Einsatzmöglichkeiten des ClassPad in den Klassenstufen 7 / 8

CASIO

Einsatzmöglichkeiten des ClassPad in den Klassenstufen 7 / 8

Dr. Jens Weitendorf

1. Auflage - September 2023

Einleitung

Im Land Nordrhein-Westfalen ist der Einsatz eines CAS-Rechners demnächst in der Sek. II verpflichtend. Erfahrungen zeigen, dass es Sinn macht, einen solchen Rechner schon in der Sek. I einzusetzen. Die Autoren dieses Artikels plädieren für einen Einsatz im Verlauf der Klasse 7. Der Lehrplan für die Stufen 7 und 8 sieht ebenfalls den Einsatz für einige Gebiete vor. Welche Möglichkeiten sich für einen solchen Einsatz von ClassPads der Firma Casio ergeben, soll im Folgenden für die Stufen 7 und 8 dargestellt werden. Dabei geht es überhaupt nicht darum, den ClassPad in jeder Unterrichtsstunde einzusetzen.

Der Lehrplan sieht eine Trennung in die 4 Stoffgebiete Arithmetik, Funktionen, Geometrie und Stochastik vor. Mit den Hinweisen beziehen wir uns ebenfalls auf diese 4 Gebiete, wobei es aber tlw. zu Überschneidungen kommt. So haben wir z. B. das Lösen linearer Gleichungen dem Kapitel Funktionen zugeordnet, da dies auf Grund der Darstellungsmöglichkeiten des ClassPad naheliegend erscheint.

Die einzelnen Teile des Manuskripts sind tabellenartig aufgebaut. Man findet zunächst Hinweise auf den Lehrplan, die aus diesem direkt übertragen sind, daneben Abbildungen des ClassPad. In der dritten und vierten Spalte gibt es dann technische und didaktische Hinweise. Auch bzgl. der beiden letzten Kategorien kommt es zu Überschneidungen, da einige technische Hinweise einen Zusammenhang zum Verständnis des Rechners haben. Ein solcher Rechner ist nach den Gesetzen der Logik programmiert und insofern weist die Bedienung auch Bezüge zur Mathematik auf.

Diese in Tabellen gefasste Information ist für die unterrichtenden Kolleginnen und Kollegen gedacht. Die technischen Hinweise sind so gestaltet, dass es auch für Einsteigerinnen und Einsteiger ohne Probleme möglich sein sollte, den ClassPad im Unterricht einzusetzen. Aber auch CAS erfahrenere Kolleginnen und Kollegen werden sicher die eine oder andere Idee für den Einsatz finden.

Im Anschluss an jedes Kapitel findet man Arbeitsblätter für die Schülerinnen und Schüler, die direkt einsetzbar sind. Lösungen sind nicht angegeben, da sich die Arbeitsblätter oft direkt auf die im Lehrerteil dargestellten Inhalte beziehen, und sie sich daraus direkt ergeben. Bei einigen Aufgaben wird der Rechner nur zur Kontrolle genutzt, so dass sich auch hier Lösungsblätter erübrigen.

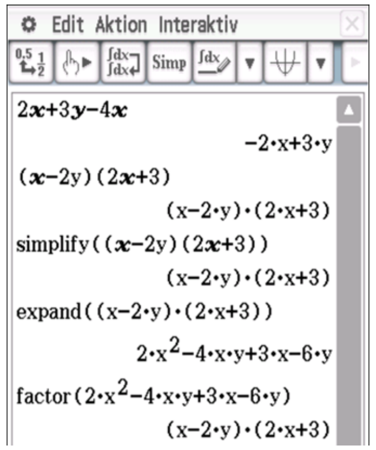
Die Arbeitsblätter sind in der Regel so gestaltet, dass sie entdeckendes Lernen ermöglichen. Ansonsten sollten die Kolleginnen und Kollegen jeweils entscheiden, welche Lösungen händisch und welche mit Hilfe des ClassPad erstellt werden sollen. Des Weiteren haben wir uns eher auf das rein Mathematische beschränkt, sodass wünschenswerte Realitätsbezüge im Unterricht hinzugefügt werden sollten.

Vielen Dank an Prof. Dr. Hans-Georg Weigand, Antonius Warmeling, Dr. Hannes Stoppel, Christoph Trappe und das Casio-Educational-Team für die Unterstützung bei der Erstellung dieses Materials.

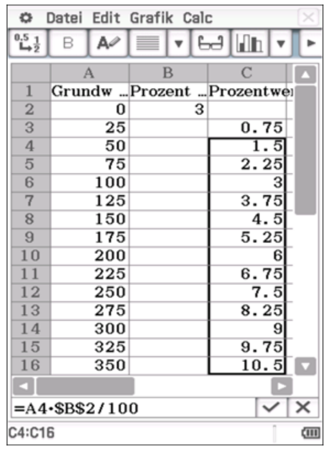
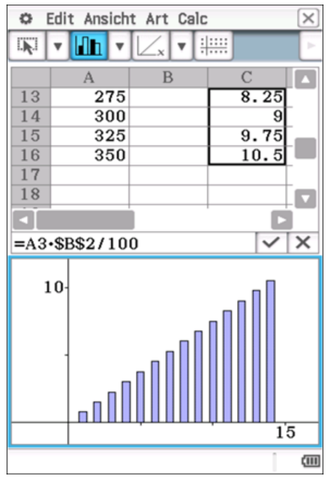
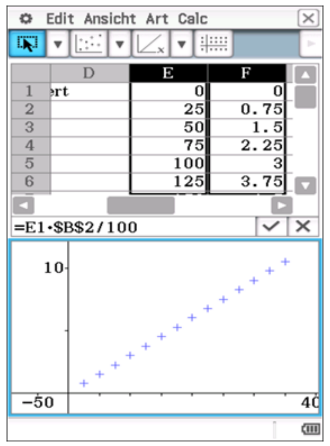
Inhaltsverzeichnis

