CASIO forum

Schul- und Grafikrechner • Ausgabe 1/2021

Inhalt

- Editorial — Seite 1
- Eine Schildkröte für den FX-CG50 — Seite 1
- Temperaturmessung mit einem Microcontroller — Seite 2
- Statistische Datenauswertung zur Space-Shuttle-Katastrophe 1986 — Seite 4
- Digitale Chancen — Seite 5
- 41 Corona-Tote wegen eines Champions-League-Spiels? — Seite 6
- Gemeinsam online lernen — Seite 7
- Rätselecke — Seite 7
- Ähnlichkeit als durchgängiges Konzept für einen digital gestützten Geometrieunterricht — Seite 8
- Anmerkungen zum Artikel „Auswertung von Daten zur Corona-Pandemie im Unterricht“ — Seite 9
- Das Mathematik-Lehr-Netzwerk MaLeNe — Seite 10
- Warum CAS? — Seite 11
- Lehrer-Info-Service und Impressum — Seite 12

Editorial

Liebe Lehrerinnen und Lehrer,

im neuen CASIO forum findet sich, wie nicht anders zu erwarten, noch einmal das Thema Corona – ein Leserbrief greift die Corona-Datenauswertung der letzten Ausgabe auf, die MaLeNe-Vorstellung erörtert u.a. die Entwicklungen, die sich aus dem zeitweiligen Fernunterricht ergeben haben, und der Superspreader-Beitrag stellt eine gelungene Dateninterpretation vor.

Doch auch Pandemie-Müde kommen auf ihre Kosten. Die Titelgeschichte zeigt eine Möglichkeit, spielerisch in die Erstellung von Algorithmen einzuführen. Eine neue Möglichkeit der Messwerterfassung wird vorgestellt, und eine Untersuchung der Daten des Challenger-Absturzes von 1986. Nicht nur mathematisch interessant ist die Betrachtung linearer Regressionen als Anwendung der analytischen Geometrie und der Äquivalenz als Spezialfall der Ähnlichkeit. Einfache Aufgabenstellungen, die zu erstaunlich großen Problemen werden, sind bei allen Mathematikern gern gesehen. Ein Beispiel findet sich im Rätsel.

Einen Überblick über Support-Angebote finden Sie auf unserer Internetseite. Über Rückmeldungen zur Umsetzung der Aufgaben im Unterricht oder Anregungen zu bestimmten Themen freuen wir uns! Ihre Beiträge für die nächste Ausgabe, egal ob sie die Pandemie mathematisch betrachten oder andere Fragen aufgreifen, sind immer herzlich willkommen, gern als E-Mail an education@casio.de.

Ihr Redaktionsteam

Aufgabenbeispiel

Eine Schildkröte für den FX-CG50

Autor: Dr. Wolfgang Ludwicki, Tangermünde

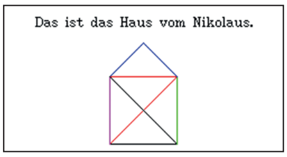
Für Python auf dem FX-CG50 gibt es ein Modul turtle.py, das nach dem Import genutzt werden kann, wenn vorher das casioplot-Modul eingebunden wurde.

Mit den Befehlen aus turtle kann eine Schildkröte über das Zeichenfenster bewegt werden, die dabei Spuren hinterlässt, die schließlich Zeichnungen ergeben.

Das Zeichenfenster der Schildkröte ist ein Rechteck, dessen Eckpunkte die Koordinaten links oben (-200| 100), links unten (-200| -100), rechts unten (200| -100), rechts oben (200| 100) haben.
Es folgt eine Zusammenstellung der Befehle der CASIO-turtle. Der Befehlsumfang des turtle-Moduls, das normalerweise zu Python gehört, ist noch umfangreicher.

Fortsetzung auf Seite 2

Zunächst ein Beispiel für die Anwendung der CASIO-turtle:
Mit den Befehlen `from casioplot import *` und `from turtle import *` werden die Module casioplot und turtle eingebunden und alle ihre Befehle bereitgestellt.




```
from casioplot import *
from turtle import *
shape("turtle")
speed("slowest")
penup()
goto(-50,-75)
pendown()
forward(60)
pencolor("green")
left(90)
fd(60)
lt(135)
pencolor((1,0,0))
fd(60*sqrt(2))
rt(135)
pencolor("magenta")
fd(60)
rt(90)
pencolor("red")
fd(60)
lt(135)
pencolor((0,0,1)
fd(30*sqrt(2))
lt(90)
fd(30*sqrt(2))
lt(90)
pencolor((0,0,0))
pu()
goto(-100,40)
write("Das ist das Haus vom Nikolaus.")
```

Die Befehle der CASIO-turtle

shape(*name*)	*name* = "classic" oder "turtle", setzt die Gestalt der Turtle auf die Gestalt mit dem angegebenen *name*.
forward(*distance*), fd(*distance*)	Bewegt Turtle vorwärts um *distance*.
back(*distance*), bk(*distance*)	Bewegt Turtle rückwärts um *distance*.
left(*angle*), lt(*angle*)	Dreht Turtle nach links (mathematisch positiver Drehsinn) um *angle* DEG.
right(*angle*), rt(angle)	Dreht Turtle nach rechts (mathematisch negativer Drehsinn) um *angle* DEG.
goto(x, y), setpos(x, y), setposition(x, y)	Bewegt die Turtle auf die Position (x|y)
circle(*radius,extent*)	Zeichnet einen Kreis(bogen) mit gegebenem *radius*. Der Kreismittelpunkt ist *radius* Einheiten links von der Turtle, wenn *radius*>0 ist, andernfalls rechts von der Turtle. Der Winkel *extent* gibt an, welcher Teil des Kreises gezeichnet wird. Wenn *extent* fehlt wird ein voller Kreis gezeichnet.
setx(x)	Setzt Turtle auf x-Koordinate, y bleibt unverändert.
sety(y)	Setzt Turtle auf y-Koordinate, x bleibt unverändert.
write(*text*)	Schreibt den *text* an die aktuelle Position.
home()	Setzt Turtle in die Mitte des Fensters mit Richtung nach rechts.
clear()	Löscht die Zeichnung der Turtle vom Grafikfenster. Die Turtle wird nicht bewegt.
reset()	Löscht Zeichnung der Turtle vom Grafikfenster. Setzt die Turtle in den Mittelpunkt des Fensters und alle Attribute auf ihre Anfangswerte (mit Ausnahme der Turtle-Gestalt).
penup(), pu()	Hebt den Zeichenstift (Spur unsichtbar).
pendown(), pd()	Setzt Zeichenstift ab (Spur sichtbar).
pencolor(*farbe*)	Legt Stiftfarbe auf *farbe* fest. colornames={"black":(0,0,0),"blue":(0,0,1), "green":(0,1,0),"red":(1,0,0),"cyan":(0,1,1), "yellow":(1,1,0),"magenta":(1,0,1), "white":(1,1,1),"orange":(1,0.65,0), "purple":(0.66,0,0.66),"brown":(0.75,0.25,0.25), "pink":(1,0.75,0.8),"grey":(0.66,0.66,0.66)}
showturtle(), st()	Zeigt die Turtle.
speed(*speed*)	Setzt die Turtle-Geschwindigkeit. speedwords = {'fastest':0, 'fast':10, 'normal':6, 'slow':3, 'slowest':1 }
distance(x, y)	Gibt die Entfernung der Turtle zum Punkt (x|y) zurück.
heading()	Gibt die Richtung der Turtle zurück.
towards(x, y)	Gibt die Richtung (in DEG) zur Position (x|y) zurück

Messwerterfassung

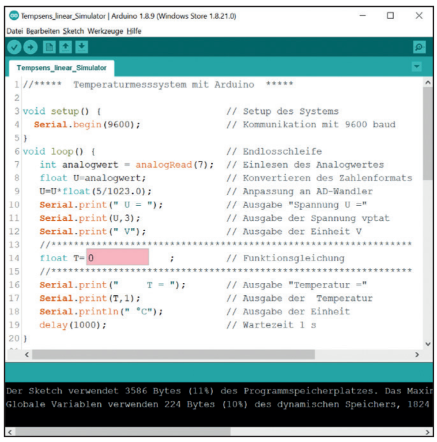
Temperaturmessung mit einem Microcontroller

Autor: Ralf Hoheisel, BBS-ME Hannover

Microcontroller werden in nahezu allen technischen Bereichen eingesetzt, unter anderem um Daten zu erfassen und Prozesse zu steuern. Insbesondere die Erfassung von physikalischen Größen mit entsprechenden Sensoren (Temperatur, Druck, Strecken, …) und deren Kennlinien eignen sich im Mathematikunterricht, um Lernenden die Notwendigkeit von mathematischen Modellierungen plausibel zu machen. In diesem Beitrag sollen am Beispiel der Lernsituation „Temperaturmessung mit einem Microcontroller“ ein problemorientierter Einstieg in das Thema „Lineare Funktionen“ vorgestellt sowie weite Teile der Thematik, Übungsphasen und mögliche Erweiterungen erläutert und diskutiert werden.

Idealerweise ist die Hardware bestehend aus dem Microcontroller (Arduino-Nano) und dem Temperatursensor TMP01 (Abb. 4) verfügbar, die insgesamt für unter 10 Euro beschafft werden können.

Alternativ eignet sich ein Arduino-Simulator (Abb. 1), der unter folgender Adresse erreichbar ist:
https://bit.ly/2ZoN6ku



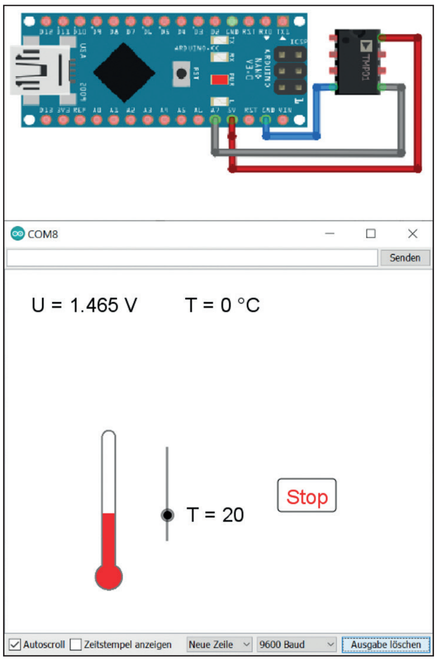


Abb. 1: Arduino-Simulator, im hellrot hinterlegten Feld kann die Funktionsgleichung eingetragen werden, mit dem Schieberegler T kann die Umgebungstemperatur verändert werden.

