

Inhalt

1. Teil 1: A8, A12, A18, A19, A21, A24
2. Aufgabe 25 – b1
3. Aufgabe 26 – a2, b1
4. Aufgabe 27 – a2, (b1)
5. Aufgabe 28 – b1, b2



Aufgaben – Teil 1



Aufgabe 8

Funktionstypen

Gegeben sind vier Funktionstypen sowie sechs Wertetabellen der Funktionen f_1 bis f_6 , die jeweils einem bestimmten Funktionstyp angehören. Die Funktionswerte von f_1 sind auf zwei Dezimalstellen gerundet.

Aufgabenstellung:

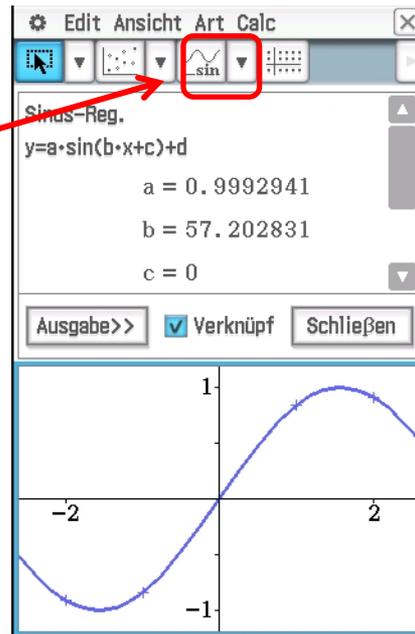
Ordnen Sie jedem der vier angegebenen Funktionstypen jeweils die entsprechende Wertetabelle (aus A bis F) zu.

lineare Funktion	
quadratische Funktion	
Exponentialfunktion	
Sinusfunktion	

A	x	$f_1(x)$
	-2	-0,91
	-1	-0,84
	0	0
	1	0,84
2	0,91	
	x	$f_2(x)$
	-2	R

Exemplarisches Beispiel

	A	B	C
1	-2	-0.91	
2	-1	-0.84	
3	0	0	
4	1	0.84	
5	2	0.91	
6			



→ A: Sinusfunktion → A

Aufgabe 12

Funktionsterm

Von einer reellen Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ ist Folgendes bekannt:

- $f(1) = 3$
- Für alle reellen Zahlen x gilt: $f(x + 1)$ ist um 50 % größer als $f(x)$.

Aufgabenstellung:

Geben Sie einen Funktionsterm einer solchen Funktion f an.

$$f(x) = \underline{3 \cdot 1,5^{x-1} = 2 \cdot 1,5^x}$$

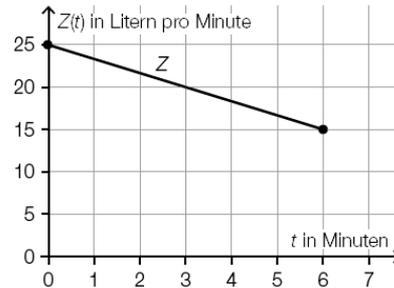
```
rSolve(an+1=1.5*an, a1=3
      {an=3*1.5n-1}
simplify(3*1.5x-1
      2*1.5x
□
```

Aufgabe 18

Wasserzufluss

Ein Behälter wird innerhalb von 6 Minuten mit Wasser befüllt.
Die Zuflussrate gibt an, wie viel Liter Wasser pro Minute in den Behälter zufließen. Dabei nimmt die Zuflussrate $Z(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t linear ab.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion Z dargestellt (t in Minuten, $Z(t)$ in Litern pro Minute). Die gekennzeichneten Punkte haben ganzzahlige Koordinaten.



Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, wie viele Liter Wasser in diesen 6 Minuten in den Behälter zufließen. **A: 120 Liter**

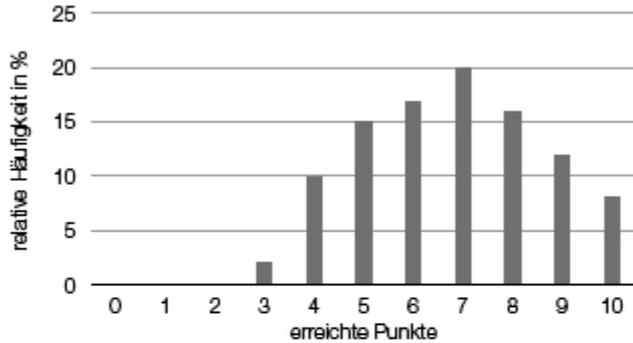
The image shows a sequence of three calculator screens illustrating the solution process:

- Screen 1 (Data Entry):** A table with columns A, B, and C. Row 1 contains 0 and 25; Row 2 contains 6 and 15. A red box highlights the scatter plot icon in the toolbar.
- Screen 2 (Linear Regression):** The 'Lineare Regression' window shows the equation $y = a \cdot x + b$ with $a = -1.666667$, $b = 25$, and $r = -1$. A red box highlights the graph icon in the toolbar. Below the window, a small graph shows the line passing through (0, 25) and (6, 15).
- Screen 3 (Integration):** The 'Edit Aktion Interaktiv' window shows the integral $\int_0^6 -\frac{5}{3}t + 25 dt$. A red box highlights the result '120'.

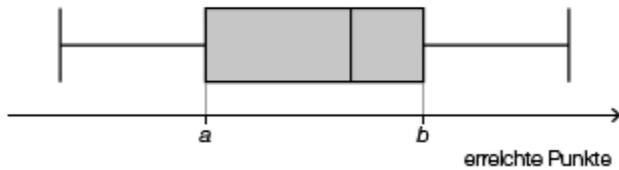
Aufgabe 19

Aufnahmetest

Bei einem bestimmten Aufnahmetest konnten maximal 10 Punkte erreicht werden. Das nachstehende Säulendiagramm zeigt die relativen Häufigkeiten der erreichten Punkte in Prozent.



Die bei diesem Aufnahmetest erreichten Punkte sind im nachstehenden Boxplot dargestellt.



	list 1	list 2	list 3
1		3	2
2		4	10
3		5	15
4		6	17
5		7	20
6		8	16
7		9	12
8	10		8

Stat-Grafik einst.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zeichn.: Ein Aus

Typ: Median-Box

X-List: list1

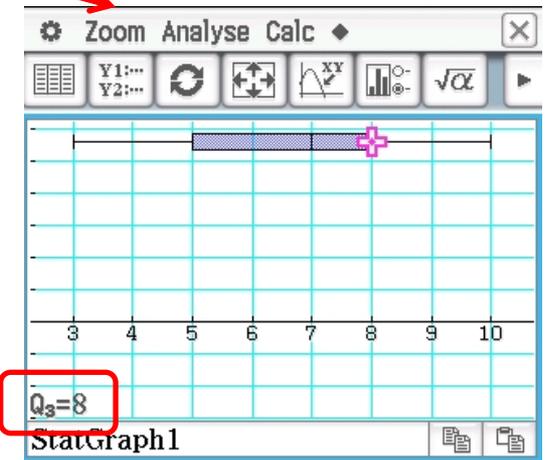
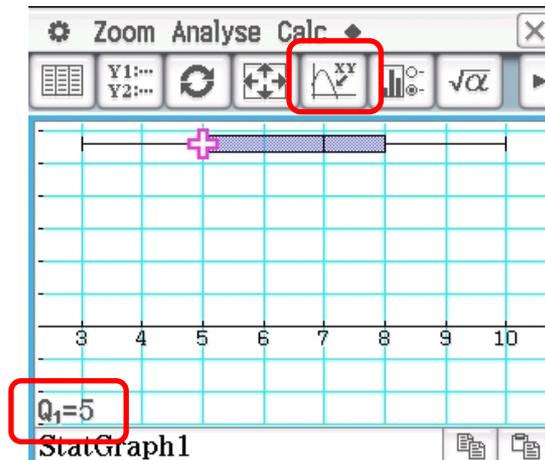
Häufigk: list2

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie a und b .