Arithmetik

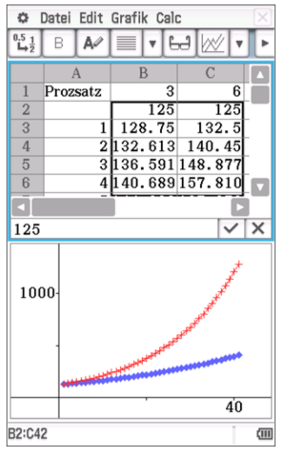
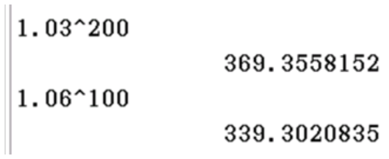
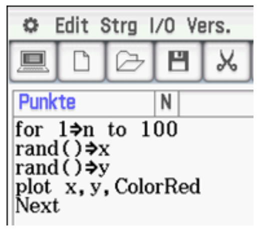
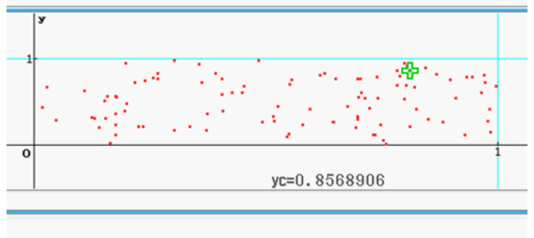
Arithmetik

Bezug zum Lehrplan	Screenshot
- Term und Variable: Variable als Veränderliche, als Platzhalter sowie als Unbekannte,	  

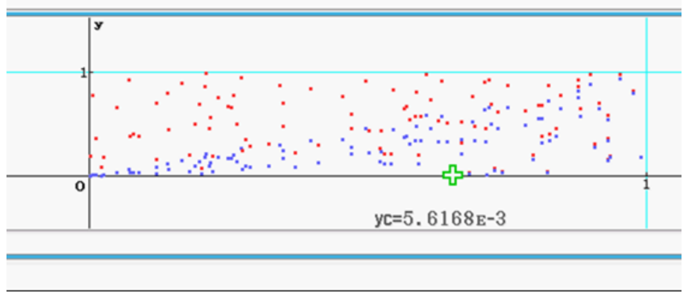
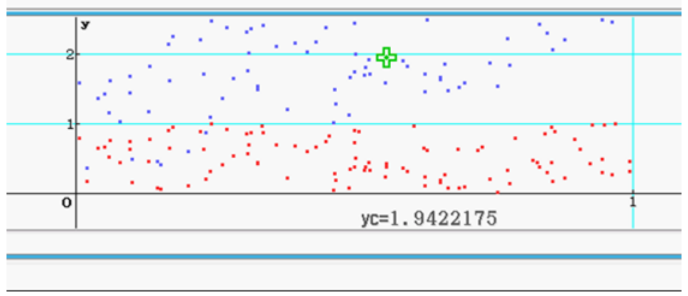
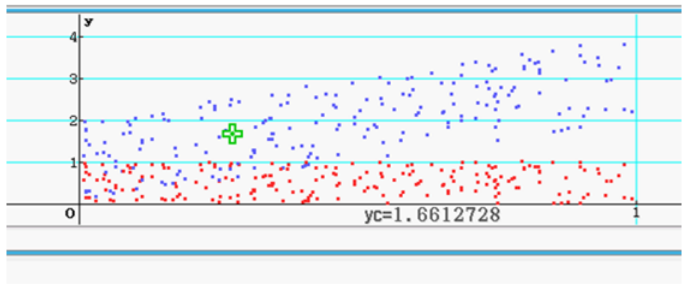
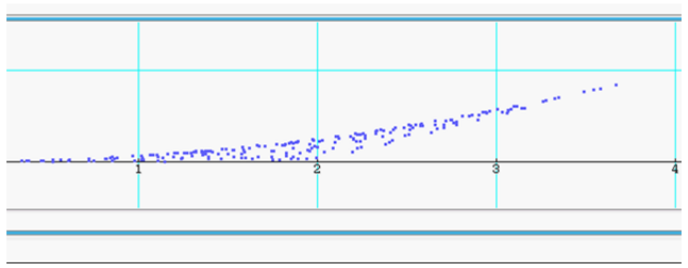
Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
Der ClassPad unterscheidet zwei verschiedene Typen von Variablen. Die Variablen auf den Tasten **x**, **y** und **z** sind ein Teil der einen, fett dargestellten Gruppe. Weitere Variablen dieser Gruppe sind unter *Keyboard* im Bereich *Var* aufgelistet. Auch diese werden fett dargestellt. Die andere Gruppe ist unter *abc* aufgelistet. Mit diesen Buchstaben lassen sich Variablen erzeugen, die aus mehr als einem Buchstaben bestehen. Der Unterschied wird durch entsprechende Eingaben deutlich (s. Abb. links oben).	Zunächst beschäftigen wir uns mit einigen Besonderheiten von Variablen.
Die Befehle *simplify*, *expand* und *factor* findet man im Drop-Down-Menü *Interaktiv*. Vor Benutzung von *Interaktiv* ist der zu behandelnde Term zu markieren. Man kann sie aber auch mit dem *Keyboard* im Reiter *abc* direkt eingeben. Der Befehl *simplify* vereinfacht einen Term oder gestaltet ihn übersichtlicher. Je nachdem, was man erreichen möchte, sind die Befehle *expand* (ausmultiplizieren) oder *factor* (faktorisieren) zu wählen.	Die fettgedruckten Variablen aus der ersten Gruppe sind Ein-Buchstaben-Variablen, während *ab* in der dritten Zeile als eine Wort-Variable verstanden wird. Malpunkte werden automatisch gesetzt. Gleiches gilt, wenn einer der Faktoren eine Zahl ist. 3**x** wird interpretiert als 3·*x*. Ebenso wird 3a als 3·*a* interpretiert.
Zur Vereinfachung der Arbeit lassen sich markierte Terme mit Hilfe des Stifts an die entsprechende Stelle ziehen. Alternativ kann man auch über den Bereich *Edit* mit *Kopieren* und *Einfügen* Terme übertragen.	Das Besondere eines CAS-Rechners ist, dass Terme mit Variablen bearbeitet werden können. Der Term 2x+3y-4x wird bei der Bedienung der EXE-Taste automatisch vereinfacht.
Desgleichen wird eine Division von Termen nicht automatisch ausgeführt, auch wenn dies möglich ist. Der Befehl *simplify* führt dann aber zum Ziel.	
Mit Hilfe des Zuordnungspfeils (*Keyboard* → *Math1*) kann man den Variablen Zahlenwerte zuordnen. Der Rechner speichert die Werte dann ab. Da man sich nicht unbedingt über längere Zeiträume daran erinnert, welchen Variablen man welche Werte zugeordnet hat, hilft hier der Variablenmanager. Man findet ihn im Untermenü von Settings .	