Handlungssituation:
Als Mitarbeiter eines Ingenieurbüros werden Sie um Hilfe bei der Vervollständigung eines Temperaturmesssystems bestehend aus einem Arduino-Microcontroller und einem Temperatursensor vom Typ TMP01 gebeten. Das Temperaturmesssystem ist technisch bereits fertig aufgebaut und teilweise programmiert und zeigt schon die vom Temperatursensor gemessene Spannung an.

Um das Programm zu vervollständigen, fehlt allerdings die entscheidende Formel, mit der aus der Spannung die Temperatur berechnet werden kann.

Ihre Aufgabe ist es, diese Formel zu entwickeln, das Programm zu vervollständigen und zu testen.

Die Lernenden werden nun aufgefordert, Ideen zur Problemlösung zu entwickeln. Hierbei gibt es (mindestens) zwei Möglichkeiten:

- Es werden definierte Temperaturen erzeugt (z.B. in einem Wärmeschrank mit geeichtem Thermometer) und die vom Sensor gemessene Spannung wird notiert – was ein aufwendiges, aber z.B. in Kooperation mit dem Physikunterricht durchaus gewinnbringendes Verfahren sein kann.
- Im Datenblatt des Sensors wird nach entsprechenden Angaben gesucht (im Sinne von Medienkompetenz obliegt es dem Lernenden, das entsprechende Datenblatt im Netz zu finden und zu analysieren). https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/tmp01.pdf

Auf Seite 9 des Datenblattes ist die in Abb. 2 gezeigte Darstellung zu finden.

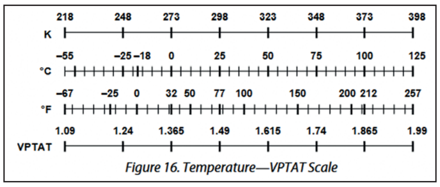


Abb. 2: Wertetabelle aus dem Datenblatt (TMP01)

Aufgrund der Werte in der unteren Zeile ist zu erkennen, dass es sich um die Spannung des Sensors handeln muss. Dies ist auch deshalb plausibel, da wegen der Umgebungstemperatur von etwa 20 °C eine Spannung von ca. 1,45 V erwartet wird. Falls noch nicht thematisiert, sollte hier der Hinweis erfolgen, dass es sich in obiger Darstellung um eine Wertetabelle handelt und damit um eine der möglichen Arten, einen funktionalen Zusammenhang zu beschreiben.
Ziel ist es, diesen funktionalen Zusammenhang mittels einer Zuordnungsgleichung (Funktionsgleichung) zu beschreiben, um die entsprechende Programmzeile zu vervollständigen. Um den Funktionstyp zu ermitteln, ist es hilfreich, den Sachverhalt zunächst grafisch darzustellen. Der lineare Zusammenhang wird wegen der Dezimalzahlen vermutlich nicht sofort erkannt. Im Zuge der grafischen Darstellung kann, je nach Vorkenntnissen, über Koordinatensysteme, unabhängige und abhängige Größen, Skalierung und Achsenbeschriftungen diskutiert werden.
Die gesuchte Funktionsgleichung kann nun auf mehreren Wegen gefunden werden, abhängig vom didaktischen Schwerpunkt. Exemplarisch sei hier die Verwendung des ClassPad II mittels Regression dargestellt (Abb. 3).

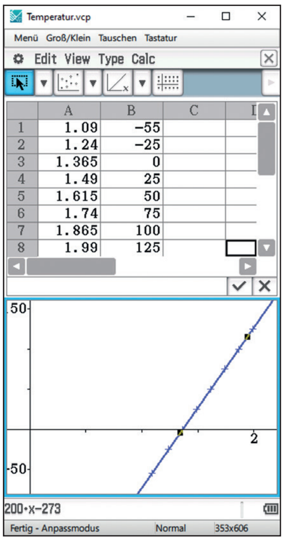


Abb. 3: Wertetabelle, Scatter-Grafik, Regressionsgrade und Funktionsterm mit dem ClassPad II

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet: $f(x) = 200 \cdot x - 273$, bzw. – mit Bezug auf den technischen Sachverhalt: $T = 200 \cdot U - 273$.

Die erhaltene Gleichung wird jetzt in den Programmcode eingefügt, das Programm übertragen und ausgeführt (ggf. unter Verwendung des Arduino-Simulators). Die Richtigkeit der Berechnungen wird jetzt offensichtlich. Variationen in der Temperatur werden durch Erwärmen oder Abkühlen des Sensors direkt realisiert.

Mit diesem Handlungsergebnis wäre die Lernsituation eigentlich abgeschlossen, wenn nicht die Tabelle aus dem Datenblatt dazu auffordern würde, auch die anderen Skalen zu erkunden.

Die mit der in Abbildung 2 dargestellten Tabelle möglichen Anschlusshandlungen seien hier nur kurz aufgeführt:

- Berechnung von Funktionswerten und Abszissenwerten.
- Berechnung der Nullstelle.
- Berechnung und Programmierung der °F-Skala.
- Berechnung und Programmierung der Kelvin-Skala (Ursprungsgerade).
- Umrechnung von °C in °F und umgekehrt (durch Ausblenden der Achsenbeschriftungen kann an dieser Stelle die Umkehrfunktion thematisiert werden).
- Berechnung der Temperatur, bei der die Temperaturangabe in °C und in °F den gleichen Wert hat (mathematisch ist $x = 200 \cdot x - 273$ zu lösen, was dem Schnittpunkt mit der ersten Winkelhalbierenden entspricht, $-40°C = -40°F$).

Mithilfe dieser Lernsituation lässt sich ein erheblicher Teil der Thematik „Lineare Funktionen" erarbeiten.

Bei Verwendung von weiteren Temperatursensoren können zusätzliche mathematische Inhalte transportiert werden. Ohne Herleitung werden hier die Funktionsgleichungen für die folgenden Temperatursensoren angegeben:

- Temperatursensor PT1000
  $T = \frac{-260 \cdot U}{U-5} - 260$
- Temperatursensor NTC
  $T = -21{,}141 \cdot ln\left(0{,}3124 \cdot \frac{U}{U-5}\right)$

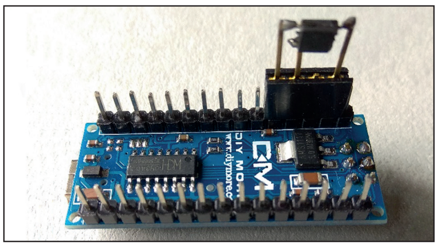


Abb. 4: Microcontroller Arduino-Nano mit dem Temperatursensor TMP01

Statistische Datenauswertung zur Space-Shuttle-Katastrophe 1986

Autor: Prof. Dr. Ludwig Paditz, HTW Dresden

In diesem Artikel wird an die Space-Shuttle-Katastrophe am 28.01.1986 erinnert, ausgelöst durch defekte Gummidichtungen bei einer der Starterraketen.

Der Start der Challenger war bereits wegen schlechtem Wetter mehrfach verschoben worden und wurde nun trotz Warnhinweisen des Herstellers der Starterraketen bei einer Temperatur von *31°F = -0.6°C* durchgeführt. Alles sah zunächst nach einem Bilderbuchstart aus. Doch nach genau 73 Sekunden geschah das Unfassbare. In 15 Kilometern Höhe brach das Space Shuttle plötzlich auseinander und explodierte. Die Ermittlungen der NASA ergaben, dass ein kältebedingtes Versagen eines oder mehrerer Dichtungsringe in einer der Feststoffraketen Ursache der Katastrophe war.

Offenbar waren die Dichtungen in der Kälte spröde geworden. Keines der sieben Besatzungsmitglieder überlebte das Unglück, unter ihnen eine Lehrerin, die einen US-weiten Wettbewerb für einen Mitflug gewonnen hatte.

Drei Jahre nach dem Unglück, 1989, wurde Datenmaterial veröffentlicht, das bereits vor 1986 vorlag und einen eindeutigen Hinweis darauf gibt, dass es grob fahrlässig ist, bei leichtem Frost oder zu kaltem Wetter das Space Shuttle zu starten.

Originalvideo vom Start:
https://www.youtube.com/watch?v=j4JOjcDFtBE

Die verfügbaren Daten:
Quelle: „Statistics: From Data to Decision“ (2. Aufl. 2011), A.E. Watkins, R.L. Scheaffer, G.W. Cobb, ISBN: 978-04704-5851-8, s. S.162, vgl. auch G. Faes: „Datenanalyse mit Julia“, s. S.219, (1. Aufl. 2019)

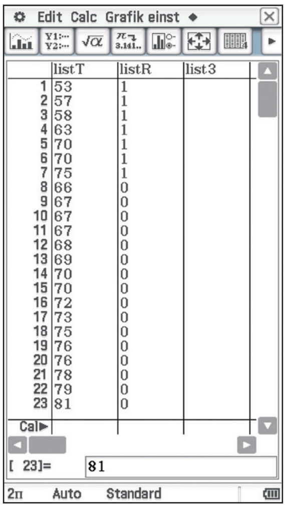
Originalquelle der Daten: S.R. Dalal et al. „Risk Analysis of the Space Shuttle: Pre-Challenger Prediction of Failure“ Journal of the American Statistical Association, Vol.84 (1989), pp. 945-957.

