

Einleitung

Ramona Behrens, Hans-Georg Weigand

1972 kam der erste wissenschaftlich-technische Taschenrechner – der Hewlett-Packard 35 – auf den Markt. Von Anfang an wurden damit große Erwartungen, vor allem auch im Zusammenhang mit dessen Einsatz im Schul- und insbesondere im Mathematikunterricht, verbunden. So wurde in der Stellungnahme der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) vom 28. Februar 1978 ein „kontrollierter Einsatz von Taschenrechnern ab dem 7. Schuljahr aller Schulformen“ (S. 117) gefordert. Man erwartete sich davon u. a. verstärkte experimentelle Schüleraktivitäten im Rahmen des entdeckenden Lernens und Problemlösens, eine konkrete numerische Ausgangsbasis für Begriffsbildungen, das wirklichkeitsnahe Behandeln von Anwendungsaufgaben durch realitätsadäquate Zahlen und das Entlasten von Tätigkeiten, die für die Lösung der anstehenden Aufgabe keine zentrale Bedeutung haben.

Zwischen 1976 und 1978 wurde der Taschenrechner dann in den meisten Bundesländern der damaligen Bundesrepublik Deutschland im Mathematikunterricht – meist ab Klasse 7 – erlaubt. In der DDR wurde der Schulrechner SR 1 an der Erweiterten Oberschule ab Schuljahr 1984/85 in der Klasse 11 und in der Polytechnischen Oberschule mit dem Schuljahr 1985/86 in Klasse 7 eingeführt.

Sicherlich kann heute festgestellt werden, dass die mit dem Taschenrechnereinsatz verbundenen Hoffnungen, Erwartungen und Zielsetzungen zu weitreichend waren und wohl nur zum kleinen Teil – wenn überhaupt – erfüllt wurden. Für die Ursachen lassen sich unterschiedliche Gründe anführen (vgl. Weigand 2003).

Nun wurden die Erwartungen mit dem Aufkommen der ersten „Personal Computer“ zu Anfang der 1980er-Jahre nochmals erweitert. In der ersten ICMI-Studie von 1986 mit dem Titel „The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching“ (Churchhouse) wurde ein großer Enthusiasmus bezüglich der Entwicklungsperspektiven des Mathematikunterrichts angesichts der Verfügbarkeit neuer Technologien deutlich. Damals sagten viele, wie etwa Jim Kaput, voraus, dass neue Technologien sehr schnell alle Bereiche des Mathematikunterrichts verändern würden:

„Neue Technologien wirken im Mathematikunterricht wie ein aktiver Vulkan – der mathematische Berg verändert sich unmittelbar vor unseren Augen“ (1992, p. 515).

In den NCTM-Standards von 1989 – den weltweit ersten sog. „Standards“, die das Vorbild der KMK-Standards von 2003 bildeten – wurde ein eigenes Technologieprinzip eingeführt:

„Taschenrechner und Computer gestalten die mathematische Landschaft neu und die Schulmathematik sollte diese Veränderungen reflektieren. Schüler können mehr Mathematik eingehender mit der richtigen und passenden Technologie lernen. Sie können auf einem höheren Niveau der Verallgemeinerung und Abstraktion arbeiten. Dabei soll-

te jeder Schüler Zugang zu neuen Technologien haben, um sich damit das Lernen von Mathematik zu erleichtern.“

1985 kam der weltweit erste grafikfähige Taschenrechner – der Casio FX-7000G – und 1999 der Casio Algebra FX 2.0 auf den Markt, ein Rechner, der ein Computeralgebrasystem integriert hatte. Mit diesen neuen Werkzeugen waren wiederum noch größere Erwartungen als mit dem einfachen arithmetischen Taschenrechner verbunden, da diese Rechner nun Möglichkeiten boten, die bisher – zur damaligen Zeit – nur auf „Personal Computern“ zur Verfügung standen und nur im Computerraum der Schule oder – vereinzelt – zuhause verfügbar waren. Von der Möglichkeit, dass Schülerinnen und Schüler den Computer an ihrem Arbeitsplatz im Klassenzimmer jederzeit verfügbar hätten und somit eine „Wanderung“ zum Computerraum entfiel, wurden tiefgreifende inhaltliche und methodische Veränderungen des Unterrichts erwartet, allerdings auch Befürchtungen und Ängste geweckt. Insbesondere wurde intensiv diskutiert, wie sich Inhalte, Methoden und Prüfungen im Mathematikunterricht ändern müssen, wenn Schülerinnen und Schüler ein Gerät in der Hand haben, das gerade jene kalkülhaften Berechnungen auf Knopfdruck durchführen kann, die in der Unterrichtswirklichkeit zu den zentralen Elementen des Mathematikunterrichts und den Prüfungen zählen.

