

Inhalt		
Editorial		
Verteilungsfunktionen mit dem FX-87DE X: Die Dreimal-Mindestens-Aufgabe	Seite 1-2	
Daten verteilen: Die Software „Share Assistant“	Seite 2	
Buchtipp: Mathematik verstehen 5 – Technologie-training CASIO	Seite 3	
Serie: Aufgaben zum Knobeln: Das weiße Band der Sympathie	Seite 3	
Analysis mit dem FX-CG20: Ein besonderes Tangentenproblem	Seite 4	
Die Schneeflockenkurve mit dem ClassPad II: Ein Monster wird gebändigt	Seite 5	
Stochastik mit dem FX-991DE X und FX-87DE X: Würfelexperiment zur Simulation des Zerfallsgesetzes	Seite 6	
Prüfungsaufgabe aus Finnland: Das Quadrat, das aus einem Dreieck stieg	Seite 7	
Lehrer-Info-Service	Seite 8	
Impressum	Seite 8	

Verteilungsfunktionen mit dem FX-87DE X

Die Dreimal-Mindestens-Aufgabe

Autor: Dr. Wolfgang Ludwicky, Tangermünde

In den Bildungsstandards ist für die Leitidee „Daten und Zufall“ festgelegt, dass die Schülerinnen und Schüler die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen nutzen können. Dies erfordert auch das Beherrschen eines Aufgabentyps, der als „Dreimal-Mindestens-Aufgabe“ bezeichnet wird: In der Aufgabenstellung kommt das Wort „mindestens“ dreimal vor.

Beispiel:

Die Wahrscheinlichkeit für einen Treffer betrage $p\%$. Berechne, wie oft ein Versuch mindestens durchgeführt werden muss, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens $S\%$ mindestens ein Treffer erreicht wird.

Die Anzahl X der Treffer bei diesem Zufallsversuch ist eine binomialverteilte Zufallsgröße mit der Trefferwahrscheinlichkeit p und der unbekanntem Anzahl n von Versuchen: $X \sim B_{n,p}$. In den Lehrbüchern wird die Lösung für diese Aufgabe hergeleitet:

$$P(1 \leq X) = B_{n,p}(\{1; 2; \dots; n\}) \geq 0,01 \cdot S \Leftrightarrow \frac{\ln(1 - 0,01 \cdot S)}{\ln(1 - p)} \leq n$$

Die „Dreimal-Mindestens-Aufgabe“ kann verallgemeinert werden, indem nach mindes-



tens w Treffern ($w \geq 2$) gefragt wird. Dabei treten Ungleichungen auf, deren Lösungen nicht mehr in formelmäßig geschlossener Form angegeben werden können. Der FX-991DE X kann sie mit der SOLVE-Funktion lösen. Da auf dem FX-87DE X der Befehl SOLVE nicht zur Verfügung steht, bietet sich die Lösungssuche mittels sinnvollen Probierens an. Die Möglichkeiten dafür werden an einem Beispiel erläutert.

Aufgabe:

Doreen trifft beim Torwandschießen mit

20%iger Wahrscheinlichkeit. Bestimme, wie oft Doreen mindestens schießen muss, damit sie mit mindestens 90%iger Wahrscheinlichkeit mindestens dreimal trifft.

Es werden drei Lösungsmöglichkeiten mit dem FX-87DE X angegeben:

1. Möglichkeit

Doreen soll mindestens w -mal ($w \geq 1$) mit mindestens der Wahrscheinlichkeit s treffen, wenn bei jedem Schuss die Trefferwahrscheinlichkeit p beträgt. Es ist die kleinste

Fortsetzung auf Seite 2

Editorial

Liebe Lehrerinnen und Lehrer,

im CASIO forum finden Sie Anregungen und Beispiele für den gewinnbringenden Unterrichtseinsatz der Schulrechner von CASIO. Dabei zeigt die aktuelle Ausgabe die vielfältigen Möglichkeiten, die sich durch den Einsatz der Rechner im Unterricht ergeben. So

lassen sich Themen – wie z.B. Koch-Kurven – behandeln, die aufwendigere Rechnungen erfordern und ohne technische Hilfsmittel nicht bewältigt werden könnten. Über Rückmeldungen zur Umsetzung der Aufgaben im Unterricht oder Anregungen

zu bestimmten Themen freuen wir uns! Auch Beiträge sind herzlich willkommen, gern als E-Mail an education@casio.de.

Ihr Redaktionsteam
CASIO Educational Projects

Gesamtanzahl n der Versuche so zu ermitteln, dass $P(X \geq w) \geq s$, wobei X die Gesamtzahl der Treffer angibt. Durch äquivalente Umformungen ergibt sich:

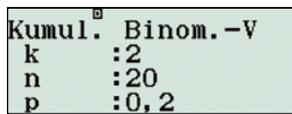
$$P(X \geq w) \geq s$$

$$1 - P(X \leq w-1) \geq s$$

$$1 - B_{n;p}(\{0;1;\dots;w-1\}) \geq s$$

$$B_{n;p}(\{0;1;\dots;w-1\}) \leq 1-s$$

Die Wahrscheinlichkeit $B_{n;p}(\{0;1;\dots;w-1\})$ wird mit dem FX-87DE X im Verteilungsfunktions-Modus berechnet. Mit der Tastenfolge **MENU** **4** **▼** **1** wird das Menü zur Berechnung der kumulativen Binomialverteilung aufgerufen und „2: Variable“ gewählt. Es folgt die Eingabe der konkreten Werte für k und p , hier sind das $k=w-1=3-1=2$ und $p=0,2$. Für n wird als erster Schätzwert 20 eingesetzt.



