Zeichenerklärung:		
	[ ] -	Drücken Sie die entsprechende Taste des Graphikrechners!
	[ ]^S -	Drücken Sie erst die Taste [SHIFT] und dann die entsprechende Taste!
	[ ]^A -	Drücken Sie erst die Taste [ALPHA] und dann die entsprechende Taste!

Beschreibung von Vorgängen durch Funktionen

Um eine vorgegebene Kurve durch eine ganzrationale Funktion näherungsweise zu beschreiben, wählt man mit Hilfe der Kurve Eigenschaften aus, die die ganzrationale Funktion erfüllen soll. Häufig soll die ganzrationale Funktion bestimmte Punkte der Kurve enthalten. Es ist aber ebenso möglich, Symmetrien, Extrema, Wendestellen oder Werte von 1. bzw. 2. Ableitungen an bestimmten Stellen vorzugeben.
Aus diesen Bedingungen ergibt sich ein lineares Gleichungssystem, in dem die Koeffizienten der ganzrationalen Funktion die Unbekannten darstellen. Man wählt die Anzahl der Bedingungen in Übereinstimmung mit der Anzahl der unbekannten Koeffizienten, damit eine eindeutige Lösung existiert. Eine eindeutige Lösung lässt sich mit dem Graphikrechner im *Gleichungs-Modus* bestimmen, wenn die Anzahl der Unbekannten nicht größer ist als 6.
Möchte man nur Punkte der vorgegebenen Kurve zur Bestimmung der ganzrationalen Funktion heranziehen, kann man im *Statistik-Modus* des Graphikrechners verschiedene Arten von Regressionen durchführen, um eine Funktion zu erhalten, die möglichst wenig von den vorgegebenen Punkten abweicht. Wählt man den Grad einer ganzrationalen Regressionsfunktion um 1 kleiner als die Anzahl der vorgegebenen Punkte (diese entspricht dann also der Koeffizientenanzahl der Regressionsfunktion.), erhält man in der Regel eine Funktion, welche die vorgegebenen Punkte direkt beinhaltet. Der Grad von ganzrationalen Regressionsfunktionen beträgt beim Graphikrechner maximal 4.
Um zu sehen, inwieweit eine gefundene Funktion den gewünschten Verlauf nimmt, kann sie mit dem Graphikrechner graphisch dargestellt werden. Zur besseren Beurteilung ist es möglich, Punkte der vorgegebenen Kurve in die Graphik einzufügen.
Bei Anschluss des Graphikrechners an einen Computer ist ebenfalls das Ausdrucken des Graphik-Displays und der direkte Vergleich mit der vorgegebenen Kurve möglich.
Im folgenden ist dargestellt, wie sich eine umfangreiche Aufgabe vollständig mit Hilfe des Graphikrechners bearbeiten lässt. Ohne eine solche Hilfe ließe sich nur der prinzipielle Lösungsweg verdeutlichen, der Rechenaufwand wäre praktisch zu groß, um die komplette Lösung zu erarbeiten.

2.1 Splines – für schöne Autos (Seite 76)

Die Karosserieform eines Autos (vergleiche Bild 76/1) soll durch ganzrationale Funktionen beschrieben werden. Sie ist durch die folgenden 15 Messpunkte (x_i/y_i) gekennzeichnet.

i:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x_i:	0	2	5	9	12	16	18	22	25	28	32	35	37	39	40
y_i:	0	3	4	5	5,6	8	9	10	10	10	9,6	9	7,6	6	4

Beschreibung der Autokarosserie durch kubische Splines

Bestimmt man mit einem Rechenprogramm eine ganzrationale Funktion 14.Grades, welche die 15 Messpunkte enthält (vergleiche Bild 76/2), stellt diese den vorderen Teil des Autos nur unzureichend dar. Man versucht daher die Karosseriekurve abschnittsweise jeweils zwischen zwei Messpunkten zu beschreiben und zwar durch kubische Splines $s_i(x)$, d.h. durch ganzrationale Funktionen dritten Grades. Man erhält dann insgesamt 14 Splines, von denen $s_i(x)$ die Kurve auf dem Intervall $[x_i;x_{i+1}]$ beschreibt.

Damit an den Nahtstellen zweier Splines keine Sprünge entstehen, müssen dort die Funktionswerte der Splines übereinstimmen. Naheliegenderweise sollten sie den Messpunkten entsprechen.

$$s_i(x_i) = y_i \qquad s_i(x_{i+1}) = y_{i+1} \qquad i \in \{1,2,\ldots,14\}$$

Damit die Splines glatt ineinander übergehen und an den Nahtstellen keine Knicke entstehen, fordert man zusätzlich, dass die Steigungen dort übereinstimmen.

$$s'_{i-1}(x_i) = s'_i(x_i) \qquad i \in \{2,3, \ldots,14\}$$

Für die ersten beiden Splines ergibt dies:

$$s_1(0) = 0 \qquad s_1(2) = 3 \qquad s_2(2) = 3 \qquad s_2(5) = 4$$

$$s'_1(2) = s'_2(2)$$

Damit die Koeffizienten der kubischen Splines $s_i(x) = a_i \cdot x^3 + b_i \cdot x^2 + c_i \cdot x + d_i$ eindeutig bestimmt sind, sind jeweils 4 Bedingungen notwendig.