Auch hinsichtlich der Einführung von Taschenrechnern mit Computeralgebrasystem sind mittlerweile anfängliche euphorische Erwartungen durch pragmatische Haltungen verdrängt worden. So wird zwar in den Empfehlungen der Kultusministerkonferenz (KMK) von 2009 für die MINT-Fächer ohne weitergehende Begründung gefordert,

„Computerprogramme (z. B. Tabellenkalkulation, Dynamische Geometrie, Computer-Algebra) sowie Taschenrechner (z. B. mit Graphikfunktion oder CAS) in allen MINT-Fächern verbindlich nutzen“ (S. 5).

GDM und MNU sahen sich dadurch herausgefordert, in einer eigenen Stellungnahme (2010) nochmals auf die Vorteile des Rechnereinsatz hinzuweisen:

„Wir sehen es insbesondere im Hinblick auf die Entwicklung des Begriffsverständnisses, der Problemlösekompetenz, des Modellierens und der Fähigkeit des Argumentierens und Begründens als unverzichtbar an, über den Einsatz von Taschenrechnern hinaus diese digitalen Werkzeuge nachhaltig in den Mathematikunterricht zu integrieren.“

Mittlerweile wird der Einsatz neuer Technologien im Unterricht weltweit befürwortet, unterstützt oder verbindlich gefordert. Allerdings ist die Situation hinsichtlich des Einsatzes in Prüfungen sowohl weltweit als auch innerhalb Deutschlands höchst unterschiedlich. Es gibt (Bundes-)Länder, in denen alle Technologien verwendet werden dürfen, andere, in denen Prüfungen nur technologiefrei geschrieben werden dürfen, wieder andere, in denen nur (arithmetische) Taschenrechner, andere in denen nur grafikfähige Rechner eingesetzt werden dürfen. Schließlich gibt es (Bundes-)Länder, in denen Taschenrechner mit Computeralgebrasystemen in Prüfungen obligatorisch für alle Schülerinnen und Schüler sind, während in anderen (Bundes-)Ländern diese nur eine Wahloption darstellen.

Über die zukünftige Verwendung von Taschenrechnern im Mathematikunterricht lässt sich allerdings augenblicklich nur spekulieren. So wird etwa in der 17. ICMI-Study mit dem Titel "Mathematics Education and Technology – Rethinking the Terrain" (Hoyles & Lagrange 2010) an vielen Stellen die Enttäuschung deutlich, dass sich neue Technologien trotz zahlloser Ideen, unterrichtspraktischer Erfahrungen und Forschungsberichten zum Unterrichtseinsatz nicht in der Weise durchgesetzt haben, wie das viele zu Beginn der 1990er-Jahre erwartet oder erhofft hatten.

Es lassen sich verschiedene Gründe für diese Situation anführen. Insbesondere wurden sicherlich die Schwierigkeiten unterschätzt, die Schülerinnen und Schüler sowie Lehrkräfte mit dem technischen Umgang von digitalen Technologien und insbesondere Taschencomputern hatten, die sich bei der Integration digitaler Technologien in das – technologiefrei entwickelte – Curriculum ergaben oder technologisch nicht vorgebildete Lehrkräfte vom Mehrwert des Einsatzes digitaler Technologien zu überzeugen.