Das führt zur Anzeige $P=0,2060847189$, deswegen muss n erhöht werden. Wird **≡** **▼** eingegeben, kann der Wert von n verändert werden. Für $n=25$ ergibt sich mit $P=0,09822522284$ erstmals ein Wert, der kleiner als $1-0,9=0,1$ ist. Deswegen muss Doreen mindestens 25-mal auf die Torwand schießen, um mit 90% Wahrscheinlichkeit mindestens drei Treffer zu erreichen, wenn sie bei jedem Schuss mit 20% Wahrscheinlichkeit trifft.

Mit diesem Vorgehen können auch „Dreimal-Mindestens-Aufgaben“ gelöst werden, bei denen die Anzahl w der gewünschten Treffer sehr groß ist.

2. Möglichkeit

Die Ungleichung

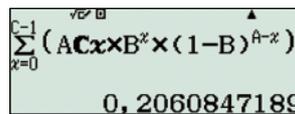
$$B_{n;p}(\{0;1;\dots;w-1\}) \leq 1-s$$

ist äquivalent zu

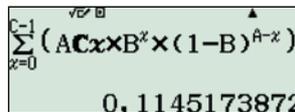
$$\sum_{x=0}^{w-1} \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x} \leq 1-s$$

Im Modus „Berechnungen“ wird diese Summe mit den Variablen $A(=n)$, $B(=p)$ und $C(=w)$ eingegeben: Die Berechnung startet mit **CALC**. Für A den ersten Schätzwert 20 eingeben, für $B=0,2$ und für $C=3$ (Für die „gebundene“ Variable x muss kein Wert eingesetzt werden).

Nach dem Betätigen von **↵** erscheint



CALC veranlasst eine erneute Berechnung, bei der ein größerer Wert für A gewählt wird. Für $A=24$ lautet das Ergebnis:



Das führt zur selben Lösung wie bei der 1. Möglichkeit. Bei der Neuberechnung eines Terms mit **CALC** müssen mit dem Cursor **▼** die Variablen angesteuert werden, die zu ändern sind. Die Bestätigung mit **≡** löst die sofortige Neuberechnung des Terms aus.

3. Möglichkeit

In der Ungleichung

$$\sum_{x=0}^{w-1} \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x} \leq 1-s$$

werden die Variablen w , p und s belegt:

$$\sum_{x=0}^{3-1} \binom{n}{x} \cdot 0,2^x \cdot (1-0,2)^{n-x} \leq 1-0,9$$

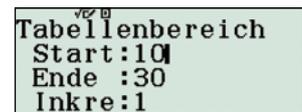
und so weit wie möglich vereinfacht. Danach ist nur noch

$$0,8^n + n \cdot 0,2 \cdot 0,8^{n-1} + \binom{n}{2} \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^{n-2} \leq 0,1$$

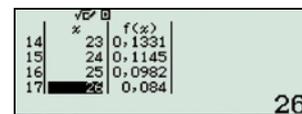
zu lösen. Dafür wird im Modus „Tabellen“ die Funktion

$$f(x) = 0,8^x + x \cdot 0,2 \cdot 0,8^{x-1} + \binom{x}{2} \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^{x-2}$$

eingegeben (der Binomialkoeffizient mithilfe von nCr). Die Auswahl



führt zur Anzeige



und zur Lösung $n=25$.

Diese 3. Möglichkeit ist allerdings nur bis etwa $w=6$ praktikabel.

Alle drei Möglichkeiten nehmen durch den Einsatz des FX-87DE X Einfluss auf die didaktische und methodische Gestaltung des Unterrichts und damit auch auf den Lernprozess der Schülerinnen und Schüler. Der Umgang mit dem Summenzeichen und die Formel von Bernoulli in ihrem inhaltlichen Verständnis werden geübt und gefestigt.

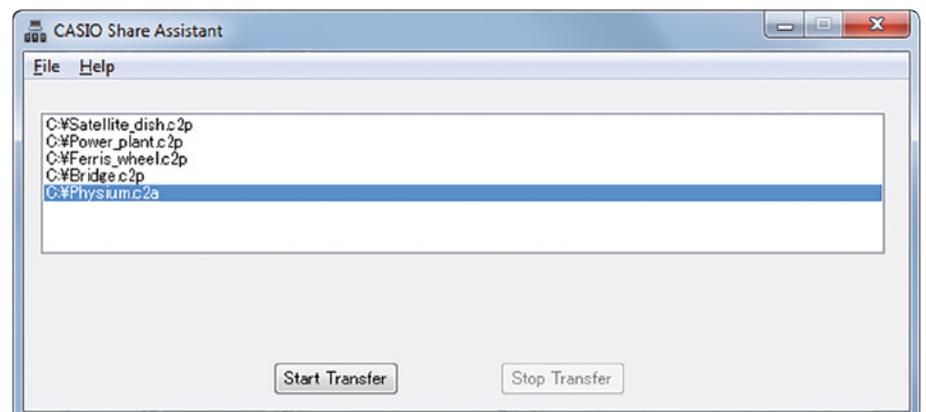
Die Software „Share Assistant“

Die Schul- und Grafikrechner von CASIO lassen sich leicht zurücksetzen, um genau die Inhalte vor der Prüfung zu entfernen, die nicht erwünscht sind. Damit genügen diese Geräte den unterschiedlichen Zulassungsrichtlinien in deutschen Bundesländern und in Österreich.

Wenn Schüler auf ihrem Rechner den gleichen Datensatz individuell bearbeiten sollen, dann ist es notwendig, diesen auf alle Schülerrechner zu übertragen. CASIO bietet eine einfache und kostengünstige Methode an, Daten parallel weiterzugeben. Mit dem kostenlosen Programm „Share Assistant“

–Download auf <http://edu.casio.com/>–

können Add-Ins, eActivity, Bilder und Filme, aber auch Tabellen, Programme und andere ClassPad II-Inhalte auf beliebig viele Geräte gleichzeitig übertragen werden. Damit kommt die CASIO-Lösung ohne teure



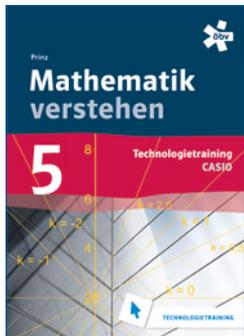
Zusatzgeräte und ohne drahtlose Daten-Übertragung aus. Ziehen Sie Dateien in das Hauptfenster des Share Assistant und starten Sie den Transfer. Sobald dies geschehen ist, werden alle ausgewählten Dateien auf jeden ClassPad II kopiert, der an den PC angeschlossen wird. Die Daten werden ohne Verzögerung parallel oder

nacheinander verteilt, bis der Transfer in der Software gestoppt wird.