Es lagen seit 1981 bis zum Start der kurz darauf explodierten Challenger bereits folgende Daten vor:

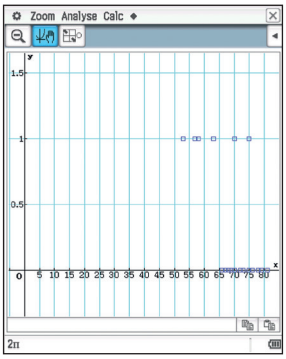
Liste der Umgebungs-Temperaturen (in Grad Fahrenheit)
listT: = {53, 57, 58, 63, 70, 70, 75, 66, 67, 67, 67, 68, 69, 70, 70, 72, 73, 75, 76, 76, 78, 79, 81}

Die zugeordnete Liste der aufgetretenen Defekte:
Der Zustand der Gummidichtringe wird im Weiteren wie folgt kodiert:
0 ... keine Defekt
1 ... ein oder mehrere Defekte
listR: = {1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0}

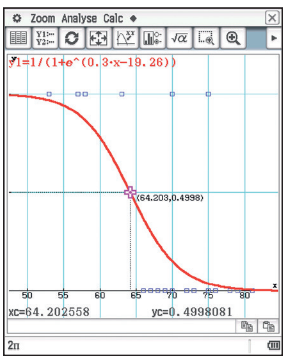
Eingabe der Daten im Statistik-Editor:



Grafische Darstellung der Datenpunkte *(listT, listR)*:

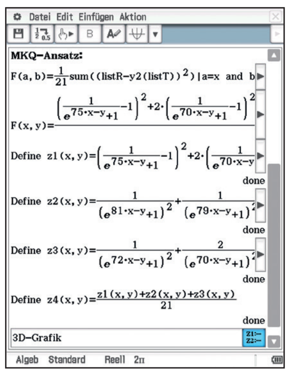


Die Zielstellung der Datenauswertung besteht in einer (binären) logistischen Regression, etwa entsprechend der folgenden grafischen Darstellung:



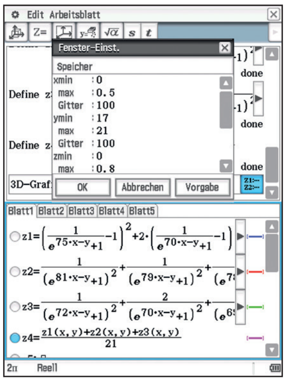
Die rot dargestellte Regressionsfunktion ist eine sogenannte Schwanenhalsfunktion $y=f(x)$ mit $1>f(x)>0$, welche sich der binären Punktwolke optimal annähern soll. Der Wendepunkt liegt bei $f(x)=0,5$ mit $x=64,2\,(°F)$. Damit ergibt sich folgende Interpretation: Für $x<64,2$ ist die Wahrscheinlichkeit größer, dass ein Dichtungsring versagt (zu niedrige Umgebungstemperatur). Für $x>64,2$ ist die Wahrscheinlichkeit größer, dass ein Dichtungsring durchhält (ausreichend hohe Umgebungstemperatur). Je höher die Umgebungstemperatur (in °F) ausfällt, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Gummidichtring spröde wird und undicht ist.

Das Unglück geschah bei einer Umgebungstemperatur von $x=31,0\,°F$ (d.h. $-0,6\,°C$, leichter Frost). Bei so niedriger Temperatur gab es bisher keine Challenger-Starts und auch keine Daten zum Verhalten der Dichtungsringe. Die Warnungen des Raketenherstellers wurden ignoriert, da der Start schon mehrfach verschoben worden war.
Die folgenden Überlegungen bestehen darin, die optimale Regressionsfunktion zu ermitteln. Ansatzfunktion $y=f(x)=1/(1+e^{\wedge}(a*x-b))$, $a>0$, $b>0$.
Die Suche nach den optimalen Parametern a und b erfolgt über die Methode der kleinsten Quadrate *(MKQ)*:
$F(a,b)=sum((listR-f(listT))^{\wedge}2)/21 \text{ -> } min$ bzgl. a, b
Die Normierung von $F(a,b)$ mit 21 ergibt sich aus der Dimension von *listR* und *listT*: $dim(listT)=dim(listR)=n=23$. Normiert wird mit n-2, da im Ansatz 2 Parameter auftreten. Die einfachste Lösung der Aufgabe ergibt sich durch Untersuchung der gekrümmten Fläche $z4(x,y)=F(x,y)$ als 3D-Grafik und Ermittlung des absoluten Minimums dieser Fläche durch Abtasten mit dem Cursor entlang des Liniennetzes, welches die Fläche visualisiert. Da fünf Datenpunkte mehrfach auftreten, hat die Zielfunktion $F(a,b)$ lediglich 18 Summanden. Weil die Länge einer Eingabezeile limitiert ist, wird die Zielfunktion über drei Anteile mit jeweils 6 Summanden definiert.

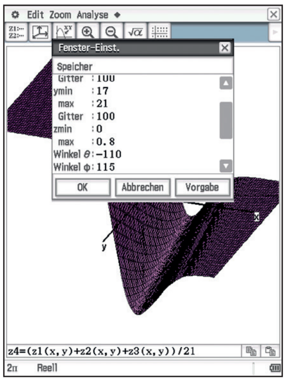


Fortsetzung: Statistische Datenauswertung …

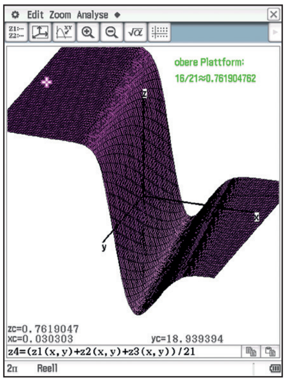
Die Einstellung des Betrachtungsfensters wird experimentell ermittelt. Die gesuchten Parameter a und b sind jetzt mit x und y bezeichnet:



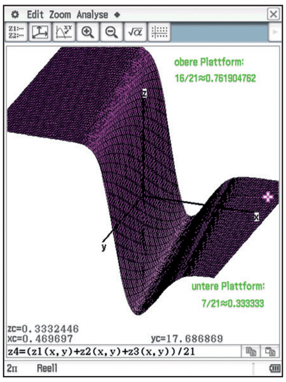
Für eine optimale Ansicht wird die 3D-Grafik passend gedreht. Betrachtungswinkel: $Theta = -110°, Phi = 115°$



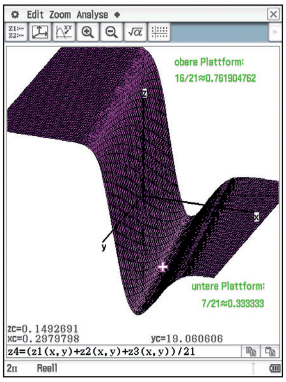
Diskussion der sichtbaren gekrümmten Fläche:
Bei einer ungünstigen Parameterwahl (z.B. $x = a = 0.03, y = b = 18.94$) liegt der Schwanenhals zu weit rechts in der Punktwolke und es entstehen zu den 16 unten liegenden Datenpunkten jeweils die Abstände 1, d.h. $F(a, b) = 16/21$.



Weitere Diskussion der sichtbaren gekrümmten Fläche:
Bei einer anderen Parameterwahl (z.B. $x = a = 0.47$, $y = b = 17.69$) liegt der Schwanenhals zu weit links in der Punktwolke und es entstehen zu den 7 oben liegenden Datenpunkten jeweils die Abstände 1, d.h. $F(a, b) = 7/21 = 1/3$.



Das absolute Minimum wird durch ein Abtasten der Fläche mit dem Cursor entlang des Liniennetzes erreicht. Es liegt in dem sich auftuenden Graben: $min(F(a, b)) = 0.14927$ bei $a = 0.298$, $b = 19.06$.

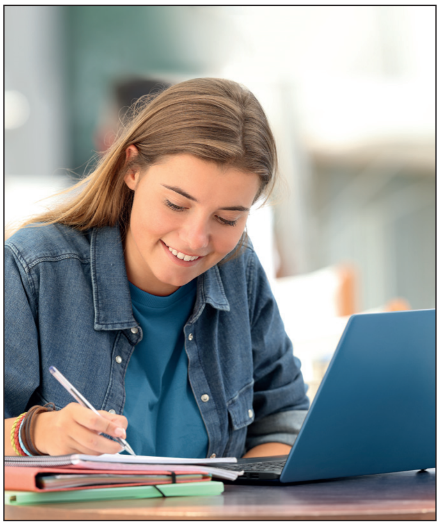


Nach dem Verlust der Challenger verblieben die Shuttles mehr als zweieinhalb Jahre am Boden. Diese Zeit war notwendig, um alle Schwachstellen zu finden und zu beseitigen. Erst am 29.9.1988 startete die Discovery wieder zu einer Mission. In der Folge beförderten die Space Shuttles große Observatorien (Compton, Hubble), Planetensonden (Galileo, Ulysses, Magellan) und glänzten mit spektakulären Reparaturmissionen (Hubble Service Mission 1, Intelsat VI F2 Reparatur).

Ausblick

Digitale Chancen:

https://classpad.academy



Mathematikunterricht mit digitalen Elementen zu bereichern ist schon lange ein Thema in unserer vernetzten Welt. Viele Lehrer kennen inzwischen konkrete Software, haben damit unterrichtet und können Hürden und Lernchancen einschätzen.

CASIO hat große Erfahrung darin, den Mathematikunterricht mit leicht zugänglichen Werkzeugen zu unterstützen, und bietet jetzt die umfangreiche neue Entwicklung ClassPad.learning an. Mit diesem plattformunabhängigen Lernsystem können Schüler selbstständig lernen und üben und werden automatisch Schritt für Schritt mit Lernhinweisen korrigiert. Analoge Hausaufgabenkontrolle entfällt, denn die Lernentwicklung wird digital dokumentiert und kann detailliert analysiert werden. Der gesamte Lernbereich von Grundschule bis zum Abitur ist abgedeckt.