Für die ersten beiden Splines sind zusammen 8 Bedingungen erforderlich, zusätzlich zu den bisherigen 5 Bedingungen also noch 3 weitere.

Beispielsweise lässt sich fordern, dass die Krümmungen an den Nahtstellen gleich groß sind.

$$s''_1(2) = s''_2(2).$$

Ferner soll die Steigung am linken Rand des ersten Kurvenabschnitts der mittleren Steigung auf diesem Kurvenabschnitt entsprechen.

$$s'_1(0) = \frac{3-0}{2-0} = \frac{3}{2}$$

Ebenso soll die Steigung am rechten Rand des zweiten Kurvenabschnitts der mittleren Steigung auf diesem Kurvenabschnitt entsprechen.

$$s'_2(5) = \frac{4-3}{5-2} = \frac{1}{3}$$

Durch die letzten beiden Bedingungen erreicht man, dass die Splines die Messpunkte auf einem möglichst direkten Weg verbinden und keine allzu großen Schwankungen aufweisen.

Die 8 Bedingungen ergeben ein lineares Gleichungssystem mit 8 Unbekannten.

$$
\begin{aligned}
s_i(x) &= a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i \\
s_i'(x) &= 3a_i x^2 + 2b_i x + c_i \\
s_i''(x) &= 6a_i x + 2b_i
\end{aligned}
$$

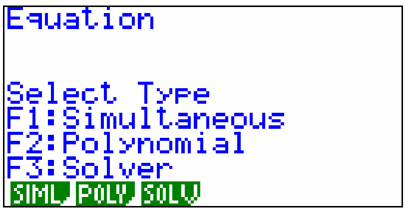
$$
\begin{array}{lrcl}
s_1(0) = 0 & d_1 & = & 0 \\
s_1(2) = 3 & 8a_1 + 4b_1 + 2c_1 + d_1 & = & 3 \\
s_2(2) = 3 & 8a_2 + 4b_2 + 2c_2 + d_2 & = & 3 \\
s_2(5) = 4 & 125a_2 + 25b_2 + 5c_2 + d_2 & = & 4 \\
s_1'(2) = s_2'(2) & 12a_1 + 4b_1 + c_1 & = & 12a_2 + 4b_2 + c_2 \\
s_1''(2) = s_2''(2) & 12a_1 + 2b_1 & = & 12a_2 + 2b_2 \\
s_1'(0) = \frac{3}{2} & c_1 & = & \frac{3}{2} \\
s_2'(5) = \frac{1}{3} & 75a_2 + 10b_2 + c_2 & = & \frac{1}{3}
\end{array}
$$

Durch Einsetzen von $c_1 = \frac{3}{2}$ und $d_1 = 0$ und Ordnen der Unbekannten ergibt sich ein lineares Gleichungssystem, welches sich mit dem Graphikrechner lösen läst:

$$
\begin{array}{rrrrrrrcl}
8\,a_1 & + 4\,b_1 & & & & & & = & 0 \\
 & & 8\,a_2 & + 4\,b_2 & + 2\,c_2 & + 1\,d_2 & & = & 3 \\
 & & 125\,a_2 & + 25\,b_2 & + 5\,c_2 & + 1\,d_2 & & = & 4 \\
12\,a_1 & + 4\,b_1 & - 12\,a_2 & - 4\,b_2 & - 1\,c_2 & & & = & -\frac{3}{2} \\
12\,a_1 & + 2\,b_1 & - 12\,a_2 & - 2\,b_2 & & & & = & 0 \\
 & & 75\,a_2 & + 10\,b_2 & + 1\,c_2 & & & = & \frac{1}{3}
\end{array}
$$

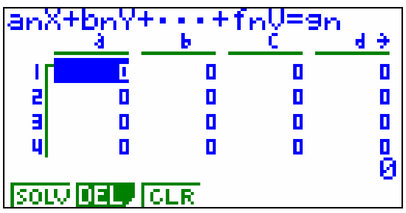
<u>Lösen des Gleichungssystems im *Gleichungs-Modus*</u>

Im *Hauptmenü* gelangen Sie mit der Taste [A]^{A} in den *Gleichungs-Modus*.



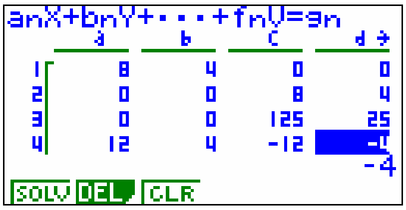
Für die Lösung eines linearen Gleichungssystems mit 6 Gleichungen und 6 Unbekannten drücken Sie die Tasten [F1] (SIML) [F5] (6).