Bezug zum Lehrplan	Screenshot
Die Schülerinnen und Schüler (9) **ermitteln Exponenten im Rahmen der Zinsrechnung durch systematisches Probieren, auch unter Verwendung von Tabellenkalkulationen,** Auf diesen Bezug gehen wir weiter unten konkret ein. Hier geht es zunächst um die Einführung der Prozentrechnung.	  

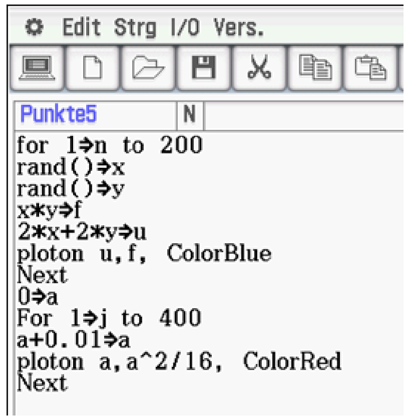
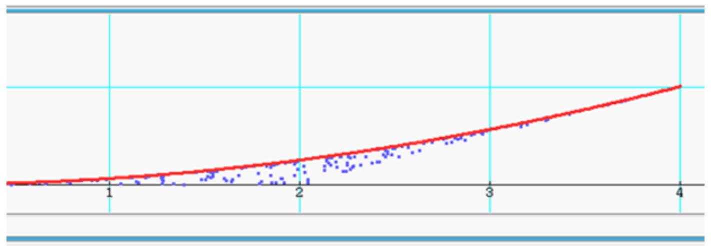
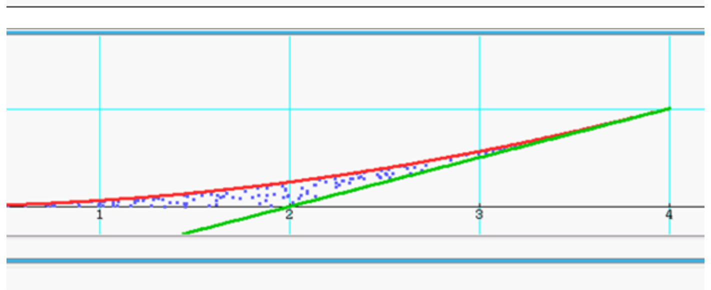
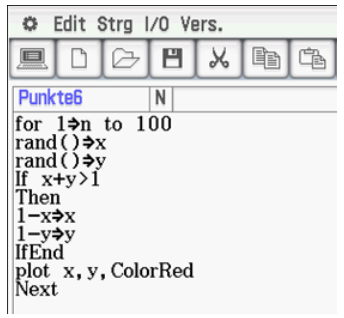
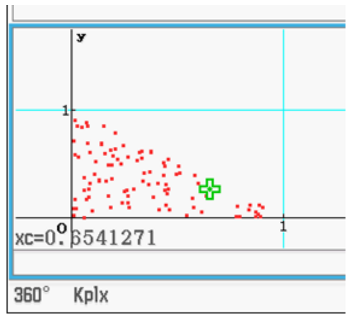
Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
Die Spalte A wird erzeugt, indem in A2 eine 0 eingegeben wird. In A3 trägt man *=A2+25* ein. A3 wird markiert und es folgt *Edit → Kopieren*. Danach sind die entsprechenden Zellen der Spalte A zu markieren und es folgt *Edit → Einfügen* (Man muss das *Einfügen* unterhalb von Kopieren wählen). In C3: *=A3•$B$2/100* Das $-Zeichen sorgt dafür, dass der Bezug nicht relativ ist, sondern sich immer auf die Zelle B2 bezieht. Man hätte auf das $-Zeichen vor dem B verzichten können, da der Bezug hinsichtlich der Spalten aber nicht hinsichtlich der Zeilen erhalten bleibt. Die weiteren Werte in Spalte C erhält man wie oben durch *Edit Kopieren Einfügen*. Für Schülerinnen und Schüler kann es erstaunlich sein, dass man bei Division der Werte in Spalte C durch die Werte aus Spalte A wieder den Prozentsatz zurück erhält. Eine Änderung des Wertes in Zelle B2 ändert automatisch die Werte in Spalte C. Will man die Werte grafisch darstellen, so dass eine direkte Abhängigkeit der Werte in Spalte C von den Werten in Spalte A deutlich wird, müssen die Werte in zwei nebeneinander liegende Spalten kopiert werden. Mit ist zwar zum Beispiel eine Darstellung als Balkendiagramm möglich, aber ohne direkten Bezug. Wählt man hingegen ,so lassen sich die Werte als Punkte darstellen und die Achsen zeigen Werte bezogene Einheiten an.	Im Rahmen der Einführung der Prozentrechnung bietet sich der Einsatz einer Tabellenkalkulation an. Schülerinnen und Schüler haben so die Möglichkeit zu erkennen, wie sich der Prozentwert verändert, wenn man den Grundwert bzw. den Prozentsatz verändert. Des Weiteren lassen sich die Werte grafisch darstellen. So kann man z. B. die Einführung von Proportionalitäten bzw. proportionalen Funktionen vorbereiten oder vertiefen, je nachdem wie die stoffliche Reihenfolge gestaltet wurde.

Bezug zum Lehrplan	Screenshot
Die Schülerinnen und Schüler (9) **ermitteln Exponenten im Rahmen der Zinsrechnung durch systematisches Probieren, auch unter Verwendung von Tabellenkalkulationen,**	 
– Term und Variable: Variable als Veränderliche, als Platzhalter sowie als Unbekannte, Termumformungen Die Schülerinnen und Schüler **(6) stellen Terme als Rechenvorschrift von Zuordnungen und zur Berechnung von Flächeninhalten und Volumina auf**, **Stochastik** ***Inhaltliche Schwerpunkte:*** **– Wahrscheinlichkeiten und Zufallsexperimente** Die Schülerinnen und Schüler **(4) simulieren Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen mit einem stochastischen Modell auch mithilfe digitaler Medien**	  