Probieren Sie die neuen Möglichkeiten doch einmal mit einem mathematisch interessanten Film oder einer eActivity aus und verteilen Sie diese Daten mit z.B. einem 4er/7er Hub an alle ClassPad II-Rechner in Ihrer Klasse!

Mathematik verstehen 5. CASIO, Technologietraining

Autor: Roland Prinz, Stiftsgymnasium der Benediktiner zu St. Paul, Österreich



Prinz, Roland, Mathematik verstehen 5. CASIO, Technologietraining, 9. Schuljahr – Österreichischer Bundesverlag (öbv), Wien. ISBN: 978-3-209-09072-0

Der Band „Mathematik verstehen 5. CASIO, Technologietraining“ der österreichischen Schulbuchreihe „Mathematik verstehen“ (Sek II) des öbv-Verlages ergänzt das Schulbuch in idealer Weise für den ClassPad II. Ziel des Buches ist es, Interessierten ein Grundlagenwerk zur Verfügung zu stellen, in dem die Bedienung des Gerätes sowie sämtliche Themengebiete des Jahrgangs kleinschrittig behandelt werden.

Durch diese „Schritt für Schritt“-Anleitung ist das Buch für das Selbststudium, die Vor- und Nachbereitung und als Nachschlagewerk geeignet. Es enthält eine Übersicht der verwendeten Befehle mit einer Musteraufgabe, das Inhaltsverzeichnis verweist auf konkrete Themenbereiche. Weil sämtliche Beispiele ausführlich erklärt und vollständig durchgerechnet werden, kann es auch unabhängig vom Lehrwerk eingesetzt werden.

C 4.03 Ermittle die Lösung der quadratischen Gleichung $x^2 - 2x + 1 = 0$ (eine reelle Lösung) und überprüfe die Lösung grafisch!

Lösung:
Öffne die Main-Anwendung und folge den Anweisungen!

1 2 3 4
Gib $\text{solve}(x^2 - 2x + 1 = 0, x)$ ein und bestätige die Eingabe mit EXE !

1 2 3 4
Tippe auf F5 ! Danach öffnet sich das Grafikfenster.

1 2 3 4
Markiere $x^2 - 2x + 1$ und ziehe den Term in das Grafikfenster!

1 2 3 4
Das Grafikfenster wird mit X geschlossen.

Beispiel: [C.4.03]

Bereits angekündigt:
Prinz, Roland, Mathematik verstehen 6. CASIO, Technologietraining, 10. Schuljahr – Österreichischer Bundesverlag (öbv), Wien. ISBN: 978-3-209-09074-4

Serie: Aufgaben zum Knobeln

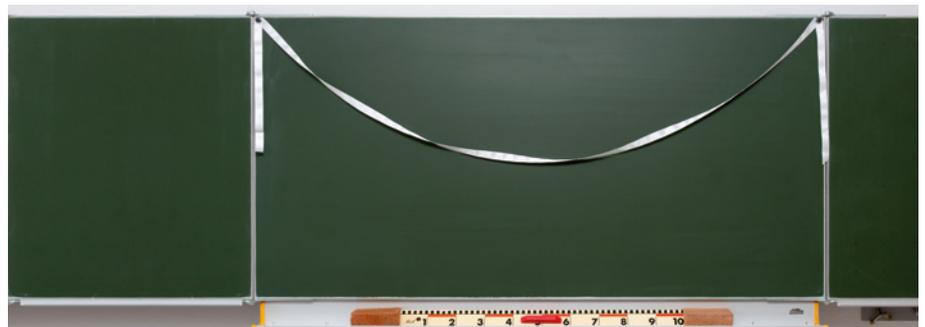
Das weiße Band der Sympathie

Autor: Gerhard Glas, Marienschule Offenbach

Die 6. Klasse ist schon ganz aufgeregt: Am Samstag wird der Schulleiter heiraten!

Und weil er auch noch ihr heiß geliebter Mathematiklehrer ist, haben sie lange überlegt, wie sie ihn am Montag überraschen können. Heimlich, still und leise haben sie dafür schon viele Ideen gesammelt. Eine davon war es, ganz viele Tafeln in der Schule mit einem weißen Band zu schmücken. Darauf wollen sie dann „Herzlichen Glückwunsch“ schreiben. Das haben sie einmal auf einem Foto gesehen, das ein Schüler mitgebracht hatte.

Das Band wurde am Anfang und am Ende durch einen Magneten an der Tafel gehalten. Weil es allen so gut gefallen hat, wollen sie am Montag vor der ersten Stunde



ganz schnell die 12 Tafeln der fünften und sechsten Klassen genauso schmücken. Ausprobieren können sie es vorher leider nicht, dann wäre das Geheimnis ja keines mehr.

Deswegen suchen sie jemanden, der ihnen sagen kann, wie lang das Band sein muss,

das sie einkaufen müssen. Da es nicht besonders billig ist, möchten sie die Gesamtlänge schon auf 10 cm genau wissen.

Wer einen Taschenrechner, einen Grafikrechner oder einen Taschencomputer bedienen kann, kann ihnen doch sicher helfen!