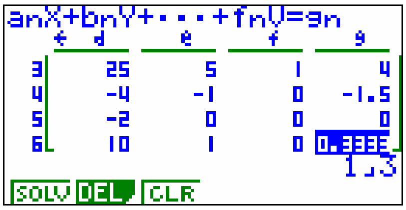
> Ein lineares Gleichungssystem mit n Gleichungen und n Unbekannten ($2 \le n \le 6$) lässt sich mit dem Graphikrechner lösen, wenn es eindeutig lösbar ist. Die Bezeichnung der Koeffizienten und Unbekannten ist vorgegeben. Es ist in diesem Fall nicht sinnvoll, die Bezeichnungen des Graphikrechners zu übernehmen. Dennoch sollte die richtige Zuordnung der Koeffizienten und Unbekannten nicht schwer fallen.



Im *Gleichungs-Editor* geben Sie nun die Koeffizienten des Gleichungssystems in die erweiterte Koeffizienten-Matrix ein. Ein vorhandener Eintrag, der nicht geändert werden soll, kann mit der Cursor-Taste [▶] übersprungen werden.

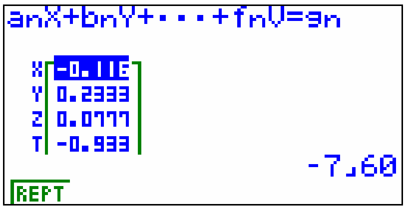
[8] [EXE] [▶]	[4] [EXE] [▶]	[▶] [▶]	[▶]
[▶] [2] [EXE]	[▶] [1] [EXE]	[8] [EXE] [3] [EXE]	[4] [EXE]
[▶] [5] [EXE]	[▶] [1] [EXE]	[1][2][5] [EXE] [4] [EXE]	[2][5] [EXE]
[1][2] [EXE] [(–)][1] [EXE]	[4] [EXE] [▶]	[(–)][1][2] [EXE] [(–)][3][a b/c][2] [EXE]	[(–)][4] [EXE]
[1][2] [EXE] [▶]	[2] [EXE] [▶]	[(–)][1][2] [EXE] [▶]	[(–)][2] [EXE]
[▶] [1] [EXE]	[▶] [▶]	[7][5] [EXE] [1][a b/c][3] [EXE]	[1][0] [EXE]

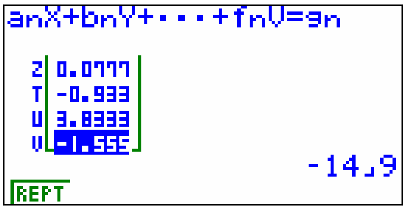




Zum Lösen drücken Sie die Taste [F1] (SOLV).

Mit den Cursor-Tasten [▼] bzw. [▲] können Sie die einzelnen Komponenten der Lösung hervorheben. Der Wert der hervorgehobenen Komponente wird rechts unten im Display genauer angezeigt.





> Wenn Sie die nichtganzen Koeffizienten eines Gleichungssystems als Brüche eingeben, verwendet der Graphikrechner in der Regel bei der genaueren Anzeige gemischte Brüche. Mit der Taste [d /c]S können Sie einen gemischten Bruch in einen reinen Bruch umwandeln. Mit der Taste [F↔D] können Sie von einer Bruchdarstellung zur Dezimaldarstellung wechseln.

$a_1 = -\frac{7}{60}$ $\quad b_1 = \frac{7}{30}$

$a_2 = \frac{7}{90}$ $\quad b_2 = -\frac{14}{15}$ $\quad c_2 = 3\,\frac{5}{6} = \frac{23}{6}$ $\quad d_2 = -1\,\frac{5}{9} = -\frac{14}{9}$

[0;2]: $\underline{s_1(x) = -\frac{7}{60}x^3 + \frac{7}{30}x^2 + \frac{3}{2}x}$

[2;5]: $\underline{s_2(x) = \frac{7}{90}x^3 - \frac{14}{15}x^2 + \frac{23}{6}x - \frac{14}{9}}$

Bestimmung der weiteren Splines im *Gleichungs-Modus*

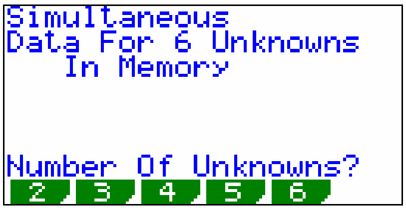
Für die restlichen 12 Splines soll gelten, dass sie an den Nahtstellen die Messpunkte beinhalten. Am rechten Rand eines Abschnitts soll die Steigung der mittleren Steigung auf dem Kurvenabschnitt entsprechen, am linken Rand soll die Steigung mit der der vorhergehenden Spline übereinstimmen.