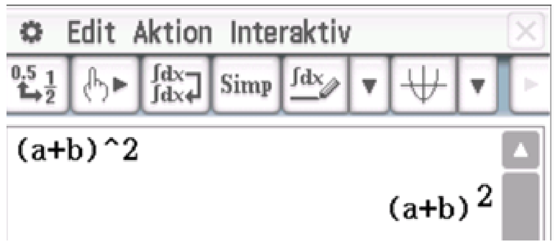
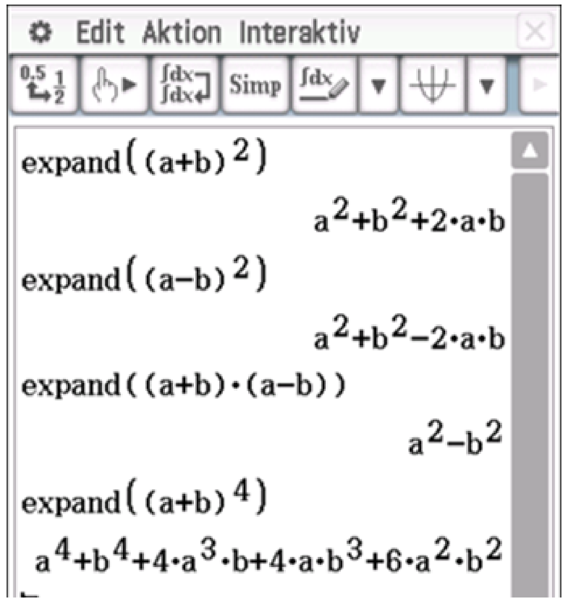
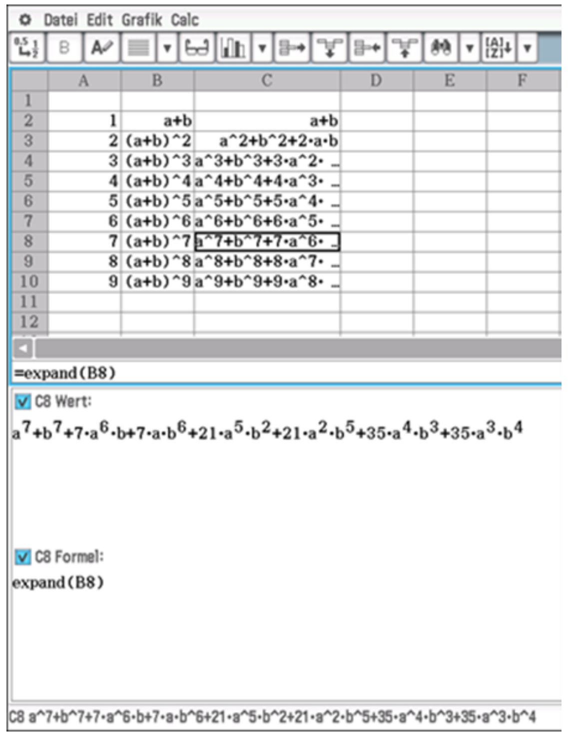
Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
Zinseszinsrechnungen lassen sich durchführen, indem man Werte der Vorgängerzelle immer mit dem gleichen Wachstumsfaktor multipliziert.	Mit Hilfe der Tabellenkalkulation lassen sich auch Zinseszins Rechnungen durchführen. Durch Probieren lassen sich auch Exponenten für Wachstumsprozesse bei vorgegebenen Daten ermitteln. Das Beispiel links zeigt die Entwicklung für einen Prozentsatz (Spalte B) und zum Vergleich den doppelt so großen (Spalte C) Aus den Grafen ist erkennbar, dass die Vorstellung, dass der Zugewinn dann doppelt so groß ist, falsch ist.
Um ein neues Programm zu erstellen, wähle man den Menüpunkt *Programm* aus. *Edit → Neue Datei* Danach ist für das zu erstellende Programm ein Name zu wählen und man gelangt dann automatisch in den Editor und kann das Programm erstellen.	Des Weiteren vermitteln die anfänglichen Daten den Eindruck, dass es bei einem Prozentsatz von 3% etwa doppelt so lange braucht verglichen mit dem doppelten so hohen Satz um einen gewissen Betrag (z. B. 200) zu erreichen. Dies ist aber nur für kleine Werte richtig, wie die Rechnungen links zeigen.
Mit Hilfe des Befehls *rand()* lassen sich Zufallszahlen im Intervall (0,1) erzeugen. Lässt man diesen Befehl zweimal ausführen, so kann man die erhaltenen Werte als x- und y-Koordinaten eines Punktes verstehen, der sich dann bildlich darstellen lässt. Das Programm links erzeugt 100 Zufallspunkte, die grafisch dargestellt werden (s. Abbildung links). Das grüne Kreuz zeigt auf den letzten gezeichneten Punkt; vermeiden lässt sich das Kreuz, wenn man den Befehl *plot* durch *ploton* ersetzt.	