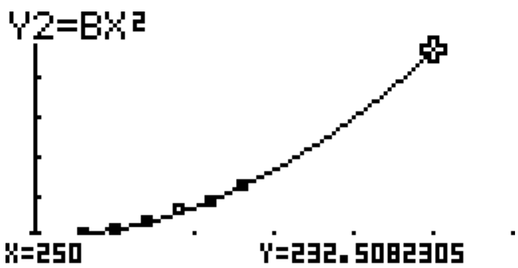
... oder eben schnell ein neues Hintergrundbild entsprechend der geänderten Fenstereinstellungen (siehe nächste Abbildung rechts) aus dem Grafikbereich des Listeneditors erzeugen und die Nummer des Bildspeichers für das Hintergrundbild im Set Up passend wechseln!

Bevor der Bremsweg zur Höchstgeschwindigkeit bestimmt und angezeigt werden kann, wird das Betrachtungsfenster auf die nebenstehenden Werte eingestellt und die Fenstereinstellung abgespeichert. Vier in Frage kommende Graphen werden dann einzeln in ein neues Koordinatensystem gezeichnet, damit ihre Werte über [F1] mit „Trace“ genau verfolgt werden können.



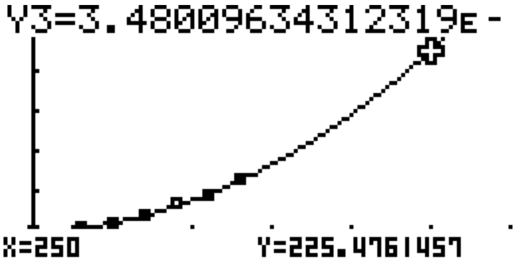
In der anschließenden Diskussion sollte geklärt werden, welche Funktionsgleichung den Messdaten angemessen ist, und welche Bremswegschätzung genügend Sicherheit bietet.

Abgebildet ist der Funktionsgraph für das von Hand genäherte a (bzw. b) an der Stelle x (bzw. v) = 250. In dieser Kurve findet der Ausreißer bei v = 90 km/h kaum Berücksichtigung. Dies lässt sich auch an der kleinsten Summe der prozentualen Abweichungen (Liste 10) erkennen. Bei 250 km/h beträgt die Länge des Bremsweges ca. 232,5082305 Meter.



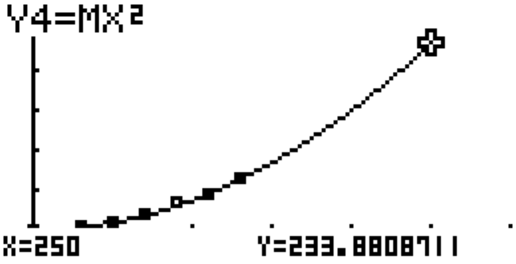
Der Funktionsgraph für die vom Rechner automatisch erstellte quadratische Regressionskurve gibt an der Stelle v = 250 km/h den kürzesten Bremsweg mit s = 225,4761457 Metern an.

Die Summe der prozentualen Abweichungen der Messpunkte von der Kurve sind bei dieser Funktion mit Abstand am größten.



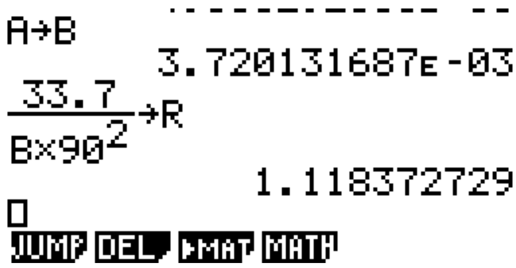
Das arithmetisch gemittelte a, welches im Wertespeicher M abgelegt wurde, erzeugt einen Graphen, der den Ausreißer an der Stelle v = 90 km/h gleich gewichtet zu allen anderen Messdaten berücksichtigt.

Der Bremsweg an der Stelle v = 250 km/h ist daher auch mit s = 233,8808711 Metern der längste.

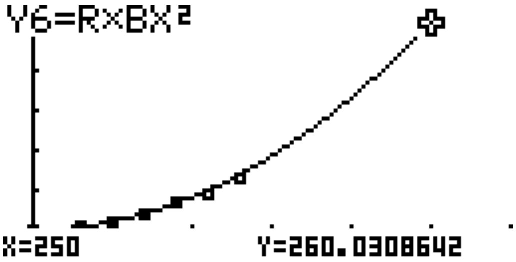


Die folgende vierte Kurve zu y_6 berücksichtigt das Maß der prozentualen Abweichung des Ausreißers bei v = 90 km/h zum Graphen von y_2. An dieser Stelle ist der gemessene Bremsweg (s = 33,7) um das 1,118372729fache höher als der durch die Funktion genäherte Wert von s = 30,13306667.

Dieser Faktor wird unter R abgespeichert, um ihn schnell und direkt mit dem Funktionsterm von y_2 verknüpfen zu können.



Der Funktionsterm von y_6 ist das Produkt aus dem Maß dieser prozentualen Abweichung und dem Funktionsterm von y_2 ...



... und entspricht exakt dem Funktionsterm von $Y_5 = Hx^2$.

Daran lässt sich ablesen, dass auf der Teststrecke mindestens eine Länge von 260 Metern für den Bremsweg bei 250 km/h einkalkuliert werden sollte.