Falls Sie noch kein Learning Management System an Ihrer Schule nutzen, bietet ClassPad.academy grundlegende Klassenraumfunktionen für Dokumente und Klassenkommunikation.

Lernen Sie die Lernchancen von ClassPad.learning in einem Casio-Online-Seminar kennen.

www.casio-schulrechner.de/online-seminar/

41 Corona-Tote wegen eines Champions-League-Spiels?

Fake News, Modellrechnung oder nur eine grobe Schätzung?

Autor: Antonius Warmeling, ehem. Fichte-Gymnasium, Hagen

So oder ähnlich lauteten Ende Mai die Schlagzeilen in vielen Medien. Grundlage war ein Artikel in der Sunday Times, die u.a. über eine Studie der Datenanalysefirma Edge Health berichtete. Die Wissenschaftler dort behaupteten, dass infolge des Champions-League-Spiels vom 11.3.2020 (FC Liverpool gegen Atlético Madrid) 41 Menschen an Corona gestorben seien.

Auf der Website von Edge Health, die den NHS Foundation Trust (National Health System) berät, ist die Methodik beschrieben. Es seien die Corona-Toten in einem Krankenhaus nahe der Enfield Road (Stadion) in einem Zeitraum nach dem CL-Spiel mit denen eines Referenz-Krankenhauses in der Nähe von Manchester verglichen worden. Die Daten seien verfügbar („on request"). Und tatsächlich traf eine Woche später als Reaktion auf eine Mail-Anfrage eine csv-Datei mit den Corona-Toten/Tag in allen Krankenhäusern des NHS ein. Für den Start war das sehr hilfreich. Die notwendigen Daten sind – wie jetzt bekannt – auch anders zugänglich.

Warum gerade dieses Krankenhaus?
Die Liste der Hospitäler enthält 2 Krankenhäuser in Liverpool, von denen das Herzzentrum wenig mit Corona-Fällen zu tun hatte, wie die Zahlen beweisen. Übrig bleibt das Liverpool University Hospital, mit 1.634 Betten eines der größten Krankenhäuser in der Region. Es ist sehr wahrscheinlich, dass mindestens die Fans aus Liverpool bei Corona-Beschwerden dort eingeliefert wurden. Auch das Referenz-Krankenhaus ist gut gewählt, weil es nord-westlich von Manchester liegt. Diese Stadt hat bekanntlich zwei eigene europaweit agierende Fußballvereine. Es ist zu erwarten, dass dort kaum Liverpool-Fans zu finden sind. Und das CL-Spiel von Manchester City wurde wegen des Lockdowns erst im August nachgeholt. Daher ist ein Vergleich dieser beiden Krankenhäuser gut geeignet, eine datenbasierte Schätzung zu den durch das CL-Spiel verursachten Covid-19-Toten vorzunehmen.

Wann kann mit Toten infolge des Fußballspiels gerechnet werden?
Das Spiel fand am 11.3.2020 mit 52.000 Zuschauern statt, darunter 3.000 aus Spanien. Für diese Zeit gab es nach Schätzungen des Imperial College London in Großbritannien etwa 100.000 Infizierte, von denen einige im Stadion gewesen sein könnten. Da die Fan-Gruppen stark getrennt wurden, können die spanischen Gäste für diese Überlegungen vernachlässigt werden. Wenn die Daten des Robert-Koch-Instituts (RKI) zugrunde gelegt werden, so finden sich getestete Infizierte etwa 14 Tage nach der Ansteckung in den Melderegistern wieder. Für die schweren Krankheitsverläufe findet dann auch schon bald die Einweisung in ein Krankenhaus statt, wo die Erkrankten ggf. ein bis drei Wochen beatmet werden. Daraus lässt sich ableiten, dass Corona-Tote infolge des Spiels etwa ab dem 21. bis 35. Tag danach auftreten müssten, also zwischen dem 1. und dem 15. April 2020.

Die Datenlage
Die zur Verfügung stehenden Daten liefern lückenlose Fallzahlen ab dem 1. März 2020. Für diesen Tag beginnt mit $t = 1$ die Zeitrechnung; denn mit der Anzahl von Tagen kann einfacher gearbeitet werden als mit Datumsangaben.

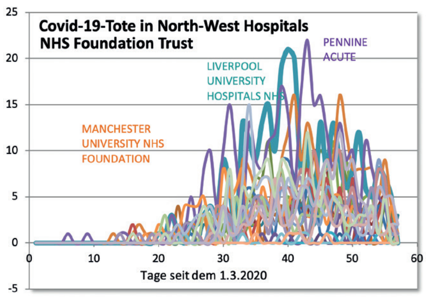


Abb. 1: Entwicklung der Covid-19-Todesfälle in allen Krankenhäusern der Region North-West

Einen ersten Überblick über die Entwicklung der Totenzahlen in allen Krankenhäusern der Region North-West liefert die Abb. 1. Sie zeigt deutlich, dass dort drei Hospitäler besonders hervorstechen. Neben dem Liverpool University Hospital werden auch in zwei sehr großen Häusern in bzw. um Manchester stark erhöhte Corona-Toten-Zahlen notiert. Da hier nicht allzu viele Liverpool-Fans zu erwarten sind, könnten diese Steigerungen durch eine andere Großveranstaltung (Manchester Derby) verursacht sein.
Für die weiteren Berechnungen werden Daten aus der cvs-Datei in die Tabellenkalkulation des ClassPad-Managers importiert. Weil das Arbeiten mit Listen einfacher ist, werden die Zahlen anschließend zeilenweise markiert und über Datei → Export → Liste in entsprechende Listen überführt.

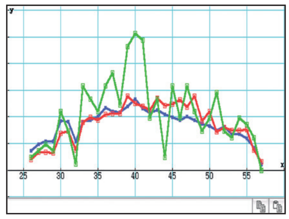


Abb. 2: Anzahl der täglichen Covid-19-Toten pro 10.000 Betten in England (blau), der Region North-West (rot) und dem Liverpool University Hospital vom 26.3. (Tag 26) bis zum 26.4. (Tag 57). Die y-Achse ist in ein 25er-Raster geteilt.

Nur der normale Anstieg?
Überall in England steigen in dem fraglichen Zeitraum die Zahlen der an Covid-19 Verstorbenen stark an. Um zu prüfen, ob es trotzdem einen außergewöhnlichen Anstieg im Liverpool University Hospital gab, werden die Totenzahlen auf 10.000 Betten normiert. So werden die Entwicklungen in England (128.935 Betten), der Region North-West (18.926 Betten) und dem Liverpool University Hospital (1.634 Betten) vergleichbar.
Die Abb. 2 zeigt, dass es im Zeitraum vom 2. – 10. April in dem Liverpooler Hospital deutlich mehr Tore gab als in England und auch in der Region North-West. Das sind 22 bis 30 Tage nach dem Spiel. Es passt zur zeitlichen Abschätzung. Die Differenz der normierten Zahlen für England und das Liverpooler Hospital beträgt für diese Zeitspanne 304 Tote pro 10.000 Betten, das entspräche 50 Toten mehr in Liverpool. Das ist eine erste eigene Schätzung für die Covid-19-Toten nach dem CL-Spiel. Abb. 2 zeigt, dass die Zahlen sowohl in North-West als auch im Liverpool University Hospital noch 10 weitere Tage über denen von England liegen. Das könnte ein Indiz sein für weiterführende Infektionsketten und die daraus resultierenden Toten.

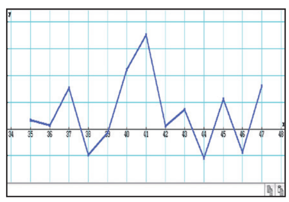


Abb. 3: Differenz der normalisierten täglichen Covid-19-Toten in Liverpool und Stockport, die y-Achse ist in 5er-Schritten eingeteilt.

Fortsetzung: 41 Corona-Tote wegen eines …

Die Schätzung der Datenanalysefirma Edge Health
Wie erwähnt, ist Edge Health anders vorgegangen. Sie vergleichen die Zahlen des Liverpooler Hospitals und des Stockport NHS Foundation Trust miteinander, die aber deutlich unterschiedliche Bettenzahlen haben. Um das zu berücksichtigen, „normalisieren“ sie die Totenzahlen im Vergleichskrankenhaus mit Blick auf das Bettenverhältnis ($1634 : 664 \approx 2{,}46$). Deswegen werden die Stockport-Zahlen mit dem Faktor 2,46 multipliziert und die Differenz mit den Liverpoolzahlen (siehe Abb. 3) gebildet. Um auf eine Summe von 41 „Mehrtoten“ zu kommen, musste allerdings ein Zeitraum vom 4.–16. April (Tag 35–Tag 47) betrachtet werden, während Edge Health von 11 Tagen (5.–15. April) berichtet.

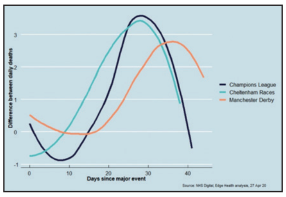


Abb. 4: Diagramm von Edge Health

Interessant ist noch der Blick auf die Grafik, die Edge Health selbst veröffentlichte (Abb. 4). Sie sieht zum einen sehr geglättet bzw. idealisiert aus. Sie zeigt aber auch, dass es bei zwei anderen Großereignissen in fast identischen Zeitabständen zu den Events ebenfalls zu einem deutlichen Anstieg der Corona-Toten kam. Das ist vermutlich ein weiteres Indiz dafür, dass hier drei Superspreader-Ereignisse stattfanden.

Fazit
Die vorstehenden Überlegungen zeigen, dass die geschätzte Zahl von 41 Covid-19-Toten infolge des CL-Spiels in Liverpool eher nach oben zu korrigieren ist. Denn die Überlegungen enthalten weder Folgen für zugereiste Zuschauer aus ganz England noch für die Gäste aus Spanien.

