2.10 Korrekter Autofahrer

Titel	V2 – 2-Z3 Korrekter Autofahrer
Version	Mai 2010
Themenbereich	Von der Sekanten- zur Tangentensteigung
Themen	Geschwindigkeiten Verfeinerung der Intervalle zur Bestimmung der Steigung an mehreren Punkten eines Graphen im Hinblick auf die (gesamte) Ableitungsfunktion
Rolle des GTR	Berechnungen mit einer Tabellenkalkulation bzw. Aufstellen von Wertetabellen Zeichnen von Graphen
Methoden & Hinweise	Übungsaufgabe Das Arbeitsblatt dient zur Festigung der Grundbegriffe. Es wird auf die Messweise in der Physik zurückgegriffen: Die Momentangeschwindigkeit wird durch die Durchschnittsgeschwindigkeit (zwei eng beieinanderstehende Lichtschranken) angenähert. Im Gegensatz zur Praxis wird bei dieser Aufgabenstellung allerdings nicht der räumliche, sondern der zeitliche Abstand genutzt.
Quelle	Die Aufgabe ist eine Überarbeitung der Aufgabe „Peter, der korrekte Autofahrer“ des SELMA-Projekts NRW „Ableitungen“ Eine Unterrichtsreihe für die Jahrgangsstufe 11 (Version 1.2) Albert-Schweitzer-Gymnasium, Marl Die Grafik auf der ersten Seite ist der Sammlung „Open Clip Art Library“ entnommen. Titel „Boy Driving Car Cartoon“ Uploader:Gerald_G Drawn by: / Gerald_G Created: 2006-10-19 09:19:11
Zeitlicher Rahmen	1 Schulstunde

Von der mittleren zur lokalen Änderung

Peter rühmt sich, ein besonders korrekter Autofahrer zu sein. "Gestern", so sagt er, "habe ich für die 2,5 km lange Ortsdurchfahrt in Aschenburg genau 180 Sekunden benötigt."

War Peters Autofahrt korrekt, oder hat er dabei nur Glück gehabt, dass an manchen Stellen keine Geschwindigkeitskontrolle war?

Die Auswertung des elektronischen Fahrtenbuchs, das die Fahrzeit und die zurückgelegte Strecke speichert, hat ergeben, dass die Weg-Zeit-Funktion ungefähr durch folgende Funktion *s* mit $s(t) = -\frac{5}{27}t^3 + \frac{5}{6}t^2$ beschrieben werden kann.

a. Erläutern Sie, was mit dem Begriff „korrekter“ Autofahrer gemeint sein könnte.

b. Beurteilen Sie, ob die vorliegenden Informationen ausreichen, Peters Aussage zu bestätigen.

c. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion *s* mit Ihrem GTR in einem geeigneten Intervall. Übertragen Sie die Skizze in Ihr Heft. (Vergessen Sie nicht die Achsenbeschriftung!)
Hinweis: Wofür steht t, wofür $s(t)$ *?*

d. Nun soll genauer untersucht werden.
   - Bestimmen Sie die Strecke, die Peter laut Fahrtenbuch nach 0,5 min, 1 min und 3 min zurückgelegt hat.
   - Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den Werten, die man erhält, wenn Peter mit der maximal erlaubten Geschwindigkeit gefahren wäre.
   - Skizzieren Sie den „erlaubten“ Weg-Zeit-Graphen ebenfalls in das Koordinatensystem und geben Sie eine Funktionsgleichung für diesen Graphen an.

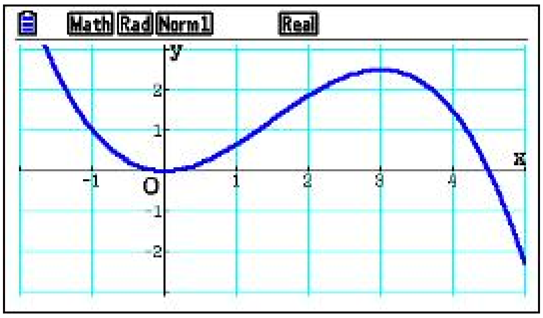
e. Peter hat erfahren, dass nach 1,5 Minuten Fahrzeit seine Geschwindigkeit gemessen wurde.
Beurteilen Sie mit einer Rechnung, ob er mit einem Bußgeldbescheid rechnen muss?

f. Bestimmen Sie grafisch die maximale Geschwindigkeit und die Zeitintervalle, in denen Peter schneller (langsamer) als $50\frac{\text{km}}{\text{h}}$ gefahren ist.
Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse rechnerisch.