Dieses Buch setzt genau bei dieser letzten Erkenntnis an. Es möchte Studierenden, Referendarinnen und Referendaren sowie Lehrerinnen und Lehrern Hilfen und Unterstützung dabei anbieten, sowohl grafikfähige Taschenrechner als auch Taschenrechner mit Computeralgebrasystem im Unterricht einzusetzen. Die Artikel verwenden dabei entweder den Casio FX-CG50 (GTR) oder den ClassPad II (GTR mit CAS). Allerdings lassen sich die hier entwickelten Ideen in gleicher Weise auch mit anderen Modellen umsetzen.

Die Artikel in diesem Buch sind von erfahrenen praktizierenden Lehrerinnen und Lehrern geschrieben, die alle eine jahrelange Erfahrung mit dem Einsatz von Casio-Rechnern haben. Deshalb wurde der Praxisnähe der verwendeten Beispiele die höchste Priorität beigemessen. Weiterhin sind sowohl Artikel für Einsteiger oder Neulinge im Umgang mit dem Taschenrechner als auch für Fortgeschrittene oder gar Experten vorhanden. Zusätzliche bzw. ergänzende Materialien zu den Artikeln im Buch finden Sie auf www.casio-schulrechner.de in der Materialdatenbank.

Die Artikel in diesem Buch wurden nach Klassenstufen – beginnend bei Sekundarstufe I – geordnet. Im Folgenden ist eine kurze Übersicht über die Artikel und deren Inhalte dargestellt.

In dem Artikel „Einstieg in die Arbeit mit dem ClassPad in der Sekundarstufe I“ von Christoph Kost werden anhand von Beispielen der Sekundarstufe I, die u. a. mithilfe von Termen, Wertetabellen und linearen Gleichungssystemen gelöst werden können, Einstiegsmöglichkeiten in die Arbeit mit Taschenrechnern mit Computeralgebrasystem aufgezeigt.

Der Artikel „Zugänge zur linearen Regression“ von Karel Tschacher zeigt eine Möglichkeit auf, Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe I an die Methode der minimalen Fehlerquadrate von Gauß heranzuführen, ohne Differenzialrechnung zu verwenden. Dafür werden Alltagsbeispiele betrachtet, bei denen die Schülerinnen und Schüler selbst Daten u. a. durch Messungen erheben. Für dieses Thema bietet das Statistikmenü von

graphikfähigen Taschenrechnern (mit CAS) gute Möglichkeiten zur Veranschaulichung der Datenpaare.

Im Bereich der Wahrscheinlichkeitsrechnung eignen sich Graphikrechner beispielsweise zur Simulation von Wahrscheinlichkeitsexperimenten. Jürgen Appel verdeutlicht diese Einsatzmöglichkeiten des Graphikrechners FX-CG50 anhand von vier Beispielen aus der Mittelstufe (Klasse 7 bis 10). Hierbei werden unterschiedliche Methoden zur Simulation mithilfe des graphikfähigen Taschenrechners dargestellt. Vorkenntnisse bezüglich der Bedienung im Bereich des Statistik- und Tabellenkalkulationsprogramms sind für die Bearbeitung der Aufgaben hilfreich, aber nicht notwendig.

Anhand des ersten Beispiels „Simulation des Ziegenproblems“ stellt Jürgen Appel eine Variante für den Einstieg in das Thema „Wahrscheinlichkeit“ vor. Dabei bietet der Graphikrechner die Möglichkeit das Ziegenproblem für verschiedene Fälle zu simulieren und die Daten auszuwerten.

Im Artikel „Simulation der Augensumme zweier Würfel“ wird der Graphikrechner verwendet, um durch Erzeugung von Zufallszahlen eine hohe Anzahl von Würfeln mit zwei Würfeln zu simulieren und die gewürfelten Augensummen in einem Histogramm zu veranschaulichen.

Beim dritten Beispiel, der „Simulation eines Geburtstagsproblems“, bietet der graphikfähige Taschenrechner verschiedene Möglichkeiten durch Simulation einen Näherungswert für die Wahrscheinlichkeit zu bestimmen, dass zwei von drei Personen am selben Wochentag Geburtstag haben.