$s_i(x_i) = y_i \qquad s_i(x_{i+1}) = y_{i+1}. \qquad i \in \{3,4,\dots,14\}$

$s_i'(x_i) = s_{i-1}'(x_i) = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \qquad s_i'(x_{i+1}) = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \qquad i \in \{3,4, \dots,14\}$

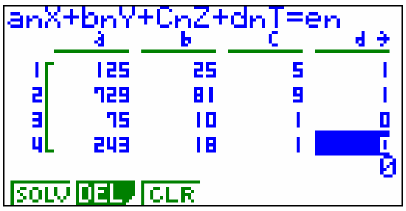
Für die dritte Spline ergibt dies:

$$\begin{array}{ll}
s_3(5) = 4 & 5^3\, a_3 + 5^2\, b_3 + 5\, c_3 + 1\, d_3 = 4 \\
s_3(9) = 5 & 9^3\, a_3 + 9^2\, b_3 + 9\, c_3 + 1\, d_3 = 5 \\
s_3'(5) = \frac{4-3}{5-2} = \frac{1}{3} & 3 \cdot 5^2\, a_3 + 2 \cdot 5\, b_3 + 1\, c_3 = \frac{1}{3} \\
s_3'(9) = \frac{5-4}{9-5} = \frac{1}{4} & 3 \cdot 9^2\, a_3 + 2 \cdot 9\, b_3 + 1\, c_3 = \frac{1}{4}
\end{array}$$

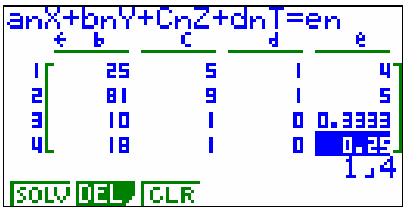


Mit den Tasten [EXIT] [EXIT] kehren Sie zu der Anzeige des *Gleichungs-Modus* zurück, in der Sie die Anzahl der Unbekannten wählen können, und drücken die Taste [F3] (4).

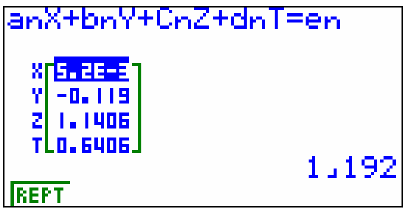
Im *Gleichungs-Editor* für 4 Unbekannte geben Sie nun wieder die Koeffizienten des Gleichungssystems in die erweiterte Koeffizienten-Matrix ein.



[5][∧][3] [EXE] [1] [EXE]	[5][x^2] [EXE] [4] [EXE]	[5] [EXE]
[9][∧][3] [EXE] [1] [EXE]	[9][x^2] [EXE] [5] [EXE]	[9] [EXE]
[3][×][5][x^2] [EXE] [▶]	[2][×][5] [EXE] [1][a b/c][3] [EXE]	[1] [EXE]
[3][×][9][x^2] [EXE] [▶]	[2][×][9] [EXE] [1][a b/c][4] [EXE]	[1] [EXE]



Zum Lösen drücken Sie die Taste [F1] (SOLV).



$a_3 = \frac{1}{192} \qquad b_3 = -\frac{23}{192} \qquad c_3 = 1\frac{9}{64} = \frac{73}{64} \qquad d_3 = \frac{41}{64}$

[5;9]: $\underline{s_3(x) = \frac{1}{192}x^3 - \frac{23}{192}x^2 + \frac{73}{64}x + \frac{41}{64}}$

Die anderen Splines lassen sich mit dem Graphikrechner in der gleichen Weise bestimmen.

Da bei der Berechnung der Funktionswerte der Splines die Koeffizienten mit Faktoren bis zu 64000 multipliziert werden, müssen bei der Dezimaldarstellung entsprechend viele Nachkommastellen berücksichtigt werden. Um insgesamt eine Genauigkeit von 2 Stellen nach dem Komma zu erreichen, sollten bei den Koeffizienten der Terme 3.Grades a_i 7 Nachkommastellen, bei Koeffizienten der quadratischen Terme b_i 5 Nachkommastellen, bei Koeffizienten der linearen Terme c_i 4 Nachkommastellen und bei den Koeffizienten der konstanten Terme d_i 3 Nachkommastellen berücksichtigt werden. In vielen Fällen bietet sich die Bruchdarstellung an. Um diese zu erhalten, sollten die nichtganzen Zahlen als Brüche in die erweiterte Koeffizientenmatrix eingegeben werden.

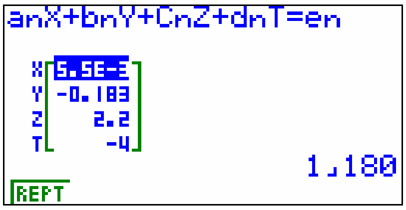
Im folgenden sind die Steigungen an den Nahtstellen, die Funktionsterme der Splines und die linearen Gleichungssysteme der zugehörigen erweiterten Koeffizientenmatrizen aufgeführt.