$a = 5$

$b = 8$



Aufgabe 21

Münzwurf

Eine Münze zeigt nach einem Wurf entweder „Kopf“ oder „Zahl“. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze „Kopf“ zeigt, ist bei jedem Wurf genauso hoch wie die Wahrscheinlichkeit, dass sie „Zahl“ zeigt. Die Ergebnisse der Würfe sind voneinander unabhängig.

Bei einem Zufallsversuch wird die Münze 4-mal geworfen.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei diesem Zufallsversuch „Kopf“ häufiger als „Zahl“ auftritt.

A: 0,3125 oder 31,25 %

The image shows three sequential screenshots of a statistical software interface, illustrating the steps to calculate a binomial probability. Red arrows indicate the flow from one step to the next.

Step 1: The "Typ" dropdown menu is set to "Verteilung". The list of distributions includes "Normal-V einzeln", "Binom. Einzelwkt.", "Binom. Vert.-fkt." (highlighted with a red box), and "Poisson-V einzeln". The "Weiter>>" button is visible at the bottom right.

Step 2: The parameters for the binomial distribution are entered: "Unterer" is 3, "Oberer" is 4, "Umfang n" is 4, and "pos" is 0.5. The "Weiter>>" button is visible at the bottom right.

Step 3: The calculated probability is displayed in the "prob" field, which is 0.3125 (highlighted with a red box). The "Unterer" field is 3, "Oberer" is 4, "Umfang n" is 4, and "pos" is 0.5. The "Hilfe" button is visible at the bottom left.

Aufgabe 24

Korkender Wein

Der Geschmack von Wein kann durch einen bestimmten Stoff, der aus dem Korken einer Weinflasche in den Wein gelangen kann, beeinträchtigt werden. Man spricht dann davon, dass der Wein „korkt“.

In einem Weinbaubetrieb werden alle Weinflaschen eines bestimmten Jahrgangs mit Korken aus derselben Produktion verschlossen. Bei einer späteren Überprüfung von 200 Weinflaschen dieses Jahrgangs stellt sich heraus, dass der Wein von 12 Flaschen korkt.

Der relative Anteil der Weinflaschen aus einer Stichprobe, bei denen der Wein korkt, wird mit h bezeichnet.

Aufgabenstellung:

Geben Sie für diesen Weinbaubetrieb und diesen Jahrgang ein um h symmetrisches 95%-Konfidenzintervall für den unbekanntem Anteil derjenigen Weinflaschen an, bei denen der Wein korkt.

The screenshot shows a three-step process in a statistical software interface:

- Step 1:** The 'Typ' dropdown is set to 'Konfidenzintervall'. The '1 Anteilsw. Z-Int.' option is selected and highlighted with a red box.
- Step 2:** The 'C-Niveau' is set to 0.95, 'x' is 12, and 'n' is 200.
- Step 3:** The results are displayed: 'Unterer' is 0.0270866 and 'Oberer' is 0.0929134. These values are highlighted with a red box.

Buttons for 'Hilfe' and 'Weiter>>' are visible at the bottom of each panel, and red arrows indicate the flow from one step to the next.

Aufgabe 25 – Koffein



Quelle: pixabay – lizenzfrei



Aufgabe 25 (Teil 2)

Koffein

- b) Die Löslichkeit von Koffein in Wasser gibt an, wie viel Gramm Koffein pro Liter (g/L) maximal gelöst werden können. Die Löslichkeit ist temperaturabhängig. Sie lässt sich näherungsweise durch die Funktion f beschreiben.

$$f(T) = 6,42 \cdot e^{0,05 \cdot T} \quad \text{mit } 0 \leq T \leq 90$$

T ... Temperatur in °C

$f(T)$... Löslichkeit von Koffein in Wasser bei der Temperatur T in g/L

Jemand behauptet:

„Bei einem Anstieg der Temperatur um 10 °C nimmt die Löslichkeit von Koffein in Wasser etwa auf das 1,65-Fache zu.“

- 1) Überprüfen Sie rechnerisch, ob diese Behauptung richtig ist.