Einsatz im Unterricht
Die Datenrecherche ist eine zeitaufwendige Angelegenheit, die Schülerinnen und Schülern sicher nur in einem Projekt zugemutet werden kann. Werden diese aber in geeigneter Form zur Verfügung gestellt, so können Lernende ab der 8. Klasse mit einem geeigneten Werkzeug wie dem ClassPad II sowohl die notwendigen Rechnungen durchführen als auch die Darstellungen gestalten. Und eine intrinsische Motivation liegt zumindest bei denen vor, die sich für Fußball interessieren. Interessierte finden die Daten als csv-Datei in der CASIO-Materialdatenbank.

Quellen

- Studie von Edge Health: https://www.edgehealth.co.uk/post/understanding-the-role-of-large-gatherings-on-the-nhs
- Für die Bettenzahl: https://www.england.nhs.uk/statistics/statistical-work-areas/bed-availability-and-occupancy/bed-data-overnight/ (ich habe die neuesten Zahlen für „beds open overnight“ verwendet)
- Anzahl der Toten nach Regionen und Krankenhäusern: https://www.england.nhs.uk/statistics/statistical-work-areas/covid-19-daily-deaths/

Neuigkeiten

Gemeinsam online lernen

ClassPad.net ist eine Plattform, die Mathematikbuch und -werkzeuge verbindet. Hier können nicht nur Aufgaben erstellt und bearbeitet, sondern auch die benutzten Hilfsmittel ganz nach Bedarf eingefügt und benutzt werden:

- Rechner
- Funktionsgraphen und Diagramme
- Tabellen
- Geometrische Konstruktionen.

Alle während der Bearbeitung erstellten Rechnungen, Messungen und Darstellungen bleiben erhalten und dokumentieren den Lösungsweg auf ganz neue Weise.

Aufgaben und Lösungen können browserbasiert digital platziert werden und sind damit allen Beteiligten ortsungebunden zugänglich. Hier finden Sie eine schon bestehende Aufgabensammlung für Mittel- und Oberstufe.

Viel Spaß beim Schmökern.

Rätselecke

Rätsel um die Zahl 42 geknackt!

Autor: Gerhard Glas, Wöhlerschule Frankfurt

In „Per Anhalter durch die Galaxis“ wird die Zahl 42 als Antwort auf die Frage „nach dem Leben, dem Universum und dem ganzen Rest“ gehandelt. Doch für Mathematiker stand die Zahl im Mittelpunkt eines Problems – bis jetzt. 1954 wurde an der Cambridge-Universität eine Aufgabe formuliert: Für alle natürlichen Zahlen N sollte die Gleichung $N = x^3 + y^3 + z^3$ so aufgestellt werden, dass x, y und z ganze Zahlen sind.

Für alle N mit den Quersummen 4 oder 5 konnte gezeigt werden, dass es für sie keine Lösung geben kann. Für alle anderen Zahlen sollte es eine Lösung geben. Einfach zu finden waren sie aber öfters nicht. Für die Zahlen von 0 bis 29 gibt es relativ einfache Lösungen (zum Beispiel $29 = 1^3 + 1^3 + 3^3$), bei 30 treten das erste Mal recht große Zahlen auf: $30 = (-283059965)^3 + (-2218888517)^3 + (2220422932)^3$, bei 33 werden sie noch größer, 34 hingegen ist mit $34 = (-1)^3 + 2^3 + 3^3$ wieder sehr einfach. Viele Lösungen lassen sich auch von Kindern im Unterricht mit dem Einsatz von Taschenrechnern leicht finden.

Durch den Einsatz von Computern ist für fast alle Zahlen zwischen 1 und 1000 eine Lösung gefunden worden. Bis September 2019 waren nur 14 Zahlen übrig geblieben, die sich hartnäckig gewehrt hatten.
Andrew Booker von der Universität Bristol löste 2019 die Gleichung für die Zahl 33. Unter den Zahlen bis 100 war dann nur noch die Darstellung von 42 offen.

65 Jahre nach Aufgabenstellung löste Booker dies nun mit Hilfe von Andrew Sutherland vom MIT und einer Rechnerkapazität, die ein Netzwerk von mehr als einer halben Million Heim-PCs nutzte. Die Lösung lautet:
$x = -80538738812075974$
$y = 80435758145817515$
$z = 12602123297335631$

Auch wenn es für diese Gleichungen zurzeit (noch) keine Anwendungen gibt, so hat dieses Problem doch einen großen Stellenwert im innermathematischen Kontext. Die mathematische Frage ist jetzt gelöst. Die Frage nach dem Leben, dem Universum und dem ganzen Rest ist noch unerforscht – abgesehen davon, dass die Antwort sicherlich 42 ist.
(https://de.wikipedia.org/wiki/Summe_von_drei_Kubikzahlen)

Ähnlichkeit als durchgängiges Konzept für einen digital gestützten Geometrieunterricht

Autor: Dr. Jens Weitendorf, Universität Hamburg

Der Begriff der Ähnlichkeit verbindet die Leitideen: Raum und Form, Messen und funktionaler Zusammenhang, fast alle geometrischen Inhalte ab Klasse 7. Besonders die Inhalte der Leitidee Messen sind in einem digital gestützten Geometrieunterricht gut zugänglich, da eine DGS jederzeit die Möglichkeit bietet, Streckenlängen zu messen. Darüber hinaus lassen sich auch Quotienten leicht berechnen.

Es besteht auch eine Verbindung zur Optik, die in der Regel in Klasse 7 oder 8 behandelt wird. Die Ähnlichkeit spielt normalerweise im Geometrieunterricht der Klasse 7 keine Rolle. Es lässt sich aber die Äquivalenz als Spezialfall der Ähnlichkeit auffassen. Es ist möglich entweder mit der Äquivalenz zu beginnen und zu überlegen, wie sich Voraussetzungen abschwächen lassen, damit ähnliche Figuren entstehen. Der umgekehrte Weg ist auch möglich. Wird die Ähnlichkeit schon in der Klasse 7 eingeführt, so ergibt sich ein Beispiel für die Proportionalität und damit eine Verbindung zur Leitidee funktionaler Zusammenhang. In ähnlichen Figuren sind die Längen entsprechender Seiten verhältnisgleich.

Alle regelmäßigen n-Ecke und Kreise sind ähnlich zueinander. Für diese folgt daraus: $U \sim r$ und $F \sim r^2$. Dies bildet die Voraussetzung für die Entwicklung einer Dezimaldarstellung der Zahl π.
Die Verbindung zu zentrischen Streckungen und Strahlensätzen liegt auf der Hand.

Satzgruppe des Pythagoras

Die Sätze am rechtwinkligen Dreieck werden im Prinzip als Flächensätze bewiesen. Wenn hingegen die auf den Beweis der Sätze folgenden Aufgaben betrachtet werden, so geht es nicht darum, Flächeninhalte zu bestimmen, sondern Streckenlängen zu berechnen. Um diesen Bruch zu vermeiden, wird ein anderes Beweisverfahren vorgeschlagen.

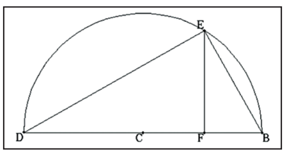


Abb. 1: Das rechtwinklige Dreieck DBE mit der Höhe EF

Die Höhe $\overline{CE}$ teilt das ursprüngliche, rechtwinklige Dreieck DBE in die beiden ebenfalls rechtwinkligen Dreiecke DFE und FBE (s. Abb. 1). Es ist leicht einzusehen, dass alle drei Dreiecke ähnlich sind. So lässt sich zunächst der Höhensatz (s. Abb. 2) beweisen. Die Konstruktion und die Messungen sind kein Beweis für den Satz. Es bietet aber Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, die Korrektheit des Satzes zumindest einzusehen.

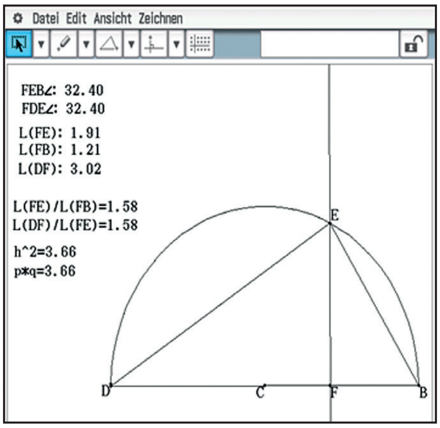


Abb. 2: „Beweis“ des Höhensatzes

Der Beweis ist durch die Abbildung 2 schon strukturiert. In den beiden ähnlichen Dreiecken DFE und FBE lassen sich jeweils die Katheten zueinander ins Verhältnis setzen:

$$\frac{\overline{DF}}{\overline{FE}} = \frac{\overline{FE}}{\overline{FB}} \quad \rightarrow \quad \overline{DF} \cdot \overline{FB} = \overline{FE}^2$$

Der Höhensatz ist damit bewiesen.
Der Kathetensatz (s. Abb. 3) wird entsprechend hergeleitet:

$$\frac{\overline{EB}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{FB}}{\overline{EB}} \quad \rightarrow \quad \overline{EB}^2 = \overline{DB} \cdot \overline{FB}$$

Der Satz des Pythagoras ergibt sich aus der Anwendung des Kathetensatzes auf die beiden Katheten.

$a^2 = p \cdot c$ und $b^2 = q \cdot c$
$\rightarrow \quad a^2 + b^2 = p \cdot c + q \cdot c \; = \; (p+q) \cdot c$

Aus diesem Ansatz folgt ein Zusammenhang zwischen Verhältnis- und Flächensätzen.

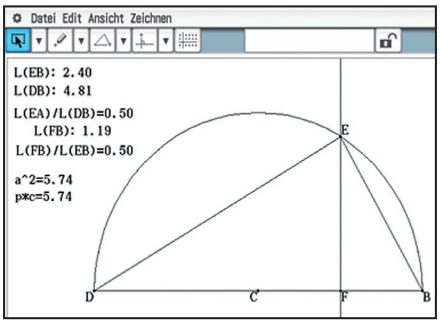


Abb. 3: „Beweis“ des Kathetensatzes

Trigonometrische Funktionen

Bisher wurden nur Beziehungen zwischen Seiten und Flächen hergestellt. Das ist auch der Grund, warum sich der Satz des Thales und die weiteren Sätze am Kreis nicht über Ähnlichkeiten beweisen lassen. Wenn in Dreiecken nur zwei Winkel gegeben sind, sind diese Dreiecke ähnlich. Daraus folgt, dass die entsprechenden Seitenverhältnisse ein Maß für den jeweiligen Winkel sind.