[9;12]:

$$s_4'(9)=\tfrac{1}{4} \qquad s_4'(12)=\tfrac{5{,}6-5}{12-9}=\tfrac{1}{5}$$

$$s_4(x)=\tfrac{1}{180}x^3-\tfrac{11}{60}x^2+2{,}2x-4$$

$$\begin{bmatrix} 729 & 81 & 9 & 1 & 5 \\ 1728 & 144 & 12 & 1 & \frac{56}{10} \\ 243 & 18 & 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 432 & 24 & 1 & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

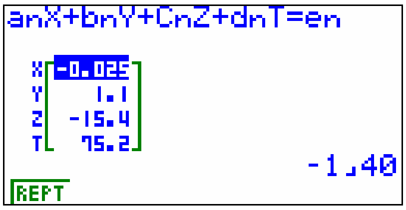


[12;16]:

$$s_5'(12)=\tfrac{1}{5} \qquad s_5'(16)=\tfrac{8-5{,}6}{16-12}=\tfrac{3}{5}$$

$$s_5(x)=-0{,}025x^3+1{,}1x^2-15{,}4x+75{,}2$$

$$\begin{bmatrix} 1728 & 144 & 12 & 1 & \frac{56}{10} \\ 4096 & 256 & 16 & 1 & 8 \\ 432 & 24 & 1 & 0 & \frac{1}{5} \\ 768 & 32 & 1 & 0 & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

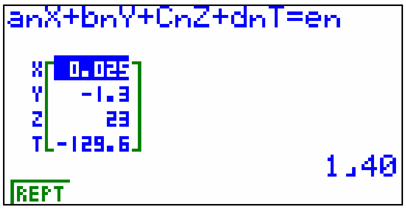


[16;18]:

$$s_6'(16)=\tfrac{3}{5} \qquad s_6'(18)=\tfrac{9-8}{18-16}=\tfrac{1}{2}$$

$$s_6(x)=0{,}025x^3-1{,}3x^2+23x-129{,}6$$

$$\begin{bmatrix} 4096 & 256 & 16 & 1 & 8 \\ 5832 & 324 & 18 & 1 & 9 \\ 768 & 32 & 1 & 0 & \frac{3}{5} \\ 972 & 36 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

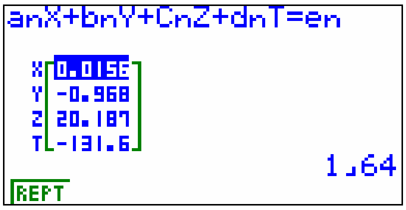


[18;22]:

$$s_7'(18)=\tfrac{1}{2} \qquad s_7'(22)=\tfrac{10-9}{22-18}=\tfrac{1}{4}$$

$$s_7(x)=\tfrac{1}{64}x^3-\tfrac{31}{32}x^2+\tfrac{323}{16}x-\tfrac{1053}{8}$$

$$\begin{bmatrix} 5832 & 324 & 18 & 1 & 9 \\ 10648 & 484 & 22 & 1 & 10 \\ 972 & 36 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 1452 & 44 & 1 & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$



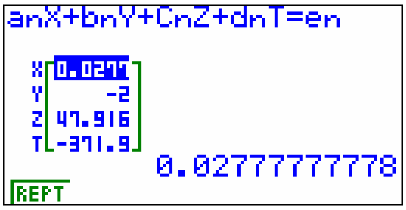
Autor: Torsten Gebauer

[22;25]:

$s_8'(22)=\frac{1}{4}$ $\quad s_8'(25)=\frac{10-10}{25-22}=0$

$s_8(x)=0{,}0277778x^3-2x^2+47{,}9167x-371{,}944$

$$\begin{bmatrix} 10648 & 484 & 22 & 1 & 10 \\ 15625 & 625 & 25 & 1 & 10 \\ 1452 & 44 & 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 1875 & 50 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

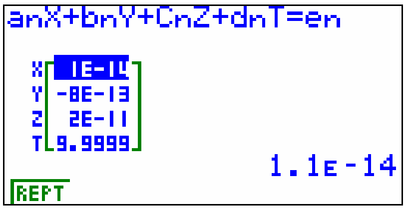


[25;28]:

$s_9'(25)=0$ $\quad s_9'(28)=\frac{10-10}{28-25}=0$

$s_9(x)=10$

$$\begin{bmatrix} 15625 & 625 & 25 & 1 & 10 \\ 21952 & 784 & 28 & 1 & 10 \\ 1875 & 50 & 1 & 0 & 0 \\ 2352 & 56 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

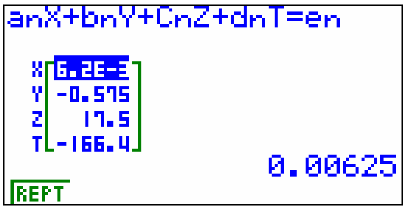


[28;32]:

$s_{10}'(28)=0$ $\quad s_{10}'(32)=\frac{9{,}6-10}{32-28}=-\frac{1}{10}$

$s_{10}(x)=0{,}00625x^3-0{,}575x^2+17{,}5x-166{,}4$

$$\begin{bmatrix} 21952 & 784 & 28 & 1 & 10 \\ 32768 & 1024 & 32 & 1 & \frac{96}{10} \\ 2352 & 56 & 1 & 0 & 0 \\ 3072 & 64 & 1 & 0 & -\frac{1}{10} \end{bmatrix}$$

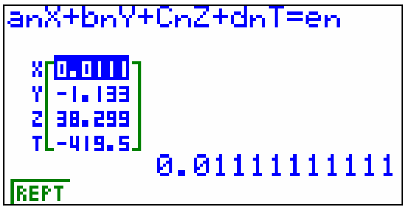


[32;35]:

$s_{11}'(32)=-\frac{1}{10}$ $\quad s_{11}'(35)=\frac{9-9{,}6}{35-32}=-\frac{1}{5}$

$s_{11}(x)=0{,}0111111x^3-1{,}13333x^2+38{,}3x-419{,}556$

$$\begin{bmatrix} 32768 & 1024 & 32 & 1 & \frac{96}{10} \\ 42875 & 1225 & 35 & 1 & 9 \\ 3072 & 64 & 1 & 0 & -\frac{1}{10} \\ 3675 & 70 & 1 & 0 & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

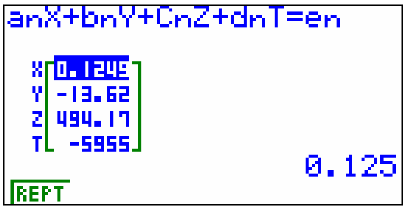


[35;37]:

$s_{12}'(35)=-\frac{1}{5}$ $\quad s_{12}'(37)=\frac{7{,}6-9}{37-35}=-\frac{7}{10}$

$s_{12}(x)=0{,}125x^3-13{,}625x^2+494{,}175x-5955{,}875$

$$\begin{bmatrix} 42875 & 1225 & 35 & 1 & 9 \\ 50653 & 1369 & 37 & 1 & \frac{76}{10} \\ 3675 & 70 & 1 & 0 & -\frac{1}{5} \\ 4107 & 74 & 1 & 0 & -\frac{7}{10} \end{bmatrix}$$

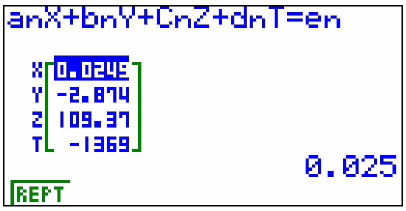


[37;39]:

$s_{13}'(37)=-\frac{7}{10}$ $\quad s_{13}'(39)=\frac{6-7{,}6}{39-37}=-\frac{4}{5}$

$s_{13}(x)=0{,}025x^3-2{,}875x^2+109{,}375x-1369{,}725$

$$\begin{bmatrix} 50653 & 1369 & 37 & 1 & \frac{76}{10} \\ 59319 & 1521 & 39 & 1 & 6 \\ 4107 & 74 & 1 & 0 & -\frac{7}{10} \\ 4563 & 78 & 1 & 0 & -\frac{4}{5} \end{bmatrix}$$

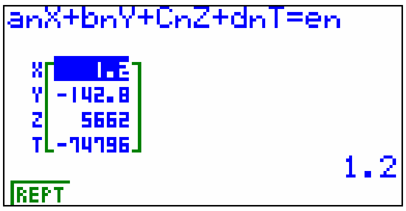


[39;40]:

$s_{14}'(39)=-\frac{4}{5}$ $\quad s_{14}'(40)=\frac{4-6}{40-39}=-2$

$s_{14}(x)=1{,}2x^3-142{,}8x^2+5662x-74796$

$$\begin{bmatrix} 59319 & 1521 & 39 & 1 & 6 \\ 64000 & 1600 & 40 & 1 & 4 \\ 4563 & 78 & 1 & 0 & -\frac{4}{5} \\ 4800 & 80 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$



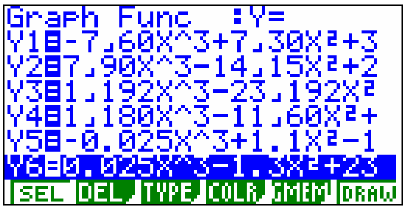
Autor: Torsten Gebauer

Die Ermittlung der Funktionsterme der Splines ist ideal geeignet für eine Aufteilung in Gruppenarbeit, da die einzelnen Splines unabhängig voneinander bestimmt werden können.

Graphische Darstellung der Splines

Mit den Tasten [MENU] [5] wechseln Sie in den *Graphik-Modus*.

Bei der Eingabe des Funktionsterme der Splines verwenden Sie für die Variable x die Taste [X,θ,T]. Nach den Funktionstermen folgen jeweils ein Komma und in eckigen Klammern durch ein Komma getrennt die Intervallgrenzen.

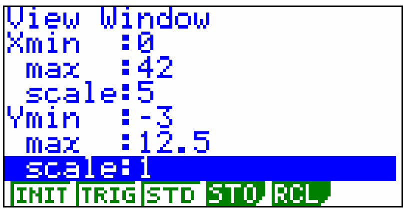


[(–)][7][a b/c][6][0] [X,θ,T] [∧] [3] [+] [7][a b/c][3][0] [X,θ,T]
[x^2] [+] [3][a b/c][2] [X,θ,T]
[,] [[ ]^S [0] [,] [2] [ ]]^S [EXE]

[7][a b/c][9][0] [X,θ,T] [∧] [3] [–] [1][4][a b/c][1][5] [X,θ,T]
[x^2] [+] [2][3][a b/c][6] [X,θ,T] [–] [1][4][a b/c][9]
[,] [[ ]^S [2] [,] [5] [ ]]^S [EXE]

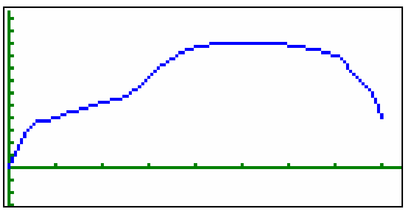
Analog geben Sie die Funktionsterme der restlichen 12 Splines ein.