[0/1 P.]

The screenshot shows a CAS calculator interface with the following content:

- Toolbar: Edit, Aktion, Interaktiv, and various mathematical symbols.
- Input: Define $f(T)=6.42 \times e^{0.05 \times T}$
- Output: done
- Input: solve($f(T+x)=1.65 \times f(T)$), x
- Output: $\{x=10.01550576\}$ (highlighted in red)
- Input: $\frac{f(T+10)}{f(T)}$
- Output: $e^{\frac{T+10}{20} - \frac{T}{20}}$
- Input: simplify(ans)
- Output: 1.648721271 (highlighted in red)

A: Die Behauptung ist richtig

Aufgabe 26 – CO₂ und Klimaschutz



Quelle: pixabay – lizenzfrei



Aufgabe 26 (Teil 2, Best-of-Wertung)

CO₂ und Klimaschutz

In den letzten Jahrzehnten hat der CO₂-Gehalt in der Erdatmosphäre unter anderem durch den Straßenverkehr zugenommen.

Aufgabenstellung:

- a) Für jeden PKW mit Benzinantrieb wird angenommen, dass pro Liter verbrauchten Benzins 2,32 kg CO₂ ausgestoßen werden.

PKW A fährt eine Strecke von s km mit einem durchschnittlichen Benzinverbrauch von 7,9 Litern pro 100 km.

Um dessen CO₂-Ausstoß auszugleichen, sollen b Bäume gepflanzt werden. Dabei nimmt man an, dass jeder dieser Bäume in seiner gesamten Lebenszeit 500 kg CO₂ aufnimmt.

- 1) Stellen Sie unter Verwendung von s eine Formel zur Berechnung der Anzahl b der zu pflanzenden Bäume auf.

$$b = \frac{7,9 \cdot 2,32}{100 \cdot 500} \cdot s = 0,00036656 \cdot s \quad [0/1 P.]$$

PKW B legt eine Strecke von 15000 km zurück. Um dessen CO₂-Ausstoß auszugleichen, werden 5 Bäume gepflanzt.

- 2) Berechnen Sie den durchschnittlichen Benzinverbrauch (in Litern pro 100 km) von PKW B auf dieser Strecke. [0/1 P.]

A: 7,18 Liter/100 km

The screenshot shows a software interface titled "Edit Aktion Interaktiv". The main display area contains the equation $\text{solve}(5 = \frac{x \times 2.32}{100 \times 500} \times 15000, x)$. Below the equation, the solution $\{x=7.183908046\}$ is displayed and highlighted with a red rectangular box. The interface includes a toolbar with various mathematical symbols and functions.

- b) Neben CO₂ verstärken auch andere Gase die Klimaerwärmung. Die Emission von diesen Gasen wird in sogenannte CO₂-Äquivalente umgerechnet.

Die nachstehende Tabelle gibt für einige Staaten der EU Auskunft über die jeweilige Einwohnerzahl (in Millionen) im Jahr 2015 und die zugehörigen CO₂-Äquivalente (in Tonnen pro Person).

	Einwohnerzahl in Millionen	CO ₂ -Äquivalente in Tonnen pro Person
Belgien	11,2	11,9
Frankreich	66,4	6,8
Italien	60,8	7,0
Luxemburg	0,6	18,5
Niederlande	16,9	12,3

Datenquellen: https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=Population_and_population_change_statistics/de&oldid=320539 [24.07.2020],
https://de.wikipedia.org/wiki/Liste_der_Länder_nach_Treibhausgas-Emissionen [24.07.2020].