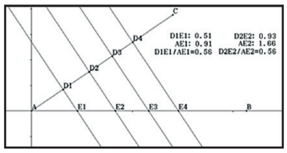


Abb. 4: Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck

In Abbildung 4 wurden vier rechtwinklige Dreiecke mit jeweils einem gemeinsamen Winkel konstruiert. Die Seitenverhältnisse lassen sich berechnen. Durch Ziehen am Punkt C kann der Winkel verändert werden; die Schülerinnen und Schüler erkennen den Zusammenhang zwischen dem Winkel am Punkt A und den jeweiligen Quotienten. In der Abbildung wurden Sinuswerte bestimmt. Diese können durch eine Animation für verschiedene Winkel in eine Tabellenkalkulation übertragen werden und der zugehörige Graph lässt sich darstellen.

Dadurch wird von vornherein deutlich, dass es sich beim Sinus um eine Funktion handelt. Für das weitere Vorgehen wird eine Erweiterung des Definitionsbereichs benötigt. Dies gelingt durch Übertragung auf den Einheitskreis. Im Unterricht wird der funktionale Charakter oft nur im Zusammenhang mit den Graphen der trigonometrischen Funktionen für den gesamten Definitionsbereich diskutiert.

Literatur

Weitendorf, J.:
Berechnung einer dezimalen Näherung für die Kreiszahl π
In: Noster, N., Weigand, H.-G., Mathematische Erkundungen, MaLeNe[1]

Weitendorf, J.:
Trigonometrische Funktionen
In: Noster, N., Weigand, H.-G., Mathematische Erkundungen, MaLeNe[1]

[1] Der Band Mathematische Erkundungen ist über die Homepage des Mathematik-Lehr-Netzwerks MaLeNe erhältlich.

Anmerkungen zum Artikel „Auswertung von Daten zur Corona-Pandemie im Unterricht“

Autor: Dr. Jens Weitendorf, Universität Hamburg

Die Autorin stellt die Gesamtzahl der Infizierten in Abhängigkeit von den Tagen grafisch dar und führt eine logistische Regression durch. Die Daten werden durch diese offensichtlich gut repräsentiert. Daraus folgt aber meines Erachtens nicht, dass es sich bei dem Verlauf der Epidemie um logistisches Wachstum handelt. Dass man aus der Güte der Regression nicht auf das Modell schließen kann, möchte ich an einem Beispiel zeigen.

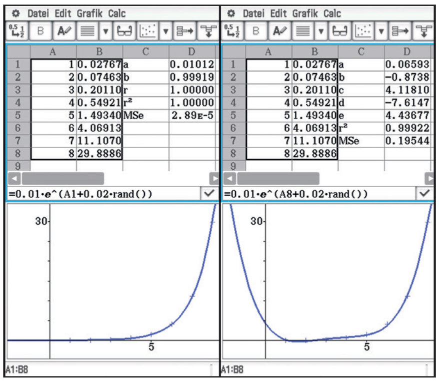


Abb. 1: Erzeugung von Daten mit einem gewissen Rauschen und Durchführung einer exponentiellen Regression (links)
Abb. 2: Erzeugung von Daten mit einem gewissen Rauschen und Durchführung einer Regression mit einem Polynom 4. Grades (rechts)

Die Spalte B in den Abbildungen 1 und 2 wurde durch $B1 = 0{,}01 \cdot e^{A1+0.02 \cdot rand()}$ erzeugt.
Vergleicht man die beiden Abbildungen 1 und 2, so erkennt man, dass die Zuordnung von Daten zu einem Modell allein mit grafischen Mitteln zwar ein erster Hinweis ist, aber nicht ausreicht. Wenn zu kleine Zeiträume gewählt werden, ist ein exponentielles Wachstum oft nicht von einem linearen zu unterscheiden. Ein weiteres Mittel für die Pandemie wäre, die Daten im Hinblick auf die beiden Proportionalitätseigenschaften für das logistische Wachstum zu untersuchen. Wenn man dies macht, hat man die Schwierigkeit, sich zu überlegen, wie man die nicht Infizierten einordnet. Bezieht man sich auf die gesamte Bevölkerung, so macht ein logistisches Wachstum wenig Sinn, da man voraussetzt, dass letztlich alle infiziert werden, und das würde bedeuten, dass wir wirklich ganz am Anfang stehen. Hinzu kommt, dass der Ansatz für ein logistisches Wachstum durch die Realität ja schon widerlegt ist.

In dem Artikel wird unter der Überschrift Modellierung „Hinterfragen der Datensätze und der statistischen Grundlagen“ genannt. Hierzu werden leider keine weiteren Ausführungen gemacht. Dies erscheint mir auch äußerst schwierig, da selbst die Fachleute nicht wirklich in der Lage sind, den weiteren Verlauf zu prognostizieren. Um aber die Bedeutung unseres Verhaltens zu diskutieren, kann man schon mit einem vereinfachten Modell arbeiten. Man sollte dieses und weitere Annahmen, die zum Beispiel hinsichtlich des R-Wertes gemacht werden, unbedingt mit den Schülerinnen und Schülern diskutieren, wenn man die Pandemie zum Thema macht. Gerade im Hinblick auf die Kompetenz des Modellierens ist es meiner Meinung nach wichtig, über Annahmen und Voraussetzungen zu sprechen, da dies im Unterricht zu selten geschieht.

Vereinfachte Modellannahmen
Bezüglich der von mir gemachten Annahmen beziehe ich mich auf Daten des Robert-Koch-Instituts vom 11.4.2020. Zu diesem Zeitpunkt waren 122.215 Menschen infiziert, 42.155 genesen und damit immun und 2.707 gestorben. Die Bevölkerung der BRD wird mit 82 Millionen angenommen. Hinsichtlich des Krankheitsverlaufs beziehe ich mich auf DIE ZEIT N°16 vom 8.4.2020, S. 31. Aus der angegebenen Grafik lässt sich eine Ansteckungszeit und eine mögliche Genesungszeit von ca. 15 Tagen ablesen. Dabei wird angenommen, dass es bzgl. der 15 Tage eine Gleichverteilung gibt, das heißt 1/15 wird den ersten Tag infiziert, 1/15 den zweiten Tag usw. Des Weiteren wird vorausgesetzt, dass es pro Tag ca. 5.000 Neu-Infektionen gibt.

Schwierig ist eine Aussage über die Kontakthäufigkeit. In den Modellen wird als Wert 0,5 angenommen. Dieser gibt Auskunft darüber, wie oft ein nicht Infizierter mit einem Infizierten zusammentrifft. Auf der anderen Seite bietet sich in den Modellen die Möglichkeit, hier verschiedene Werte auszuprobieren, um Aussagen über Einschränkungen der Bewegungsfreiheit von Menschen zu rechtfertigen.

$$Infektionen\ pro\ Kontakt = \frac{Neu\text{-}Infizierte}{Infizierte - Immune} = \frac{5000}{80060} \approx 0{,}0625$$

$$Heilungsrate = \frac{Immune}{Infizierte \cdot Ansteckungszeit} = \frac{42155}{122215 \cdot 15} \approx 0{,}023$$

$$Sterberate = \frac{Tote}{Infizierte \cdot Ansteckungszeit} = \frac{2707}{122215 \cdot 15} \approx 0{,}0015$$

Weiter wird angenommen, dass Immune nicht mehr ansteckend sind und auch nicht mehr angesteckt werden können. Da zurzeit keine Medikamente zur Verfügung stehen, um die Epidemie einzudämmen, bleibt dieses unberücksichtigt.

Die zeitliche Einheit beträgt bei allen Modellen 1 Tag. Die oben gemachten Annahmen lassen sich in die Tabellenkalkulation übertragen (s. Abb. 3).

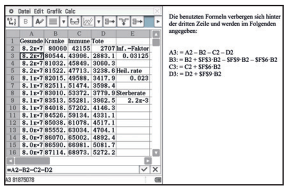


Abb. 3: Zeitliche Entwicklung mit der Tabellenkalkulation des ClassPad

Die vollständige Tabelle erhält man durch zeilenweises Kopieren. Die folgende Abbildung zeigt die sich ergebenden zeitlichen Kurvenverläufe, von denen nur 2 in einer Grafik darstellbar sind.

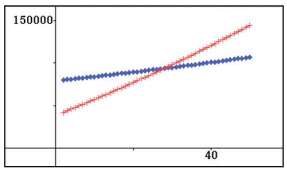


Abb. 4: Die Anzahlen der Infizierten (blau) und Immunen (rot)

Entscheidend für den Verlauf der Pandemie ist vor allem der Wert die Infektionen pro Kontakt, der noch mit der Anzahl der Kontakte multipliziert werden müsste. Schülerinnen und Schüler können erkennen, wie durch die Veränderung dieses Wertes der Verlauf der Pandemie entscheidend verändert wird. Wenn man dies realistisch betrachtet, kann man für diese entscheidende Größe nicht einen festen Wert annehmen, sondern muss diesen gewissen Gegebenheiten wie Ferienende usw. anpassen.

Ich denke, dass die von mir gemachten Ansätze sicher nicht die Problematik ausreichend darstellen; aber es ist sicher möglich, bei den Schülerinnen und Schülern ein Bewusstsein für die Problematik zu schaffen und sie dazu anzuleiten, die Aussagekraft von Daten wie zum Beispiel der R-Werte[1] zu hinterfragen.

[1] Der R-Wert gibt an, wie viele Menschen ein Infizierter im Durchschnitt infiziert. Er bezieht sich auf die Zahlen von Neu-Infizierten im Zeitraum von 8 Tagen und wird berechnet, indem man den Durchschnitt der ersten 4 Tage durch den Durchschnitt der letzten 4 Tage dividiert.