Ein besonderes Tangentenproblem

Autor: Jürgen Appel, Deutschorden-Gymnasium, Bad Mergentheim

Aufgabe:

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{2}{9}x^3 - \frac{5}{3}x - \frac{5}{9}$$

Bestimmen Sie alle Tangenten an den Graphen von f , die gleichzeitig auch Normalen an den Graphen von f sind. Geben Sie Besonderheiten der Lösung an.

Lösung:

Der Berührungspunkt der Tangente t sei $B(u|f(u))$, die allgemeine Tangentengleichung

$$t: y = f'(u) \cdot (x - u) + f(u)$$

Sei $N(v|f(v))$ der Schnittpunkt der Tangente mit dem Graphen. Wenn t auch Normale sein soll, muss N der Schnittpunkt der Tangente t mit dem Graphen sein.

$$\frac{2}{9}x^3 - \frac{5}{3}x - \frac{5}{9} = f(u) \cdot (x - u) + f(u)$$

$$\frac{2}{9}x^3 - \frac{5}{3}x - \frac{5}{9} = \left(\frac{2}{3}u^2 - \frac{5}{3}\right) \cdot (x - u) + \frac{2}{9}u^3 - \frac{5}{3}u - \frac{5}{9}$$

$$\frac{2}{9}x^3 - \frac{5}{3}x - \frac{5}{9} = \frac{2}{3}u^2 \cdot x - \frac{2}{3}u^3 - \frac{5}{3}x + \frac{5}{3}u + \frac{2}{9}u^3 - \frac{5}{3}u - \frac{5}{9}$$

$$\frac{2}{9}x^3 - \frac{2}{3}u^2 \cdot x + \frac{4}{9}u^3 = 0$$

Diese Gleichung muss $x_1 = u$ als doppelte Nullstelle besitzen (Tangente berührt in B). Faktorisieren liefert:

$$\left(\frac{2}{9}x^3 - \frac{2}{3}u^2 \cdot x + \frac{4}{9}u^3\right) = \left(\frac{2}{9}x + \frac{4}{9}u\right) \cdot (x - u)^2$$

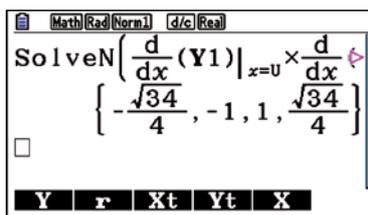
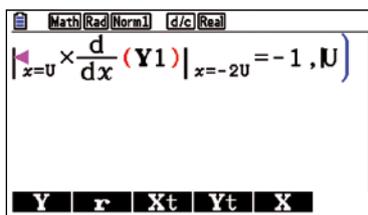
und als weitere (einfache) Nullstelle:

$$x_2 = -2u \text{ (d.h. } v = -2u)$$

Da die Tangente in $N(v|f(v))$ senkrecht zur Normalen und damit zur Tangente in B sein muss, folgt:

$$f'(u) \cdot f'(v) = -1 \text{ bzw. } f'(u) \cdot f'(-2u) = -1$$

Diese Gleichung kann mithilfe von SolveN gelöst werden:



Es gibt vier Tangenten, die die Anforderungen erfüllen. Die Tangentengleichungen liefert der FX-CG20 (unter SKETCH). Hilfreich ist es, zuvor die vier Lösungen zu speichern.

Die Gleichungen der vier Tangenten lauten:

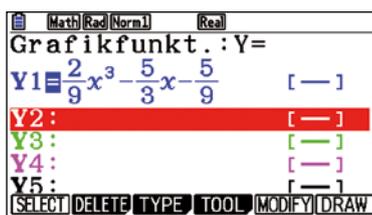
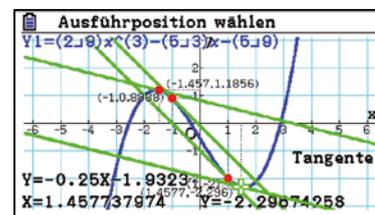
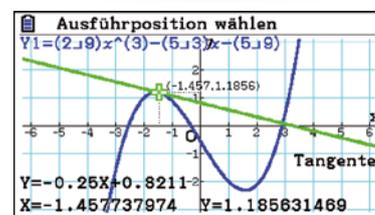
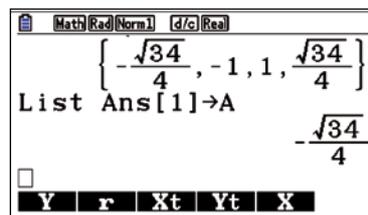
$$t_1: y = -0,25x + 0,8211$$

$$t_2: y = -x - 0,1111$$

$$t_3: y = -x - 1$$

$$t_4: y = -0,25x - 1,9323$$

Es fällt auf, dass es sich um zwei Paare paralleler Tangenten handelt. Das war zu erwarten, denn jede Parabel dritter Ordnung ist punktsymmetrisch zu ihrem Wendepunkt.

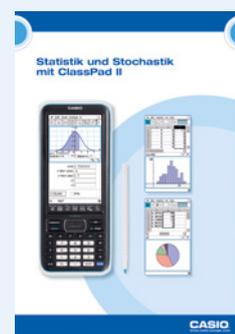


Buchtip

Neu: Statistik und Stochastik mit dem ClassPad II

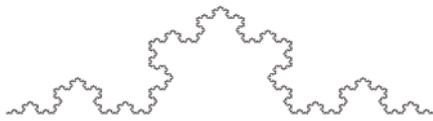
Der ClassPad II eignet sich hervorragend für die Bearbeitung mathematischer Problemstellungen aus Stochastik und Statistik. Einführende Beispiele und Aufgaben leiten über zu ausgewählten Fragestellungen, die schrittweise erarbeitet werden.