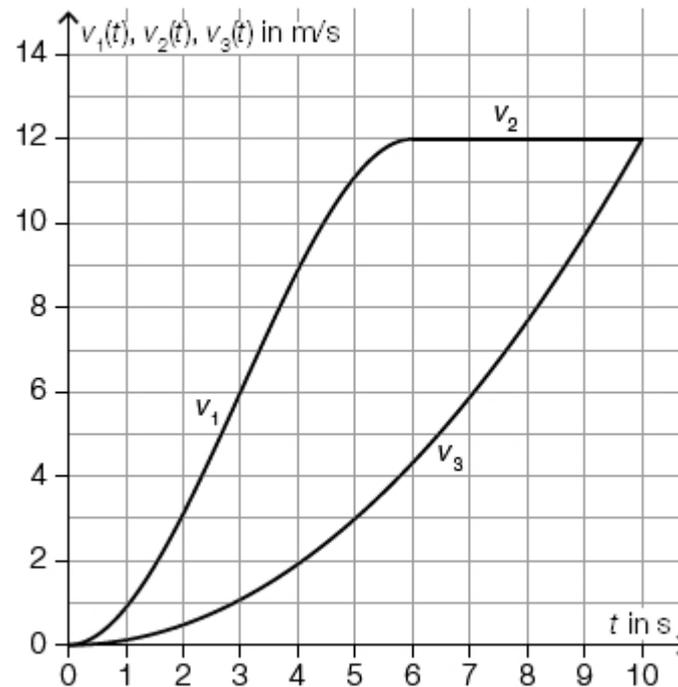
- 1) Berechnen Sie die durchschnittlichen CO₂-Äquivalente \bar{e} (in Tonnen pro Person) für den gesamten in der obigen Tabelle angeführten Teil der EU.

$\bar{e} =$ 7,89 Tonnen pro Person [0/1 P]

The image shows a sequence of steps in a spreadsheet application to calculate the average CO₂ equivalent per person:

- Data Table:** A table with 5 rows and 3 columns. Column 1 contains row numbers (1-5). Column 2 (list1) contains population values: 11.2, 66.4, 60.8, 0.6, 16.9. Column 3 (list2) contains CO₂ equivalent values: 11.9, 6.8, 7, 18.5, 12.3.
- Calc Menu:** The 'Calc' menu is open, showing 'Eindim. Variable'.
- Berechnung einst. Dialog:** A dialog box where 'Eindim. Variable' is selected. The 'X-List' is set to 'list2' and the 'Häufigk:' (frequency) is set to 'list1'.
- Stat. Berechnung Dialog:** A dialog box showing statistical results. The mean \bar{x} is calculated as 7.8856318, which is highlighted with a red box.

Aufgabe 27 – Zeit-Geschwindigkeit



Aufgabe 27 (Teil 2, Best-of-Wertung)

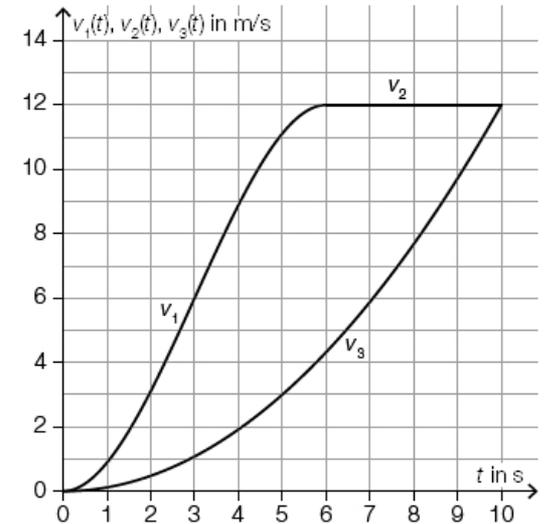
Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm

Die Geschwindigkeiten von 2 PKWs (PKW A und PKW B) werden als Funktionen in Abhängigkeit von der Zeit modelliert. Im unten stehenden Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm sind die zugehörigen Graphen dargestellt. Die Zeit t wird in Sekunden angegeben, die Geschwindigkeiten werden in m/s angegeben.