Im vierten Unterrichtsarrangement geht es um die „Simulation eines Multiple-Choice-Tests“ mit acht Fragen und jeweils vier Antwortmöglichkeiten. Hierbei soll ein Näherungswert für die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, dass mindestens vier Fragen richtig beantwortet werden, wenn die Antworten zufällig angekreuzt werden. Zur Bestimmung dieses Näherungswertes kann die Tabellenkalkulation des FX-CG50 zur Simulation verwendet werden.

Im Beispiel „Eine Zeichnung als Ausgangspunkt für variierende Aufgabenstellungen“ von Ramona Behrens haben die Schülerinnen und Schüler die Aufgabe, sich ausgehend von einer Zeichnung eigenständig mathematische Fragestellungen zu überlegen und diese zu beantworten. Im Artikel werden mögliche Fragestellungen aufgezeigt und deren Lösungen mithilfe des ClassPad dargestellt. Hierbei ermöglichen Graphikrechner beispielsweise verschiedene Lösungswege zur Beantwortung der Fragestellungen sowie Unterstützung bei der Variation der Ausgangszeichnung.

Der Artikel von Andreas Schneider „Iterative Lösung von Bewegungsgleichungen“ beschäftigt sich mit einem physikalischen Thema der 10. Klasse, bei dem die Tabellenkalkulation des ClassPad gewinnbringend eingesetzt werden kann, um mithilfe eines numerischen Verfahrens den Einfluss verschiedener Parameter auf den freien Fall unter Berücksichtigung des Luftwiderstands zu untersuchen.

Die folgenden Artikel behandeln Themen der Oberstufe des Gymnasiums.

Elvira Malitte, Thomas Krohn und Karin Richter zeigen in dem Artikel „Historische astronomische Daten und moderne CAS-Rechner: Der Komet von 1618“ an historischen Messwerten zur Bahn eines Kometen des 17. Jahrhunderts, welche verschiedenen Unterstützungsmöglichkeiten der ClassPad bei der Modellierung realer funktionaler Zusammenhänge bei der Funktionsergänzung und -anpassung bietet.

Im Artikel „Unterstützung durch den ClassPad II bei der Einführung des Ableitungsbegriffs“ stellt Jens Weitendorf dar, wie der Einsatz des ClassPad bei der Einführung des Ableitungsbegriffs u. a. durch graphische Veranschaulichungen das Verständnis der Schülerinnen und Schüler unterstützen kann.

Das Unterrichtsarrangement „Optimale Verpackung“ von Sascha Reimers und Martin Scharschmidt behandelt die Modellierung von optimalen Verpackungen, was auch eine Bearbeitung von Extremwertaufgaben beinhaltet. In diesem Zusammenhang dient der ClassPad insbesondere zur Erkundung von Lösungsstrategien und zur Präsentation der Schülerergebnisse.

Dieter Haß gibt „Empfehlungen für den Umgang mit eActivities“ und wendet diese Empfehlungen in einem weiteren Artikel auf „Beispiele aus der Linearen Algebra und Analytischen Geometrie“ an. Anders als im Main-Menü des ClassPad können im eActivity-Menü Texteingaben sowie Berechnungen gespeichert und die Eingaben gegliedert werden, so dass beispielsweise Berechnungen bei Bedarf jederzeit mit geänderten Werten wiederholt werden können.

In dem Artikel „Der etwas andere Einstieg in die Integralrechnung“ von Arnold Zitterbart werden realitätsbezogene Aufgaben zur Rekonstruktion einer Funktion aus ihrer Ableitung betrachtet. In den zwei Beispielen „Motorradfahrt“ und „Dauerregen“ werden momentane Änderungsraten mithilfe von Funktionen beschrieben, aus denen eine Gesamtveränderung einer Größe, beispielsweise der auf der Fahrt insgesamt zurückgelegten Weg bzw. die gesamte Niederschlagsmenge, bestimmt werden soll. Dabei kann der ClassPad die Schülerinnen und Schüler beim Bearbeiten der Aufgaben durch die Möglichkeiten der graphischen Veranschaulichung, dem Lösen von Gleichungen bzw. linearen Gleichungssystemen und der Arbeit mit Listen unterstützen.