ISBN: 978-3-941321-38-0



Ein Monster wird gebändigt

Autor: Armin Baeger, Kurfürst-Balduin-Gymnasium Münstermaifeld

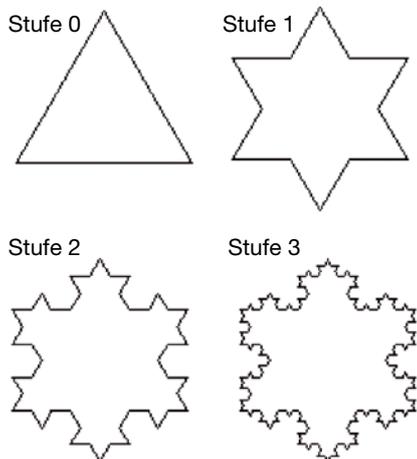


Bereits 1904 stellte der schwedische Mathematiker Helge von Koch eine seltsame Kurve vor, die schon bald als „Monsterkurve“ bezeichnet wurde. Sie ist eines der am häufigsten genannten Beispiele für ein fraktales Objekt und aus der Sicht der Analysis ein Beispiel für eine stetige, aber nirgends differenzierbare Kurve (Abb. 1)¹.

Durch Kombination dreier Koch-Kurven entsteht die kochsche Schneeflocke. Ihre Konstruktion ist einfach und könnte auch leicht in der Programmiersprache des ClassPad 400 programmiert werden: Ausgangsfigur ist ein gleichseitiges Dreieck (Stufe 0).

Für die weiteren Stufen werden die folgenden Konstruktionsschritte iteriert (Abb. 2)²:

- Teile eine Strecke beliebiger Länge in drei gleich lange Strecken.
- Zeichne auf der mittleren Strecke ein gleichseitiges Dreieck.
- Entferne die mittlere Strecke.



Es ist sinnvoll, die ersten drei Stufen von den Schülerinnen und Schülern einmal zeichnen zu lassen, bevor der Frage nachgegangen wird, wie groß Umfang und Flächeninhalt dieser Schneeflocke sind. Im Unterricht sollten die Schülerinnen und Schüler diese Größen zunächst einmal schätzen, bevor sie Überlegungen anstellen, das Problem konkret zu lösen. Es empfiehlt sich, zum Rechnen die Seitenlänge des Dreiecks auf 1 Längeneinheit festzusetzen. Das Ergebnis wird verblüffend sein.

Obwohl in den Lehr- und Rahmenplänen der meisten Bundesländer im Rahmen der Anpassung an die Bildungsstandards zur All-

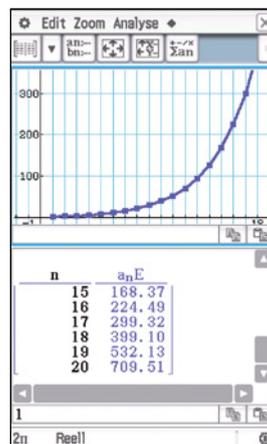
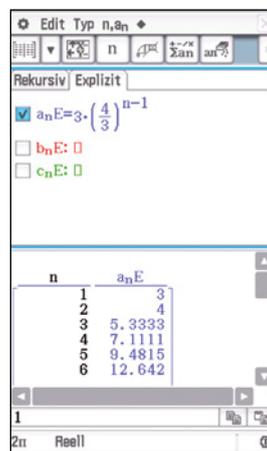
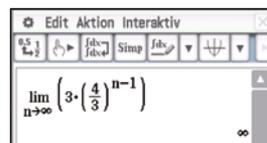
gemeinen Hochschulreife das Themenfeld „Zahlenfolgen und ihre Grenzwerte“ weitgehend gestrichen wurde, bietet es sich an, Umfang und Flächeninhalt als Zahlenfolgen zu betrachten und deren Grenzwert zu bestimmen.

Dazu gilt es zunächst, die Entwicklung der Umfänge zu beschreiben. Ausgehend von der Seitenlänge 1 kann der Schüler die Umfänge für die ersten Stufen leicht angeben:

$$U_0 = 3, U_1 = 3 \cdot \frac{4}{3} = 4, U_2 = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2, \text{ usw.}$$

$$U_n = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$$

Dass die Werte dieser Zahlenfolge über alle Grenzen wachsen, ist für die Schüler mit ihren Mittelstufenkenntnissen über Exponentialfunktionen begründbar. Zur Veranschaulichung der Situation kann das Folgenmodul des ClassPad verwendet werden.



Auch zur deutlich anspruchsvolleren Untersuchung des Flächeninhalts ist die genaue Analyse von Abb. 2 hilfreich. Das gleichseitige Grunddreieck besitzt den Flächeninhalt $A_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

In der 1. Stufe kommen 3 gleichseitige Dreiecke mit der Kantenlänge $\frac{1}{3}$ und dem Flächeninhalt $A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$ hinzu; es ergibt sich $A_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(1 + \frac{4}{9}\right)$. Die 2. Stufe ist um 12 kleine Dreiecke mit der Kantenlänge $\frac{1}{9}$ größer, ihr Flächeninhalt ist $A_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{4}{27}\right)$.

Allgemein gilt:

Die n-te Stufe ist um $3 \cdot 4^{n-1}$ gleichseitige Dreiecke mit der Kantenlänge $\frac{1}{3^n}$ größer als die vorherige Stufe. Für den Flächeninhalt ergibt sich eine Vergrößerung um $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{1}{3^n}\right)^2$. Nun kann der Flächeninhalt der Schneeflockenkurve berechnet werden:

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} + \sum_{i=1}^n 3 \cdot 4^{i-1} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{1}{3^i}\right)^2$$

Durch Ausklammern und Anwendung von Potenzgesetzen lässt sich der Ausdruck vereinfachen zu

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{4}{9}\right)^i\right)$$

Der Grenzwert der geometrischen Reihe ist leicht zu berechnen und damit auch der Grenzwert für den Flächeninhalt der Schneeflocke:

Für $n \rightarrow \infty$ beträgt der Flächeninhalt

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 - \frac{4}{9}}\right) = \frac{2}{5} \sqrt{3} \approx 0,693 \text{ FE.}$$

Das Ergebnis erstaunt schon: Trotz eines unendlich großen Umfangs ist der Flächeninhalt endlich und eher klein. Haben Ihre Schüler damit gerechnet?

