

Binomialverteilung und hypergeometrische Verteilung

Aufgabe 1 Einige der Ärzte wundern sich über das von Herrn Lemmers in Beispiel 4 vorhergesagte Ergebnis, dass die Werte der unterschiedlichen Berechnungen ohne und mit Zurücklegen für eine höhere Spenderzahl beinahe gleich sind. Herr Röbers behauptet, dass dies immer so sei.

a) Zeigen Sie allgemein, dass für natürliche Zahlen k, n mit $k < n$ gilt:

$$n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \binom{n}{k} \cdot k!$$

Folgern Sie daraus, dass für die hypergeometrische Verteilung Hg gilt:

$$\begin{aligned} Hg(X = k) &= \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}} \\ &= \binom{n}{k} \cdot \underbrace{\frac{M}{N} \cdot \frac{M-1}{N-1} \cdot \dots \cdot \frac{M-(k-1)}{N-(k-1)}}_{k \text{ AB-Spender}} \\ &\quad \cdot \underbrace{\frac{N-M}{N-k} \cdot \frac{N-M-1}{N-(k+1)} \cdot \dots \cdot \frac{N-M-(n-k-1)}{N-(n-1)}}_{\text{übrige Spender}} \end{aligned}$$

b) Weisen Sie nach, dass die Binomialverteilung und die hypergeometrische Verteilung für großen Umfang N und M sowie den Fall, dass n (und damit auch k) viel kleiner als M und N sind, zu ähnlichen Ergebnissen führen.