PKW A und PKW B starten zum Zeitpunkt $t = 0$ aus dem Stillstand. Sie haben beide zum Zeitpunkt $t = 10$ eine Geschwindigkeit von 12 m/s.

PKW A bewegt sich für $t \in [0; 6]$ mit der Geschwindigkeit $v_1(t)$ und für $t \in [6; 10]$ mit der konstanten Geschwindigkeit $v_2(t)$.

PKW B bewegt sich für $t \in [0; 10]$ mit der Geschwindigkeit $v_3(t) = 0,12 \cdot t^2$.



Aufgabenstellung:

- a) Im Zeitintervall $[0; 6]$ legt PKW A eine Strecke von 36 m zurück.
Im Zeitintervall $[0; t_1]$ mit $6 \leq t_1 \leq 10$ legt PKW A eine Strecke mit der Länge d zurück (d in m).

- 1) Geben Sie d in Abhängigkeit von t_1 an.

$$d = \underline{36 + 12 \cdot (t_1 - 6)}$$

Im Zeitintervall $[0; 10]$ legt PKW A eine längere Strecke als PKW B zurück.

- 2) Berechnen Sie, um wie viele Meter diese Strecke länger ist.

A: Die Strecke ist um 44 m länger.

0.5 1/2 $\int dx$ $\int dx$

$$36 + 12 \times (10 - 6) - \int_0^{10} 0.12 t^2 dt$$

44

b) Für PKW A gilt:

- Zum Zeitpunkt $t = 6$ beträgt die Geschwindigkeit 12 m/s.
- Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt die Beschleunigung 0 m/s^2 .
- Zum Zeitpunkt $t = 3$ hat die Beschleunigung ihren maximalen Wert.

Für die Funktion $v_1: [0; 6] \rightarrow \mathbb{R}$ gilt:

$$v_1(t) = p \cdot t^3 + q \cdot t^2 + r \cdot t \text{ für alle } t \in [0; 6] \text{ mit } p, q, r \in \mathbb{R}$$

- 1) Stellen Sie ein Gleichungssystem mit 3 Gleichungen auf, mit dem die Koeffizienten p, q und r berechnet werden können.

[0/½/1 P.]

$$\text{I: } v_1(6) = 12$$

$$\text{II: } v_1'(0) = 0$$

$$\text{III: } v_1''(3) = 0$$

Nicht mehr gefragt, aber schön zu bestimmen:

Define $v(t) = p \cdot t^3 + q \cdot t^2 + r \cdot t$ done

Define $v1(t) = \frac{d}{dt}(v(t))$ done

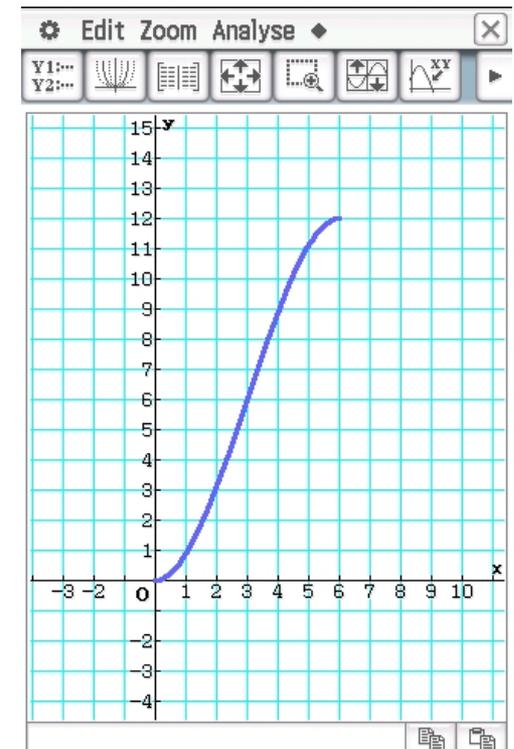
Define $v2(t) = \frac{d}{dt}(v1(t))$ done

$$\begin{cases} v(6) = 12 \\ v1(0) = 0 \\ v2(3) = 0 \end{cases} \Big|_{p, q, r}$$
$$\left\{ p = -\frac{1}{9}, q = 1, r = 0 \right\}$$