Vielleicht haben Sie oder Ihre Schüler Lust bekommen, etwas tiefer in die Welt der Fraktale einzudringen. So ist es spannend zu erfahren, dass die Dimension eines Fraktals keine ganze Zahl sein muss: Die Dimension der Koch-Kurve beträgt ungefähr 1,26.

Im Gegensatz zur Schneeflocke ist die Koch-Kurve selbstähnlich, d.h. beim „Hineinzoomen“ in die Koch-Kurve findet man an jeder Stelle wieder eine Koch-Kurve. Weitere schöne und leicht zugängliche Beispiele für solche Fraktale sind das Sierpinski-Dreieck oder der Menger-Schwamm.

¹http://www.pohligh.de/Unterricht/Inf2002/Tag18/Bilder/KochKurve27.gif
²http://www.oberstufeninformatik.de/info11/turtle/flocke.gif

Würfelexperiment zur Simulation des Zerfallsgesetzes

Die Radioaktivität hervorgerufen durch den Kernzerfall stellt ein wichtiges, auch gesellschaftliches Thema dar. Kernkraftwerke, nukleare Waffen und deren Rolle in der aktuellen Politik, aber auch deren Nutzung in Forschung und Technik sind nur einige Beispiele. Oft werden diese Themen im Chemie- oder Physikunterricht behandelt, im Mathematikunterricht eignet sich der Kernzerfall bereits als Thema für die Mittelstufe.

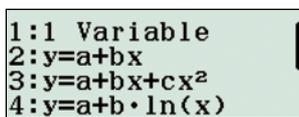
Es handelt sich um einen stochastischen Prozess, der simuliert werden kann: mit Würfeln! Dazu bekommt jede Dreiergruppe einen Satz Würfel. Eine Würfelrunde entspricht einer Zeiteinheit, in der ein Würfelwurf darüber entscheidet, ob ein „Atomkern“ zerfällt. Die Würfelzahl 1 bedeutet „Kernzerfall“, alle anderen Ziffern bedeuten „kein Zerfall“. In der ersten Runde entscheidet jede Gruppe über 100 „Atomkerne“, sie müssen daher hundert Mal würfeln. Entsprechend der Anzahl der „nicht zerfallenen Kerne“ wird in der nächsten Runde gewürfelt.

Jede Gruppe spielt sechs Runden, sie ermittelt so die Zahl der Kerne vor dem Start der siebten Runde. Um die Gruppenergebnisse abschließend vergleichen und diskutieren zu können, werden die Tabellen von jeder Gruppe in den Taschenrechner eingegeben.

Dafür eignet sich die Statistik-Funktion der Modelle aus der ClassWiz-Serie, dem FX-991DE X und dem FX-87DE X.



Im Menü die Auswahl [6]



[2], [3] oder [4] wählen

x	y
5	47
6	38
7	32
8	

x ist die Rundennummer, y die Zahl der zu Beginn noch nicht zerfallenen Kerne.

Die Lehrkraft kann bereits vor Unterrichtsbeginn eine „Class“ in der „CASIO EDU+“-App einrichten. „Class“ meint in diesem Fall nicht eine Schulklasse, sondern eine Gruppe von Ergebnissen, die sinnvoll gemeinsam dargestellt werden können. Es ist sinnvoll, für jedes Thema eine „Class“ einzurichten.

Sind die Schülergruppen fertig, wird auf dem Taschenrechner die QR-Taste gedrückt und die Lehrkraft kann die einzelnen Gruppenergebnisse mit der App scannen. Sie werden anschließend zu der dafür erstellten „Class“ hinzugefügt.

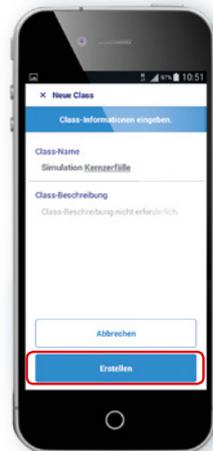
Alle Ergebnisse durch Setzen der Häkchen auswählen. Mit und der Option: „Anzeige durch Aufeinanderlegen mehrerer statistischer Graphen übereinander“ entsteht das gemeinsame Resultat:



Wählen Sie [Class]



Mit [+] erstellen Sie eine neue „Class“



Class-Name und Beschreibung eingeben, dann [Erstellen]



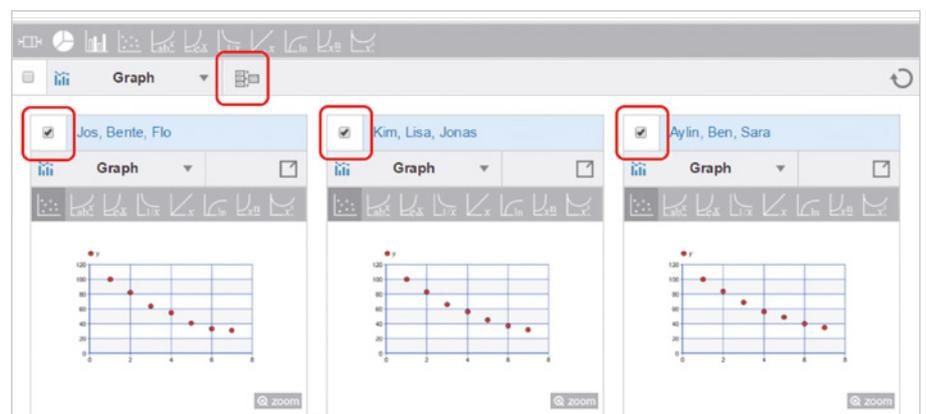
Nach dem Einscannen des [QR Code] wählen Sie [Mit einer Class teilen]