Durch die Darstellung bietet es sich an, über Verteilungen zu diskutieren. Dies soll hier allerdings nicht geschehen; sondern wir wollen die erhaltenen Punkte als die rechten oberen Eckpunkte eines Rechtecks interpretieren und zusätzlich den Flächeninhalt und Umfang in Abhängigkeit der einen Rechteckseite darstellen. Das heißt für den Eckpunkt C(x,y) ergibt sich das Rechteck A(0,0), B(x,0), C(x,y) und D(0,y).
Durch die for-Schleife werden 100 x- und y-Werte zufällig erzeugt. Der jeweilige Flächeninhalt ergibt sich aus $f = x \cdot y$ Die Ausgangspunkte werden wieder rot dargestellt. Die blauen Punkte ergeben den jeweiligen Flächeninhalt in Abhängigkeit der x-Koordinate des Punktes.	Das Programm links erzeugt wieder die Punkte. Zusätzlich zu den Punkten werden weitere Punkte erzeugt, die den Flächeninhalt in Abhängigkeit des x-Wertes des jeweiligen Punktes darstellen. Zur Unterscheidung werden diese in blau dargestellt. Das Ergebnis wird in der Abbildung unten links dargestellt.

Bezug zum Lehrplan	Screenshot
– Term und Variable: Variable als Veränderliche, als Platzhalter sowie als Unbekannte, Termumformungen Die Schülerinnen und Schüler (6) stellen Terme als Rechenvorschrift von Zuordnungen und zur Berechnung von Flächeninhalten und Volumina auf, **Stochastik** *Inhaltliche Schwerpunkte:* – Wahrscheinlichkeiten und Zufallsexperimente Die Schülerinnen und Schüler (4) simulieren Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen mit einem stochastischen Modell auch mithilfe digitaler Medien	 Punkte3 N for 1⇒n to 100 rand()⇒x rand()⇒y x*y⇒f 2*x+2*y⇒u plot x,y,ColorRed plot x,u,ColorBlue Next   Punkte4 N for 1⇒n to 200 rand()⇒x rand()⇒y x*y⇒f 2*x+2*y⇒u ploton u,f, ColorBlue Next 

Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
Der Umfang wird durch *2*x+2*y⇒u* bestimmt. Die Zeile darüber für den Flächeninhalt ist im Moment nicht erforderlich. Wir werden aber später darauf zurückkommen. Die Erhöhung auf 200 Punkte erfolgt durch die Änderung in der ersten Zeile Die Vergrößerung des Bereichs im Geometrie-Modul erfolgt durch . Es ist leider nicht möglich in x- bzw. y-Richtung alleine zu vergrößern oder zu verkleinern. Es werden zufällig 200 Punkte erzeugt. Aus den x- und y-Werten werden jeweils der Flächeninhalt (Zeile 4) und der Umfang (Zeile 5) berechnet. Dargestellt werden die Punkte (Umfang, Flächeninhalt)	Man erkennt, dass die blauen Punkte, die den Flächeninhalt in Abhängigkeit von der x-Koordinate widergeben, offensichtlich in einem rechtwinkligen Dreieck mit der Geraden f(x) = x als Hypotenuse liegen. Die beiden Katheten ergeben sich automatisch aus den Voraussetzungen. Da x < 1 und y < 1 folgt natürlich x·y < 1. Die Begründung für die Begrenzung durch die Winkelhalbierende ergibt sich auch direkt. Da y < 1 folgt x·y < x. Als nächstes wollen wir uns dem Umfang widmen. Aus der Darstellung ergibt sich zunächst nichts, was sich lohnen würde, genauer mathematisch analysiert zu werden. Um sich einen besseren Überblick zu verschaffen, wird die Anzahl der Punkte auf 200 erhöht und der Bereich in y-Richtung vergrößert. Aus der Abbildung links ist jetzt deutlich eine Punktmenge erkennbar, die von vier Geraden begrenzt wird. Interessant sind vor allem die Geraden in y-Richtung; die beiden anderen ergeben sich automatisch aus der Begrenzung der x-Werte. Die Gerade, die die Menge in y-Richtung nach unten begrenzt, ergibt sich direkt aus U = 2a + 2b. Da b > 0, gilt U > 2a bzw. g_1: f(x) = 2x. Mit einer ähnlichen Überlegung ergibt sich aus b < 1: U < 2a + 2 bzw. g_2: f(x) = 2x + 2. Interessanter ist es, die Abhängigkeit des Flächeninhalts vom Umfang darzustellen. Dazu müssen aber vorher quadratische Funktionen im Unterricht behandelt worden sein. Auch wenn es in der Klassenstufe 8 nicht behandelbar ist, führen wir es hier der Vollständigkeit halber an. Es kann ja später darauf zurückgegriffen werden. Aus der Darstellung (s. Abb. links) lässt sich vermuten, dass die Punktmenge nach oben durch eine Parabel und nach unten für x > 2 durch eine Gerade begrenzt ist. Zur Überprüfung und Bestätigung werden die entsprechenden Terme herangezogen. Es gilt: F = a·b und U = 2a + 2b Wir lösen die zweite Gleichung nach b auf und setzen dies in die erste ein. ➡ F = a(U/2 – a) = $-a^2$ + U/2·a (*) Der Ausdruck (*) beschreibt eine nach unten geöffnete Parabel. Für die Abschätzung interessiert uns das Maximum.

Bezug zum Lehrplan	Screenshot
– Term und Variable: Variable als Veränderliche, als Platzhalter sowie als Unbekannte, Termumformungen Die Schülerinnen und Schüler (6) stellen Terme als Rechenvorschrift von Zuordnungen und zur Berechnung von Flächeninhalten und Volumina auf, **Stochastik** *Inhaltliche Schwerpunkte:* – Wahrscheinlichkeiten und Zufallsexperimente Die Schülerinnen und Schüler (4) simulieren Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen mit einem stochastischen Modell auch mithilfe digitaler Medien	    

Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
Für Schülerinnen und Schüler ist es an dieser Stelle natürlich hilfreich den Graphen der Funktion mit in das obige Bild hinein zeichnen zu lassen. Dies ist aber leider nicht so einfach möglich. Wenn man nach Beendigung des Programms sich den Graphen einer zusätzlichen Funktion zeichnen lassen will, so wird vorher der Bildschirm gelöscht. Das Programm links zeigt den Ausweg aus der oben geschilderten Problematik. Der Graph der Grenzfunktion wird mit Hilfe der zweiten *For*-Schleife punktweise geplottet. Das Ergebnis zeigt die Abbildung links. Erzeugt wird das Bild links, indem man in das Programm oben links vor das letzte *next* die folgende Zeile einfügt: *ploton a,a/2-1, ColorGreen*	Die beiden Nullstellen haben die Werte $a_1 = 0$ und $a_2 = U/2$ ➞ Das Maximum erhält man für $a_m = U/4$ und die maximale Fläche ergibt sich zu $F_m = U^2/16$. Es fehlt noch die untere Begrenzung. Es ist leicht einsehbar, dass dies für U < 2 die x-Achse ist, da aus U < 2 folgt: a = 0 oder b = 0 und damit F = 0. Ist U > 2, dann kann weder a = 0 noch b = 0 gelten. Insbesondere muss dann a + b > 1 (*) gelten. Der Flächeninhalt wird minimal, wenn a oder b minimal sind. Wegen (*) ist dies der Fall, wenn a = 1 oder b = 1 gilt. Es sei b = 1 ⇒ F = a und U = 2(a + 1) ⇒ F(U) = U/2 – 1 (**) Durch (**) wird gerade die untere Gerade beschrieben (s. Abb. links). Es wurden bisher als Ausgangspunkt Punkte betrachtet, die in einem Quadrat eingesperrt waren. Man kann die obigen Fragestellungen in der Hinsicht verändern, dass man nun als Ausgangsmenge Punkte betrachtet, die in einem rechtwinkligen Dreieck liegen. Man erhält eine solche Menge zum Beispiel dadurch, dass man die Punkte wieder nach obigem Zufallsprinzip auswählt. Wir beschränken die Menge dadurch, dass wir x + y < 1 fordern. Dies zu erreichen hat man die Möglichkeit, die Punkte, für die x + y > 1 gilt, auszuschließen oder die Punkte an der Geraden x + y = 1 zu spiegeln. (s. Abb. links) Man kann nun mit diesen Punkten ebenso verfahren wie oben und hat damit sehr viele Differenzierungsmöglichkeiten für den Unterricht. Des Weiteren sei darauf hingewiesen, dass sich die in diesem Abschnitt beschriebenen Erkundungen auch mit einer Tabellenkalkulation durchgeführt werden können.

Bezug zum Lehrplan	Screenshot
Termumformungen – Gesetze und Regeln: Vorzeichenregeln, Rechengesetze für rationale Zahlen, **binomische Formeln** Die Schülerinnen und Schüler (8) formen Terme (auch mithilfe der binomischen Formeln) zielgerichtet um und korrigieren fehlerhafte Termumformungen	  

Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
Hier zeigt sich ein deutlicher Unterschied zu Excel. Das CAS ist nicht nur im Main Bereich sondern auch in der Tabellenkalkulation anwendbar. Es ergibt sich dabei allerdings das Problem, dass die mögliche Spaltenbreite für die Darstellung nicht ausreichend ist. Es aber möglich, sich den Inhalt einer Zelle genauer anzuschauen. Dies gelingt mit Hilfe des Symbol . . In der Abbildung links wurde dies für die Zelle C8 realisiert. Der Inhalt einer markierten Zelle wird natürlich auch immer in der Zeile unten dargestellt.	Ein CAS „kennt“ natürlich die binomischen Formeln. Für die Schülerinnen und Schüler ist es sicher erstaunlich, dass der ClassPad die Klammern nicht automatisch ausmultipliziert. Das verdeutlicht die wichtige Tatsache, dass es überhaupt nicht klar ist, dass der ausmultiplizierte Term der einfachere ist. In vielen Fällen ist die Zerlegung in Faktoren der mathematisch verständlichere Term. Interessant ist es, die entstehenden Koeffizienten bei höheren Potenzen zu untersuchen. Dies könnte man mit Hilfe der Tabellenkalkulation bewerkstelligen.

<table>
<tr><th>Bezug zum Lehrplan</th><th>Screenshot</th><th>Hinweise zur Bedienung</th><th>Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik</th></tr>
<tr>
<td>

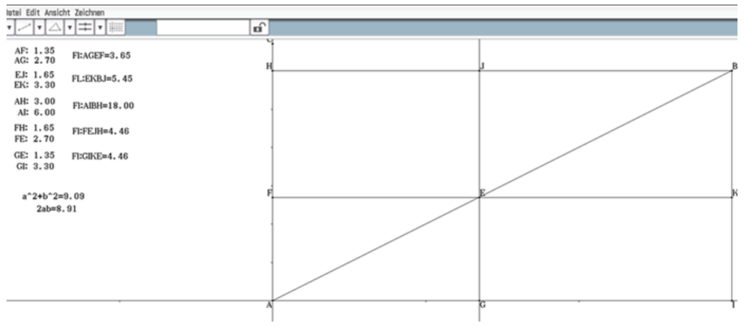
Termumformungen

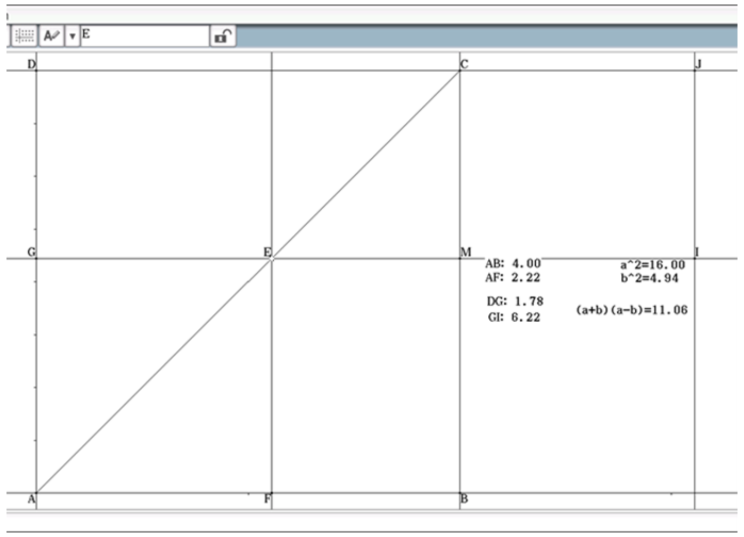
– Gesetze und Regeln: Vorzeichenregeln, Rechengesetze für rationale Zahlen, **binomische Formeln**