Define $g(t) = v(t) \mid \left\{ p = -\frac{1}{9}, q = 1, r = 0 \right\}$ done

Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5

$y1 = g(x) \mid 0 \leq x \leq 6$



Aufgabe 28 – Würfelspiel



Quelle: pixabay – lizenzfrei

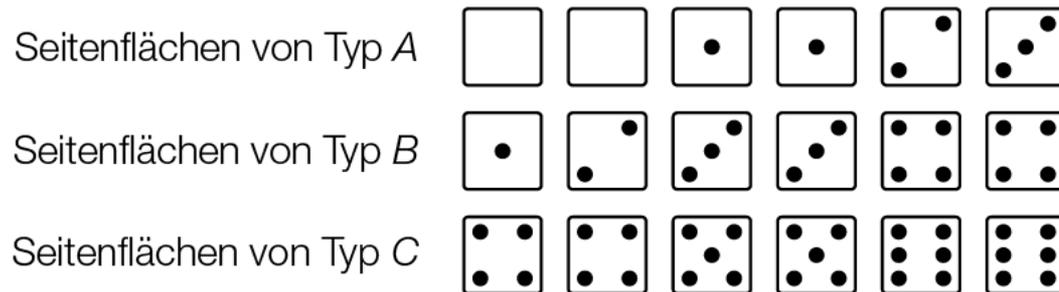


Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Würfelspiel

Bei einem Würfelspiel werden verschiedene Würfel mit jeweils 6 Seitenflächen verwendet. Bei allen verwendeten Würfeln tritt bei jedem Wurf jede Seitenfläche mit der gleichen Wahrscheinlichkeit wie jede der anderen Seitenflächen auf. Die Ergebnisse verschiedener Würfe sind voneinander unabhängig.

Es werden die 3 Würfeltypen *A*, *B* und *C* verwendet. In der nachstehenden Abbildung sind deren Seitenflächen dargestellt.



b) Die Zufallsvariable X_A bzw. X_B bzw. X_C gibt die Augenzahl beim Wurf eines Würfels vom Typ A bzw. B bzw. C an. Eine dieser drei Zufallsvariablen hat einen ganzzahligen Erwartungswert.

1) Geben Sie diesen ganzzahligen Erwartungswert an. **Exemplarisch für X_C** [0/1 P.]

The screenshot shows the TI-84 Plus calculator interface. The 'Eindim. Variable' dialog box is open, and the value 5 is entered for the mean (\bar{x}). The 'Berechnung einst.' dialog box is also open, with 'list1' selected for the X-List and 'list2' selected for the Häufigk. (frequency) list. The 'Eindim. Variable' summary window shows the calculated mean as 5, along with other statistics like $\sum X$, $\sum X^2$, σ_x , S_x , n , $\min X$, Q_1 , and Med .

A: $E(X_C)=5$

Die beiden anderen Zufallsvariablen haben die gleiche Standardabweichung.

2) Berechnen Sie diese Standardabweichung. **Exemplarisch für X_A** [0/1 P.]

The screenshot shows the TI-84 Plus calculator interface. The 'Eindim. Variable' dialog box is open, and the value 1.1666667 is entered for the mean (\bar{x}). The 'Berechnung einst.' dialog box is also open, with 'list1' selected for the X-List and 'list2' selected for the Häufigk. (frequency) list. The 'Eindim. Variable' summary window shows the calculated standard deviation (σ_x) as 1.0671874, along with other statistics like $\sum X$, $\sum X^2$, and S_x .

A: $\sigma_x=1,067$