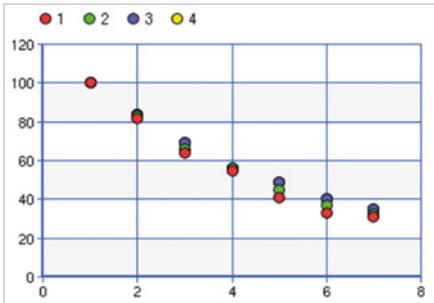


Einen „Spitznamen“ vergeben, mit [Teilen] bestätigen



Die bestehende „Class“ auswählen





Der Graph kann kabellos direkt vom Smartphone auf einen CASIO-Projektor übertragen werden. In der Übersicht sehen die Ergebnisse sehr ähnlich aus, doch durch das Übereinanderlegen aller Ergebnisse wird deutlich, dass sie sich leicht unterscheiden.

Das unterstreicht den stochastischen Charakter des Experiments. Alle wichtigen Begriffe der Stochastik können anhand dieses Experiments eingeführt und definiert werden.

CASIO EDU⁺

EDU⁺ CASIO EDU⁺ ist die neue kostenlose App speziell für die QR-Code-Funktion der neuen ClassWiz-Serie. CASIO EDU⁺ verfügt über einen auf den Kontrast der Taschenrechner-Displays zugeschnittenen QR-Code-Scanner. Es lassen sich sowohl Einzelergebnisse als auch Gruppen von Ergebnissen gemeinsam darstellen. Ab sofort verfügbar für iOS und Android.

Prüfungsaufgabe aus Finnland

Das Quadrat, das aus einem Dreieck stieg

Autor: Pepe Palovaara, Master of Science – Oulu/Finnland

Seit Computer-Algebra-Systeme 2012 in allen finnischen Schulen der Sekundarstufe II erlaubt wurden, haben viele Lehrer einen Hilfsmittel-freien Teil bei ihren Klausuren eingeführt. Erst in einem zweiten Prüfungsteil werden erweiterte mathematische Fähigkeiten unter Nutzung eines CAS-Rechners abgeprüft. Diese Teststruktur kommt ab 2016 auch bei den nationalen Reifeprüfungen zum Einsatz: Teil A muss ohne, Teil B darf mit CAS-Rechner und Formelsammlung gelöst werden.

Zusammen mit der neuen Test-Struktur wurde auch die Digitalisierung der Prüfungen vorbereitet. Alle Schulen der Sekundarstufe II haben bereits digitale Prüfungsumgebungen getestet und 2016 werden die ersten Prüfungen – in Geographie, Philosophie und Deutsch – am Computer durchgeführt. In jedem der nachfolgenden Halbjahre werden weitere Fächer dazukommen, Mathematik im Jahr 2019.

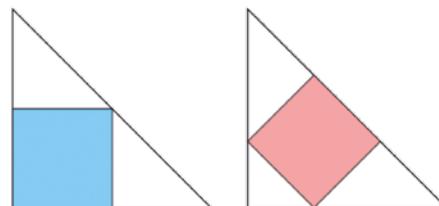
Das Ministerium hat eine digitale Prüfungsumgebung erstellen lassen, die den Schulen auf einem USB-Stick geliefert wurde. Dieses System startet die zur Prüfung mitgebrachten Schüler-PCs in einem Prüfungsmodus, der den Zugang zu persönlichen Dateien, die Kommunikation mit anderen Geräten und den Internetzugang blockiert. Geöffnet werden können nur zugelassene Anwendungen, wie etwa der ClassPad II Manager.

Mathematik wird innerhalb der 3-jährigen Oberstufe in zwei Profilen unterrichtet: Rund 30% wählen den ausführlichen Kurs mit 10 zu belegenden Themen und 50% den kürzeren mit 6 Themen, 20% der Schüler weichen auf andere Prüfungen aus.

Die folgende Aufgabe war Teil der Abschlussprüfung 2014 des kürzeren Kurses. Maximal 6 Punkte (von insgesamt 60) konnten erreicht werden. Für die höchste Note (Laudatur) waren 54 Punkte nötig, nur 4,6% der Prüflinge hatten das erreicht. Mit 10 Punkten galt die Prüfung als bestanden. Als Hilfsmittel war ein CAS zugelassen, aber die Ergebnisse mussten auf dem Papier dokumentiert werden.

Aufgabe:

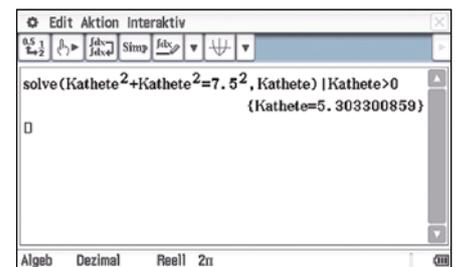
Die beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks sollen 5 Einheiten lang sein. Wie in der Abbildung zu sehen, sind Quadrate auf zwei unterschiedliche Arten in das Dreieck gezeichnet worden. Entscheiden Sie, welches Quadrat den größeren Flächeninhalt hat und berechnen Sie die Fläche des kleineren Quadrates.