In dem Artikel „Herleitung der Formel für die Krümmung von Funktionsgraphen mit Hilfe der Beispiele $f(x) = x^2$ und $f(x) = x^4$ “ von Jens Weitendorf wird anhand dieser Beispiele eine Möglichkeit dargestellt, wie die Krümmung von Funktionsgraphen an bestimmten Stellen, hier am Koordinatenursprung, ermittelt und daraus eine allgemeine Formel für die Krümmung hergeleitet werden kann.

Das Thema „Untersuchungen zu x^y im Vergleich zu y^x “ von Jens Weitendorf eignet sich für gute bzw. sehr gute Mathematikurse der Sekundarstufe II. Dabei geht es um die Beantwortung der Frage, für welche Wertepaare (x, y) die Ungleichung $x^y > y^x$ gilt. In diesem Zusammenhang sind beispielsweise das Programm-Menü sowie das Graphik-

Menü des ClassPad zur Veranschaulichung der Wertepaare hilfreich, für die diese Ungleichung erfüllt ist. Alle zur Bedienung des ClassPad benötigten Kenntnisse werden in dem Artikel dargestellt.

An dieser Stelle möchten wir uns sehr herzlich bei allen Autorinnen und Autoren für die produktive Zusammenarbeit, die interessanten Artikel und die konstruktiven sowie anregenden Diskussionen bedanken. Vielen Dank vor allem dafür, dass Sie Ihre Erfahrungen mit dem Graphikrechner-Einsatz im Unterricht anhand von anschaulichen Beispielen und hilfreichen Hinweisen zur Bedienung dargestellt und verdeutlicht haben.

Ein besonderer Dank gilt der Firma Casio für die Unterstützung bei der Realisierung dieses Buchprojektes. Insbesondere bedanken wir uns sehr herzlich beim Schoolcoordinator Stefan Goltz, dass er die gesamte Entstehungsgeschichte dieses Buches stets interessiert und kooperativ begleitet, immer wieder technische Fragen bezüglich der Graphikrechner beantwortet hat und uns bei der Erstellung des Buches stets unterstützend zur Seite stand. Dem Educational Coordinator Tom Herwig danken wir für die hilfreichen Hinweise in Bezug auf die Formatierungen des Buches und dem Educational Project Manager Tim Bebensee für die Unterstützung unseres Projekts. Des Weiteren möchten wir uns sehr herzlich für die konstruktiven Rückmeldungen bedanken.

Literatur:

Churchhouse, R. F. (Ed.) (1986). *The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching*. ICMI Study Series. University Press: Cambridge

GDM u. MNU (2010). *Stellungnahme der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) sowie des Deutschen Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts (MNU) zur „Empfehlung der Kulturministerkonferenz zur Stärkung der mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Bildung“* <http://madipedia.de/images/4/40/Stellungnahme-GDM-MNU-2010.pdf>

Hoyles, C. & J.-B. Lagrange (Eds.) (2010). *Mathematics Education and Technology – Rethinking the Terrain*. The 17th ICMI Study, Springer: New York u. a.

Kaput, J. J. (1992). *Technology and mathematics education*. In Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. McMillan: New York, S. 515–556

KMK (2009). *Empfehlung der Kultusministerkonferenz zur Stärkung der mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Bildung*
http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2009/2009_05_07-Empf-MINT.pdf

NCTM (1989, 2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM, Inc.: Reston.
<http://standards.nctm.org/>

Weigand, H.-G. (2003). *Taschenrechner im Mathematikunterricht - Ein retrospektiver Vergleich der Diskussion und Vorgehensweise in der BRD und in der DDR*, in: Henning, H. u. Bender, P. (Hrsg.), *Didaktik der Mathematik in den alten Bundesländern - Methodik des Mathematikunterrichts in der DDR, Bericht über eine Doppeltagung zur gemeinsamen Aufarbeitung einer getrennten Geschichte*, Universität Magdeburg, Universität Paderborn. 205–216