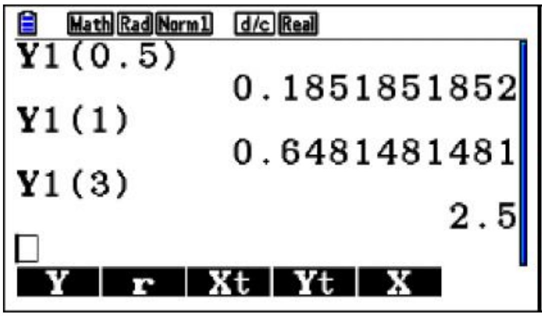
a. Ein „korrekter“ Autofahrer überschreitet nie die vorgeschriebene Höchstgeschwindigkeit.

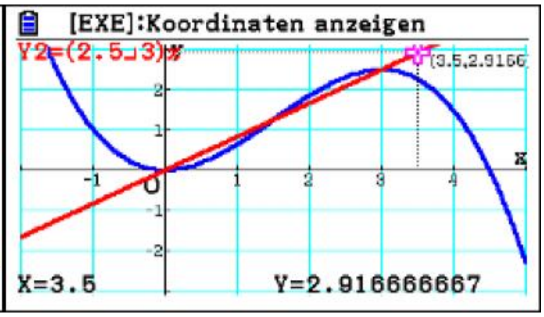
b. Nach 3 Minuten hat Peter genau 2,5 km zurückgelegt. Da seine Geschwindigkeit unterschiedlich war, muss sie in diesen drei Minuten auch einmal höher als die zugelassene Geschwindigkeit gewesen sein.

c.

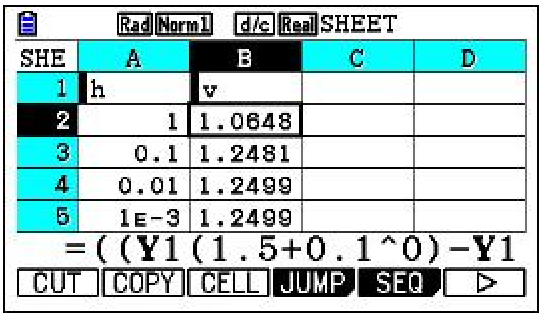


d.





e. Die durchschnittliche Geschwindigkeiten in den Intervallen [1,5;2,5], [1,5;1,6] und [1,5;1,51] liegen alle deutlich oberhalb der zulässigen Geschwindigkeit von 0,833 Kilometer pro Minute.
Er muss mit einem Bußgeldbescheid rechnen.

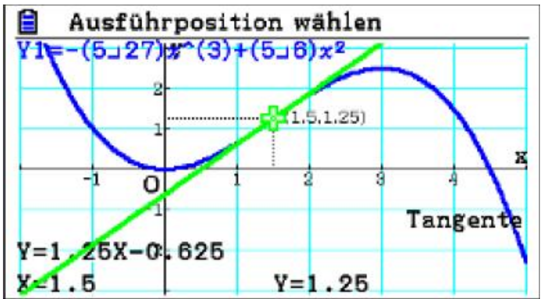


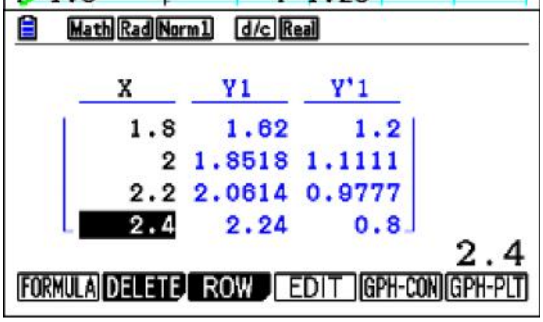
f. Lassen Sie die Tangente an der Funktion entlangwandern.

Tipp: *Stellen Sie im Setup des GTR den Parameter „Derivative“ auf „on“. Nun wird Ihnen die Steigung und die Tangentengleichung im Display angzeigt.*

Die an der Stelle x = 1.5 angelegte Tangente ist die mit der größten Steigung *m* = 1,25.
1,25 Kilometer pro Minute sind 75 Stundenkilometer.

An den Stellen 0,6 und 2,4 entspricht die Steigung ungefähr 0,833





	Für die Abschätzung der Geschwindigkeit, könnte man die Durchschnittsgeschwindigkeit in kleinen Intervallen berechnen. Demnach ist die Geschwindgkeit von 0,83 km/Minute im Intervall [0,6;2,2] überschritten.