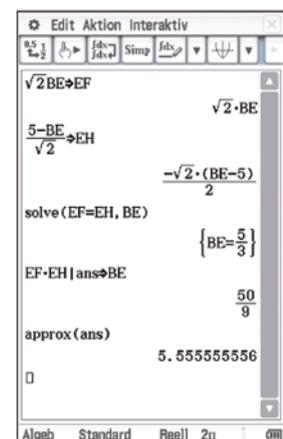
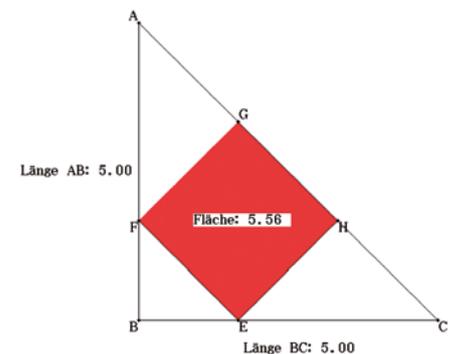
Lösung:

Die Seiten des blauen Quadrats sind genauso lang wie die Hälfte einer Kathete des Dreiecks, was bedeutet, dass die Seiten 2,5 Einheiten lang sind und der Flächeninhalt 6,25 Einheiten beträgt. Wären bei dem roten Quadrat der Flächeninhalt genauso groß und die Seiten daher 2,5 Einheiten lang, dann müsste die Hypotenuse des Dreiecks dreimal so lang, also 7,5 Einheiten, sein. Mit dem Satz des Pythagoras lässt sich leicht errechnen, dass die Katheten dann etwa 5,3 Einheiten lang wären.

Das Dreieck mit dem roten Quadrat müsste in diesem Fall also größer sein als das mit dem blauen Quadrat, damit die Flächeninhalte gleich groß wären. Bei gleich großen Dreiecken ist das blaue Quadrat größer.



Aber wie groß ist das rote Quadrat nun genau? Die Geometrie-Anwendung liefert einen ungefähren Wert, der im CAS überprüft werden kann.



Maßgeschneiderte Informationen für Mathematiklehrkräfte

Die kontinuierliche Bereitstellung von Unterrichtsmaterial, das zum einen mit den Anforderungen in deutschen Lehrplänen harmonisiert und zum anderen den Einsatz und die Bedienung der Schulrechner erleichtert, ist ein Herzstück des Lehrersupports von CASIO. Dafür steht CASIO in regelmäßigem Austausch mit Mathematiklehrkräften.

Informationsaussand zum Beispiel zu folgenden Themen:

- CASIO forum mit vielen Aufgabenbeispielen und Unterrichtseinheiten
- Informationen zu regionalen Veranstaltungen
- Neuerungen in den Zulassungsrichtlinien
- bundeslandspezifische Angebote
- Lehrerspezial holt reale Alltagsthemen in den Mathematikunterricht

Das Feedback aus der Lehrerschaft zeigt – ein Service, der geschätzt wird.



Anmeldung

Sie möchten ebenfalls maßgeschneiderte Informationen für Mathematiklehrkräfte erhalten. Dann sind Sie herzlich beim Lehrer-Info-Service von CASIO willkommen. Ob per Post oder per E-Mail – Sie entscheiden selbst, wie Sie von CASIO kontaktiert werden möchten und haben jederzeit die Gelegenheit, sich auch wieder abzumelden.

Anmeldung im Netz

Unter dieser Web-Adresse können Sie unsere Informationen abonnieren:

www.casio-schulrechner.de/lehrer-info-service



Anmeldung per QR-Code

Scannen Sie einfach den QR-Code ab.



Educational Team

Unsere Spezialisten rund um das Thema Schulrechner von CASIO und deren Einsatz im Mathematikunterricht stehen Ihnen bei Fragen jederzeit zur Verfügung:
 Telefon: +49 (0)40/528 65-0
 Fax: +49 (0)40/528 65-100
 E-Mail: education@casio.de

CASIO European Support Center

Für Beratung und technische Informationen wenden Sie sich an das CASIO European Support Center:
 Telefon: +49 (0)40/528 65-802
 Fax: +49 (0)40/528 65-888
 E-Mail: support_center@casio.de

Anfragen zu Reparaturen

Bei Fragen rund um das Thema Reparatur stehen Ihnen Experten unter folgenden Kontaktdaten zur Verfügung:
 Telefon: +49 (0)40/528 65-203
 Fax: +49 (0)40/528 65-242
 E-Mail: casio-repair@casio.de

Testsoftware und Updates zum Herunterladen

Übersicht über die aktuellen Betriebssystemversionen (OS)

Die Updates sowie die Testsoftware stehen zum kostenlosen Herunterladen auf unserer Internetseite bereit: www.casio-schulrechner.de

Gerät	OS-Version
ClassPad II	2.00.4000
ClassPad 330 Plus	3.10.4000
ClassPad 330/300 Plus	3.06.4000
FX-CG20	2.02
FX-9860GII/SD	2.09
Software	
ClassPad II Manager	2.00.2000
ClassPad II Manager Subscription/Jahreslizenz	2.00.3001
ClassPad Manager	3.06.3000
FX-CG20 Manager	2.00
FX-Manager Plus	2.04
ClassWiz Emulator	v1.00
Subscription/Jahreslizenz	

Stand: Januar 2016



Lehrersupport

CASIO Support für Lehrer!

Ob technisch-wissenschaftlicher Rechner oder Grafikrechner – mit dem umfangreichen Support-Programm von CASIO unterstützt Sie das Educational Team bestens bei der Auswahl des passenden Schulrechners bis hin zur Gestaltung Ihres Unterrichts.

Support-Programm

- Referenzschulen
- Lehrer-Workshops
- Lehrer-Info-Service (u.a. CASIO forum)
- Leihprogramme
- Prüfangebote
- Literatur

Impressum

Herausgeber:
 CASIO Europe GmbH
 Casio-Platz 1 • 22848 Norderstedt
 Tel.: 040/528 65-0 • Fax: 040/528 65-535

Bildquellen:
 S. 1: M. Mettin, S. 3: M. Mettin

Redaktion:
 Gerhard Glas und Armin Baeger
 CASIO Educational Team • education@casio.de

Design:
 CONSEQUENCE
 Werbung & Kommunikation GmbH, HH

Copyright für alle Beiträge, soweit nicht anders angegeben, bei CASIO Europe GmbH. Für unverlangt eingesandte Manuskripte, Fotos und Zeichnungen wird keine Haftung übernommen. Nachdruck nur mit schriftlicher Genehmigung und Urhebervermerk.