Das Mathematik-Lehr-Netzwerk MaLeNe

Autoren: Norbert Noster und Hans-Stefan Siller, Universität Würzburg

Mathematik-Lehr-Netzwerk

Mitte März 2019 wurde der DigitalPakt Schule veröffentlicht (vgl. BMBF, 2019). Fünf Milliarden Euro sollen in den kommenden Jahren die Digitalisierung an Schulen vorantreiben. Unklar blieb, wie diese Gelder verwendet werden sollen. Ziemlich genau ein Jahr später zeigte sich – im Zuge des pandemiebedingten Fernunterrichts, dass die Digitalisierung im Unterricht bzw. die Digitalisierung des Unterrichts nicht mehr nur ein angestrebtes Ziel sein soll, sondern eine zwingende Notwendigkeit darstellt.

In der Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft (BMBF) wird betont, dass das „... Primat der Pädagogik ... den Einsatz digitaler Technik“ (vgl. BMBF 2016, S. 3) bestimmt und nicht die Technik die Schulpraxis. Weiter wird festgehalten, dass „ohne passende Inhalte und Konzepte … digitale Bildung nicht das leisten kann, was wir zu Recht von ihr erwarten“ (BMBF 2016, S. 3). Das heißt, es gilt in diesem Fall Digitalisierung aus Perspektive der Inhalte zu denken und vor allen Dingen die didaktische Perspektive in den Blick zu nehmen.

Mit den Schulschließungen wurde klar, dass es zunächst einmal einer technischen Grundausstattung bedarf und gleichzeitig auch eines entsprechenden technischen Wissens seitens der (angehenden) Lehrkräfte, um diese Ausstattung adäquat zu nutzen. Noch wichtiger ist das Vorhandensein entsprechender didaktischer Konzeptionen, sodass neue digitale Technologien sowohl pädagogisch als auch didaktisch sinnvoll ein- und umgesetzt werden. Gleichzeitig gilt es zu bedenken, dass der Begriff der Digitalisierung sehr viele Aspekte fasst und je nach Perspektive unterschiedliche Kategorisierungen vorgenommen werden können. So gibt es beispielsweise mathematikspezifische Software, die sich insbesondere zur Vermittlung mathematischer Fachinhalte eignet und zum Teil insbesondere hierfür geschaffen wurde (Computer-Algebra-Systeme, Tabellenkalkulationssoftware, Dynamische Geometriesoftware, aber auch VR/AR-Anwendungen etc.). Daneben gibt es fachunabhängige Software wie Learning-Management-Systeme (bspw. Moodle, Ilias) oder Fernkommunikationssysteme wie Zoom oder BigBlueButton, deren Einsatz abhängig vom jeweiligen Fachinhalt gedacht werden kann. Fachunabhängige Software erfüllt eher eine Art strukturierende/organisierende Funktion, in welche jeweils auf inhaltlicher Ebene Elemente mathematikspezifischer Software integriert werden können. Während im regulären Präsenzunterricht die fachunabhängige Software bisher eine eher untergeordnete Rolle spielte, gewinnt diese im Fernunterricht zunehmend an Bedeutung.

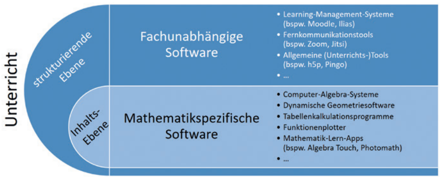


Abb. 1: Mathematikspezifische Software und fachunabhängige Software im Unterricht

Bevor der Fernunterricht pandemiebedingt erforderlich wurde, schien die Lage mit Blick auf Erfahrungen zur Digitalisierung nur bedingt gut. In der kürzlich zuvor erschienenen ICILS-Studie wird der Anteil der Lehrkräfte in fachspezifischen Fortbildungen zum Einsatz digitaler Medien mit etwa 30 % angegeben (vgl. Gerick, Eickelmann & Labusch 2019, S. 191f.). Weiterhin gab die Mehrheit der Lehrkräfte an, Learning-Management-Systeme (88,2 %), Anwendungen zur Zusammenarbeit (89,4 %), Kommunikationsprogramme (59 %), Tabellenkalkulationssoftware (69,5 %) oder Simulationen und Modellierungssoftware (84,2 %) nie in ihrem Unterricht einzusetzen (vgl. Gerick et al. 2019, S. 218). Nun sind in den vergangenen Monaten nahezu alle Lehrkräfte in die Lage versetzt worden, ihren Unterricht digital anzubieten und durchzuführen. Dadurch sind alle Beteiligten sicherer im Umgang mit digitalen Technologien geworden und haben eine gewisse Expertise gewonnen. Gerade in solchen Phasen des Umbruchs erscheint es mehr als hilfreich, sich über die gemachten Erfahrungen auszutauschen und Anregungen von Kolleginnen und Kollegen einzuholen. Nicht immer muss das Rad neu erfunden werden und es kann von Ideen anderer profitiert werden; was in einem Unterricht gut klappt, kann als Grundlage für guten Unterricht Dritter dienen.

Hier setzt das Projekt MaLeNe – Mathematik-Lehr-Netzwerk an. Wie im Namen bereits deutlich wird, steht der Netzwerkgedanke im Vordergrund. MaLeNe dient als Plattform für alle Lehrkräfte, die sich für das Thema Digitalisierung im Mathematikunterricht interessieren. Einerseits werden themengeleitete virtuelle Treffen zum Austausch organisiert, andererseits steht auch das Forum auf der Homepage für Fragen und Diskussionen zur Verfügung. Außerdem werden in Kooperation zwischen dem Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik der Julius-Maximilians-Universität Würzburg und Lehrkräften aus ganz Deutschland Materialien und Fortbildungen zum Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht entwickelt und angeboten.

Fortbildungsangebot

Das Hauptaugenmerk des Projektes MaLeNe liegt auf dem Mathematikunterricht, der Fokus vor allen Dingen auf dem Einsatz von mathematikspezifischer Software, wie Computer-Algebra-Systemen. Hierzu wurden von Lehrkräften Unterrichtsmaterialien entwickelt, mit didaktischer Fundierung aus der Wissenschaft angereichert. Diese Materialien dienen als Grundlage für Fortbildungen und helfen, das Thematisierte nicht nur zu konkretisieren, sondern auch für den eigenen Unterricht zugänglich zu machen. Das so entstandene Fortbildungsangebot setzt sich aktuell aus den nachstehenden Themen zusammen:

- Schätzen von Wahrscheinlichkeiten
- Qwixx – Stochastik am Spiel
- 3D-Druck in der Stochastik
- Simulationen im Mathematikunterricht
- Wachstumsprozesse und Corona-Entwicklung
- Corona visualisiert – Datenanalyse im Kontext der Pandemie
- Gleichungen lösen mit digitalen Werkzeugen
- Dreiecke und Kongruenz bei Dreiecken
- Temperaturmessung mit einem Microcontroller

Während diese Themenbereiche – exemplarisch gesehen – durchaus von Bedeutung für den Mathematikunterricht sind, spiegeln sie allerdings nicht die allgemeinen Anforderungen der Digitalisierung an den heutigen Unterricht vollständig wider. Daher wird daran gearbeitet, das Angebot zu erweitern und Fortbildungen zum Einsatz von digitalen Medien in Form von fachunabhängiger Software anzubieten. Dazu gehören unter anderem die Integration von h5p-Aktivitäten in digitale Lernumgebungen oder Klassenmanagement mit Learning-Management-Systemen wie Moodle.

Gerne bieten wir die Fortbildungen auf Ihren Wunsch für Sie und Ihre Kolleginnen und Kollegen an. Sollten Sie gerade auf der Suche nach einem Angebot zu einem anderen Thema sein, zögern Sie nicht, uns dennoch zu kontaktieren – wir sind sicher, eine Lösung zu finden. Auch über Ihre Anfragen zu unserem Fortbildungsangebot freuen wir uns, egal, ob es virtuell oder in Präsenz gewünscht wird.

Fortsetzung: Das Mathematik-Lehr-Netzwerk MaLeNe

Wie gelange ich an Informationen bzw. wo kann ich mich melden?
Informationen rund um unsere Materialien, Fortbildungen und sonstigen Angebote finden Sie auf unserer Homepage unter https://mathematik-lehr-netzwerk.de.
Darüber hinaus sind alle Lehrkräfte, die sich für den sinnvollen Einsatz digitaler Technologien im Mathematikunterricht interessieren und vielleicht sogar begeistern, herzlich einladen bei MaLeNe mitzuwirken! Dies können Sie beispielsweise tun, indem Sie sich im MaLeNe-Netzwerk (https://mathematik-lehr-netzwerk.de) anmelden und

- regelmäßig an MaLeNe-Fortbildungen zum Einsatz digitaler Technologien teilnehmen,
- Materialien für den Unterricht entwickeln und auf der MaLeNe-Homepage zur Verfügung stellen,
- Materialien aus dem MaLeNe-Netzwerk erproben und uns Ihre Erfahrungen rückmelden.

Wir freuen uns, Sie auf einer der zukünftig stattfindenden MaLeNe-Veranstaltungen zu treffen oder aktive Teilnehmerinnen und Teilnehmer im Netzwerk begrüßen zu dürfen.

Falls Sie weitere Informationen über das Netzwerk wünschen, das sich für die Digitalisierung im Mathematikunterricht sowohl auf fachspezifischer als auch fächerübergreifender Ebene bezieht und für das gesamte Bundesgebiet zur Verfügung steht, sind diese auf unserer MaLeNe-Homepage www.ma-le-ne.de einsehbar. Dort können Sie sich ebenfalls für unseren Newsletter anmelden, um künftig via Mail über unsere aktuellen Angebote informiert zu werden. Sollten Sie weitere Informationen benötigen oder Fragen haben, dann zögern Sie nicht, uns via kontakt@mathematik-lehr-netzwerk.de zu schreiben!