Um den Bildausschnitt für eine graphische Darstellung festzulegen, gelangen Sie mit der Taste [V-Window]^S zum *Betrachtungsfenster*. Damit bei Verwendung der *Trace-Funktion* die ganzzahligen x-Werte nicht übersprungen werden, wird $x_{max} - x_{min} = 42 = \frac{126}{3}$ gewählt.

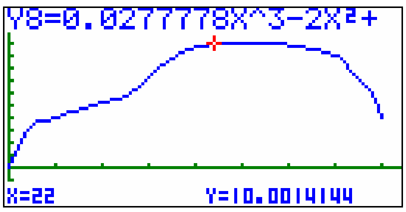


[0]	[EXE]
[4][2]	[EXE]
[5]	[EXE]
[(–)][3]	[EXE]
[1][2][.][5]	[EXE]
[1]	[EXE]

Mit den Tasten [EXIT] [F6] (DRAW) lassen Sie die Splines zeichnen.



Mit der *Trace-Funktion* können Sie die Graphen nachführen und die entsprechenden Funktionswerte der Splines anzeigen lassen.



Möchten Sie einen bestimmten Bereich genauer ansehen, können Sie die *Zoom-Funktion* verwenden.

Die *Trace-Funktion* steht nur dann zur Verfügung, wenn das Intervall der Funktion, die im *Graphik-Editor* an oberster Stelle steht und aktiviert ist, nicht außerhalb des dargestellten x-Bereiches liegt. Gegebenenfalls sollten Sie bei Verwendung der *Zoom-Funktion* die obersten Funktionen im *Graphik-Editor* mit der Taste [F1] (SEL) deaktivieren.

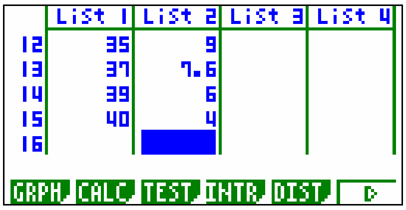
Einfügen der Messpunkte in die Graphik

> Sie können einen Messpunkt (x_i/y_i) graphisch darstellen lassen, indem Sie im *Graphik-Editor* die konstante Funktion y_i auf dem Intervall [x_i;x_i] eingeben, beispielsweise den Messpunkt (2/3) mit den Tasten [3] [,] [[ ]^{S} [2] [,] [2] [ ]]^{S} [EXE]. Da sich im *Graphik-Editor* 20 Funktionen eingeben lassen und bereits 14 Spline-Funktionen eingegeben sind, ist dies nur noch für 6 Messpunkte möglich.
> Da in einer Graphik die orangefarbenen Objekte im Vordergrund erscheinen, sollten die Messpunkte orange dargestellt werden, damit sie nicht von den Graphen der Splines verdeckt werden.

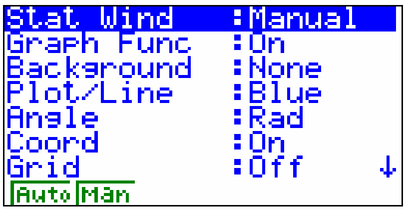
Um alle 14 Messpunkte in die Graphik einzufügen, werden diese in einer eigenen Graphik gespeichert, die dann zusätzlich zur Graphik der Splines eingeblendet wird.

Sie wechseln mit den Tasten [MENU] [2] in den *Statistik-Modus* und geben im *Statistik-Editor* die x-Werte x_i der Messpunkte in Liste 1 ein, die y-Werte y_i in Liste 2.

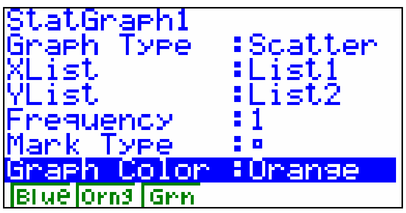
[0] [EXE] [2] [EXE] [5] [EXE] [9] [EXE] [1][2] [EXE]
[1][6] [EXE] [1][8] [EXE] [2][2] [EXE] [2][5] [EXE]
[2][8] [EXE] [3][2] [EXE] [3][5] [EXE] [3][7] [EXE]
[3][9] [EXE] [4][0] [EXE]
[►]
[0] [EXE] [3] [EXE] [4] [EXE] [5] [EXE] [5][.][6] [EXE]
[8] [EXE] [9] [EXE] [1][0] [EXE] [1][0] [EXE]
[1][0] [EXE] [9][.][6] [EXE] [9] [EXE] [7][.][6] [EXE]
[6] [EXE] [4] [EXE]



Damit der Graphikrechner die selbstgewählten Einstellungen des *Betrachtungsfensters* verwendet, rufen Sie mit der Taste [SET UP]^{S} das *Set up* auf und wählen mit der Taste [F2] (Man) die Einstellung `Stat Wind :Manual`.

