

Lineare Gleichungssysteme (FX-9860G)

Lineare Gleichungssysteme (LGS) können in Kurzform in einer **Matrix** notiert werden. Dabei werden nur die Koeffizienten und die rechten Seiten der Gleichungen (Normalform) notiert:

LGS

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 9$$

$$-x_1 + x_3 + 2x_4 = 4$$

$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 3$$

$$-2x_1 - x_2 + 2x_4 = 2$$

LGS als Matrix

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 & 9 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & 0 & 2 & 2 \end{array} \right)$$

LGS im FX-9860G

Zum Lösen eines linearen Gleichungssystems wird dies, z.B. mithilfe des Gauss-Verfahrens, auf **reduzierte Stufenform** gebracht.

Beim FX-9860G dient hierzu der Befehl **RREF** (reduced row echelon form), der eine Matrix in die reduzierte Stufenform bringt.

Dabei werden alle oberhalb der Diagonalen stehenden Einträge eliminiert und die Diagonalelemente normiert.

Die **Lösungsmenge** kann somit direkt abgelesen werden.

RUN-MAT-Anwendung

Hinweis: Eindeutig lösbare lineare Gleichungssysteme können auch in der EQUA-Anwendung gelöst werden.

Hat die angezeigte Matrix in der letzten Zeile außer im letzten Eintrag nur Nullen, so ist das lineare Gleichungssystem **nicht lösbar**. Der letzten Zeile entspricht hier die Gleichung $0=1$!

Hat die Matrix in der letzten nicht ganz verschwindenden Zeile mehr als zwei Einträge, so ist die **Lösungsmenge unendlich**, denn die Gleichung $0=0$ ist immer erfüllt. Die Lösungsmenge erhält man, indem für entsprechende Variablen Parameter einsetzt werden.

$$\text{Sei } x_3 = t \Rightarrow L = \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t, \frac{1}{2} + \frac{1}{2}t, t \right) \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$

Aufgabenbeispiel

Entscheiden Sie, ob die Vektoren linear abhängig oder linear unabhängig sind.

$$a) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad b) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11 \\ -18 \\ 29 \end{pmatrix}$$

Lösungsvorschlag mit dem FX-9860G¹:

a) Aufstellen der Vektorgleichung: $r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Diese führt auf das LGS $\begin{cases} r + 3s + 2t = 0 \\ -r + 2t = 0 \\ 2r + s - t = 0 \end{cases}$

Öffnen der **RUN-MAT-Anwendung** (Im SETUP sollte der Input-Mode auf Math gestellt sein!).

Eingeben des Rref-Befehls: **OPTN** **MAT** (**F2**) **▸** (**F6**) **Rref** (**F5**) **EXIT** **EXIT**

und der Matrix: **MATH** (**F4**) **MAT** (**F1**) **mxn** (**F3**) **3** **EXE** **4** **EXE**

Die Koeffizienten mithilfe des Cursors eingeben und mit **EXE** die Berechnung ausführen.

Das LGS hat $r=0, s=0, t=0$ als einzige Lösung; die drei Vektoren sind linear unabhängig.

Hinweis:

Die Ergebnis-Matrix wird im Antwortspeicher (Mat Ans) abgelegt. Sie kann auch unter einer Variablen abgespeichert werden, z.B. Mat R.

b) Zu lösendes LGS: $\begin{cases} 1r + 2s + 11t = 0 \\ -2r - 3s - 18t = 0 \\ 3r + 5s + 29t = 0 \end{cases}$

Das LGS hat unendlich viele Lösungen; d.h. die Vektoren sind linear abhängig.

Eingabe vgl. oben.

Alternative Eingabemethode

Eingeben der Matrix: **MATH** (**F4**) **MAT** (**F1**) **mxn** (**F3**) **3** **EXE** **4** **EXE** **EXE**

und der Koeffizienten.

Zuweisen der Matrix zur Variablen Mat A: **▸** **Mat** (**SHIFT** **2**)

A (**ALPHA** **X,θ,T**). Bestätigen mit **EXE**.

Eingeben des RREF-Befehls: **OPTN** **MAT** (**F2**) **▸** (**F6**) **Rref** (**F5**) **EXIT** **EXIT**

und der in reduzierte Stufenform zu bringenden Matrix:

Mat (**SHIFT** **2**) **A** (**ALPHA** **X,θ,T**).

Hinweis: Diese Eingabemethode hat den Vorteil, dass die Matrix abgespeichert ist und beliebig oft aufgerufen werden kann, entweder über

Mat A:

Mat (**SHIFT** **2**) **A** (**ALPHA** **X,θ,T**)

oder den Matrizeneditor: **▸** **MAT** (**F3**)

Auswählen der Matrix mit dem Cursor, **EXE**

¹ Ab Version 1.05. Das Update kann auf der CASIO-Internetseite (www.casio-schulrechner.de) im Downloadbereich kostenlos heruntergeladen werden.