Literatur

BMBF (2016): Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft. Berlin: Druck und Verlagshaus Zarbock.

BMBF (2019): Bund und Länder über DigitalPakt Schule einig. Pressemitteilung 018/2019. Zuletzt geprüft am 12.10.2020: https://www.bmbf.de/de/bund-und-laender-ueber-digitalpakt-schule-einig-8141.html

Forsa (2017): Qualität der MINT-Lehrerfortbildung in Deutschland. Berlin: forsa Politik- und Sozialforschung.

Gerick, J., Eickelmann, B., & Labusch, A. (2019): Schulische Prozesse als Lern- und Lehrbedingungen in den ICILS 2018-Teilnehmerländern. In B. Eickelmann, W. Bos, J. Gerick, F. Goldhammer, H. Schaumburg, K. Schwippert, M. Senkbeil, & J. Varenhold (Hrsg.), ICILS 2019 #Deutschland. Münster, New York: Waxmann.

Didaktik

Warum CAS?

Abb. 1: Ein Computer-Algebra-System

Ein CAS geht weit über die Funktionen eines wissenschaftlichen Schulrechners hinaus. Mit CAS lassen sich Aufgaben aus den verschiedensten Bereichen der Mathematik mit wenigen Rechenschritten und anschaulich lösen. Über das algebraische Rechnen hinaus werden viele weitere mathematische Werkzeuge angeboten: oft benötigte Rechenverfahren, Tabellenkalkulation und dynamische Prozesse, Visualisierungen wie Funktionsgraphen, Punkte-Plot, Histogramm, 2D- und 3D-Geometrie und Programmierung.

CAS-Einsatz ist eine Methode, die Konzentration der Schüler auf ein Lernziel abseits der Rechnung zu lenken: einen Ausgangsterm entwickeln, ein Ergebnis interpretieren, einen allgemeinen Zusammenhang einer Klasse von Rechnungen finden. Z.B. die Frage: „Wie kann der Graph eines Polynoms 3. (oder 4.) Grades variieren?“ kann mit Rechnerunterstützung auch von Schwächeren erfolgreich, fokussiert und effektiv erkundet werden. Durch die Visualisierungsmöglichkeiten eines CAS bekommen viele mathematische Themen eine breite Palette an Bildbeispielen. Verteilungen, Vektoren, Polynome – die Liste abstrakter Objekte, die zum besseren Verständnis visualisiert werden können, ist lang.

Mathematische Werkzeuge sind heute unverzichtbar

- Von einem Ingenieur wird erwartet, dass er die Stabilität eines Bauwerks von Hand berechnen kann, aber auch, dass er die Statik rechnergestützt prüft.
- Kenntnisse im Umgang mit Tabellenkalkulationen sind fast überall erforderlich: Handwerk, Betriebswirtschaft, Sachbearbeitung, Medizin – auch diese Liste ist lang.
- Statistische Berechnungen und Visualisierungen numerischer Zusammenhänge können in nahezu allen Geisteswissenschaften Untersuchungen begleiten.
- Die Naturwissenschaften haben rechnergestützt neue Wissenswelten erschlossen.

Medieneinsatz in der Schule
Vorzüge Software ClassPad Manager

- Einfache Visualisierung des Unterrichtsstoffes mittels PC und Projektor oder interaktiver Tafeln im Unterricht
- Bequeme Ausarbeitung von komplexeren Aufgaben auf dem großen PC-Bildschirm
- Versenden von Hausaufgaben per Mail

Bewährt im Schulalltag: grafischer Taschenrechner mit CAS

- Robuste Bauweise für langjährigen Schuleinsatz
- Bewährte intuitive Bedienung
- Sekundenschnelle Startzeit ermöglicht spontanen Unterrichtseinsatz ohne aufwendiges „Hochfahren“.
- Keine Abhängigkeit von Strom und WLAN
- Einfacher Reset vor Prüfungen und Prüfungsmodus für gleiche Prüfungsbedingungen aller SchülerInnen

Fazit
Mit dem ClassPad II stellt CASIO einen CAS-fähigen Grafikrechner für das Abitur zur Verfügung, der von Ministerien und Lehrkräften als überaus gut geeignete Technologie für das Abitur anerkannt ist und sich bei Lehrkräften und Jugendlichen gleichermaßen zunehmender Beliebtheit erfreut. Sein Einsatz bietet sich überall dort an, wo eine sichere Prüfungsumgebung gefragt ist: Denn der ClassPad II ist bewusst nicht internetfähig.

Die bediengleiche Software ClassPad Manager / ClassPad App ist eine gute Wahl, wenn in der Klasse nur Tablets eingesetzt werden, zudem für die Unterrichtsvorbereitung am PC und die Präsentation der einzelnen Rechenschritte über PC und Projektor bzw. Whiteboard im Unterricht.

- Es muss kein „Umstellen durch idente Bedienung von Handheld und PC-Software“ erfolgen.
- Zu Hause wird der Komfort des PC genutzt, um z.B. den Unterricht vorzubereiten.
- Im Unterricht selbst ist es oft praktischer, den Taschenrechner ohne Zeitverlust ein- und auszuschalten und ihn nur zu nutzen, wenn er gebraucht wird.
- Und sicher ist sicher: Während des Abiturs kann bei PC-Problemen rasch und ohne Nachteile ein bediengleiches Handheld verwendet werden.

Lehrer-Info-Service

Maßgeschneiderte Informationen für Mathematiklehrkräfte

Die kontinuierliche Bereitstellung von Unterrichtsmaterial, das zum einen mit den Anforderungen der Lehrpläne in den Bundesländern harmoniert und zum anderen den Einsatz und die Bedienung der Schulrechner erleichtert, ist ein Herzstück des Lehrersupports von CASIO. Dafür steht CASIO in regelmäßigem Austausch mit Mathematiklehrkräften.

Informationsaussand zum Beispiel zu folgenden Themen:
- CASIO forum mit vielen Aufgabenbeispielen und Unterrichtseinheiten,
- Informationen zu regionalen Veranstaltungen,
- Neuerungen in den Zulassungsrichtlinien,
- bundeslandspezifische Angebote,
- Lehrerspezial holt reale Alltagsthemen in den Mathematikunterricht.

Das Feedback aus der Lehrerschaft zeigt – ein Service, der geschätzt wird.

Anmeldung

Sie möchten ebenfalls maßgeschneiderte Informationen für Mathematiklehrkräfte erhalten – dann sind Sie herzlich beim Lehrer-Info-Service von CASIO willkommen. Ob per Post oder per E-Mail – Sie entscheiden selbst, wie Sie von CASIO kontaktiert werden möchten, und haben jederzeit die Gelegenheit, sich auch wieder abzumelden.

Anmeldung im Netz
www.casio-schulrechner.de/lehrerinfoservice

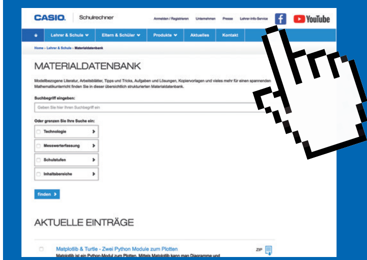
oder einfach den **QR-Code** scannen.

Materialdatenbank

Materialien für den Unterricht

Modellbezogene Literatur, Arbeitsblätter, Tipps und Tricks, Aufgaben und Lösungen, Kopiervorlagen und vieles mehr für einen spannenden Mathematikunterricht finden Sie in dieser übersichtlich strukturierten Materialdatenbank. Sie haben selbst Unterrichtsmaterial erstellt, das Sie teilen möchten? Dann kontaktieren Sie gern die Redaktion.

Im Netz
www.casio-schulrechner.de/materialdatenbank



oder einfach den **QR-Code** scannen.

Software

Aktuelle Betriebssystemversionen

Die Updates sowie die Testsoftware stehen zum kostenlosen Herunterladen auf unserer Internetseite bereit: **edu.casio.com**

Gerät	**OS-Version**
ClassPad II	2.01.7001
FX-CG20/50	3.12/3.50
FX-9860 GII/GIII	2.11/3.40
Software	
ClassPad II Manager	2.01.7000
ClassPad App	über App-Stores (Android/IOS)
FX-CG50 Manager	3.50
FX-CG20 Manager	3.10.0020
FX-Manager Plus	3.40
ClassWiz Emulator	2.01.0020
ES Plus Emulator	5.00

Updates bis April 2021

Kontakt

Educational Team
Telefon: +49 (0)40/528 65-0
Fax: +49 (0)40/528 65-100
E-Mail: education@casio.de
Homepage: www.casio-schulrechner.de

European Support Center
Beratung und technische Informationen
Telefon: +49 (0)40/528 65-802
Fax: +49 (0)40/528 65-888
E-Mail: support_center@casio.de

Anfragen zu Reparaturen
Telefon: +49 (0)40/528 65-203
Fax: +49 (0)40/528 65-242
E-Mail: repair@casio.de

Lehrersupport

CASIO Support für Lehrer!

Ob technisch-wissenschaftlicher Rechner oder Grafikrechner – mit dem umfangreichen Support-Programm von CASIO unterstützt Sie das Educational Team bestens bei der Auswahl des passenden Schulrechners bis hin zur Gestaltung Ihres Unterrichts.

Support-Programm
- Referenzschulen
- Lehrer-Workshops
- Lehrer-Info-Service (u.a. CASIO forum)
- Leihprogramme
- Prüfangebote
- Literatur
- Materialdatenbank

Impressum

Herausgeber:
CASIO Europe GmbH
Casio-Platz 1 • 22848 Norderstedt
Tel.: 040/528 65-0 • Fax: 040/528 65-535

Bildquellen:
S. 1: M. Mettin, Offenbach; www.m-momente.de

Redaktion:
Gerhard Glas und Armin Baeger
CASIO Educational Team • education@casio.de

Design:
CONSEQUENCE
Werbung & Kommunikation GmbH, HH

121SGR-FORUM29-D