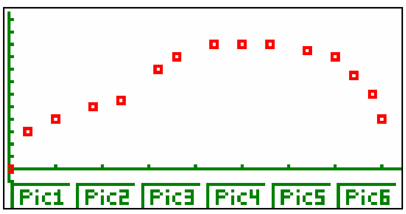


Nachdem Sie mit der Taste [EXIT] zum *Statistik-Editor* zurückgekehrt sind, drücken Sie für weitere Einstellungen die Tasten [F1] (GRPH) [F6] (SET). Es ist eingestellt, dass die Werte der Liste 2 auf der y-Achse in einem Streuungsdiagramm über den Werten der Liste 1 auf der x-Achse aufgetragen werden. Sie heben durch sechsmaliges Drücken der Cursor-Taste [▼] die Rubrik `Graph Color` hervor und wählen mit der Taste [F2] (Orng) die Einstellung `Orange` für die Darstellung der Messpunkte.

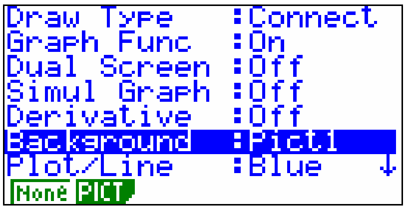


Mit den Tasten [EXIT] [F1] (GPH1) lassen Sie die in den Listen eingegebenen Messpunkte graphisch darstellen.

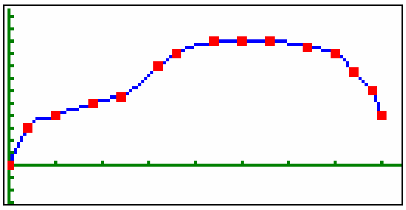
Um die Graphik mit den Messpunkten zu speichern, drücken Sie die Tasten [OPTN] [F1] (PICT) [F1] (STO). Mit der Taste [F1] (Pic1) speichern Sie die Graphik beispielsweise als Bild 1.



Sie kehren mit den Tasten [MENU] [5] in den *Graphik-Modus* zurück.



Damit bei der graphischen Darstellung die Graphik der Messpunkte eingeblendet wird, rufen Sie mit der Taste [SET UP][S] das *Set up* auf und heben durch fünfmaliges Drücken der Cursor-Taste [▼] die Rubrik `Background` hervor. Mit den Tasten [F2] (PICT) [F1] (Pic1) wählen Sie die Einstellung `Pict1`.



Mit den Tasten [EXIT] [F6] (DRAW) lassen Sie die neue graphische Darstellung erstellen.

> Wenn Sie die Einstellung im *Betrachtungsfenster* verändern, weil Sie beispielsweise die *Zoom-Funktion* verwenden, werden die Messpunkte an falschen Stellen eingeblendet, Sie sollten dann das Einblenden der Messpunkte ausschalten, indem Sie im *Set up* die Einstellung `Background :None` wählen.

Alternative Kriterien für die Bestimmung der Splines

Es ist naheliegend, dass die 14 kubischen Splines an den Nahtstellen die Messpunkte beinhalten sollen.
Zusätzlich könnte für die Steigung an den Nahtstellen jeweils gefordert werden, dass sie der mittleren Steigung auf dem Kurvenabschnitt entspricht, der durch die beiden benachbarten Messpunkte begrenzt wird.

$$s'_{i-1}(x_i) = s'_i(x_i) = \frac{y_{i+1}-y_{i-1}}{x_{i+1}-x_{i-1}} \qquad i \in \{2,3,\ldots,14\}$$

Auf dem Intervall $[x_i;x_{i+1}]$ ergeben sich dann folgende 4 Bedingungen:

$$s_i(x_i) = y_i \qquad s_i(x_{i+1}) = y_{i+1}. \qquad i \in \{1,2,\ldots,14\}$$

$$s'_i(x_i) = \frac{y_{i+1}-y_{i-1}}{x_{i+1}-x_{i-1}} \quad i \in \{2,\ldots,14\} \qquad s'_i(x_{i+1}) = \frac{y_{i+2}-y_i}{x_{i+2}-x_i} \quad i \in \{1,\ldots,13\}$$

Am Rand könnte wieder $s'_1(0) = \frac{3-0}{2-0} = \frac{3}{2}$ und $s'_{14}(40) = \frac{4-6}{40-39} = -2$ gelten.

> Der Graphikrechner bietet die Möglichkeit, dass die Schüler nicht nur eigene Ideen für Kriterien entwickeln, nach denen sich die Splines bestimmt lassen, sondern diese auch überprüfen können, indem sie mit dem Graphikrechner die Funktionsterme bestimmen und anschließend mit einer graphischen Darstellung überprüfen, wie gut die ermittelten Splines die vorgegebene Kurve beschreiben.