Die Schülerinnen und Schüler

(8) formen Terme (auch mithilfe der binomischen Formeln) zielgerichtet um und korrigieren fehlerhafte Termumformungen

</td>
<td>





</td>
<td>

Die Konstruktion ist aufwendig und wird im Folgenden beschrieben (s. Abb. links). Zunächst sei darauf hingewiesen, dass die Koordinatenachsen im ClassPad zwar gezeichnet werden, sie aber nicht für Konstruktionen verwendet werden können. Daher müssen zunächst Strecken oder Geraden auf diese Achsen gelegt werden. Die Punkte A und B werden vorgegeben. Der Punkt E wird auf die Strecke AB gelegt, wodurch er nur noch auf dieser Strecke verändert werden kann. Die übrigen Punkte werden als Schnittpunkte mit den entsprechenden Geraden erzeugt und sind somit abhängig von der Lage des Punktes E. Oder anders ausgedrückt, wenn man an E zieht, verändert sich deren Lage entsprechend.

Um die Zeichnung übersichtlicher zu gestalten, sind die für die Konstruktion notwendigen Geraden verborgen worden und danach die Strecken als Verbindung der entsprechenden Punkte gezeichnet worden. Die Flächen der relevanten Vierecke sind nicht direkt messbar; deswegen werden die entsprechenden Strecken gemessen und die Werte im Konstruktionsfeld dargestellt. Der ClassPad bietet im Menü Zeichnen den Befehl *Formelterm*, mit dem sich die Flächeninhalte der Rechtecke bestimmen lassen. Mit der Veränderung der Lage des Punktes E, verändern sich natürlich auch die Werte der Flächeninhalte und der Zusammenhang zur ersten binomischen Formel lässt sich visualisieren. Diese Veränderung kann man händisch mit dem Stift oder automatisch mit der Animation ausführen. Es besteht natürlich auch die Möglichkeit, die erzeugten Daten mit der Tabellenkalkulation weiter zu untersuchen.

Ausgegangen wird von dem Quadrat ABCD. Dieses visualisiert a^2 und das Quadrat AFEG steht für b^2. Die Länge der Strecke DG gibt den Wert für a–b an. Die Visualisierung von a+b ist noch zu konstruieren. Dazu wird der Punkt M als Schnittpunkt der Geraden GE und BC festgelegt. Der Punkt M ist Mittelpunkt eines Kreises mit dem Radius der Streckenlänge von MB, was dem Wert der Variablen b entspricht. Daraus ergibt sich, dass die Länge der Strecke GI den Term a+b repräsentiert. Genau wie oben lassen sich die Zusammenhänge bzgl. der dritten binomischen Formel durch Variation des Punktes E grafisch veranschaulichen.

</td>
<td>

Die binomische Formel $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ lässt sich im Geometrie-Modul veranschaulichen

Durch eine entsprechende Uminterpretation der Strecken für a und b lässt sich auch der Zusammenhang zur zweiten binomischen Formel herstellen.

Für die Visualisierung der dritten binomischen Formel ist die Konstruktion zu verändern (s. Abb. links)

</td>
</tr>
</table>

Arbeitsblatt zu Termen

1. 8 : 2 · (2 + 2) = 1 ? Andere behaupten, dass das Ergebnis 16 sei. Was meinst du? Gib den Term in den ClassPad ein und erkläre, wie es wohl zu dem falschen Ergebnis kommt.

2. Berechne die Ergebnisse zunächst händisch und überprüfe sie danach mit dem ClassPad.

   a) $\frac{2}{3}+\frac{5}{7}=$

   b) $2(3+8)=$

   c) $2(3\cdot 8)=$

   d) $\frac{7}{32}\cdot\frac{8}{9}=$

   e) $\frac{9}{28}:\frac{36}{21}=$

   f) $\frac{\frac{5}{7}}{3}=$

   g) $\frac{5}{\frac{7}{3}}=$

   h) Schreibe die Terme aus f) und g) unter Verwendung des „:“ Zeichens.

   i) $\frac{\frac{8}{39}}{\frac{18}{32}}=$

   j) $\left(\frac{3}{5}-\frac{4}{3}\right):(-30)=$

   k) $(-5)^2=$

   l) $-5^2=$

   m) $3x(4x-7y)=$

3. Vereinfache so weit wie möglich

   a) $3\cdot 5x-4-12x:3=$

   b) $\frac{1}{4}p\cdot\left(-\frac{2}{7}p\right)-p+\frac{3}{7}p^2=$

   c) $-4{,}5x-2{,}4x\cdot a+6{,}3x+ax=$

   d) $12ab:2-ab:\frac{1}{4}=$

   e) $9\cdot 7a-5a\cdot 13a+a^2=$

4) Löse die Klammern auf und vereinfache so weit wie möglich

   a) $(3v-7y)(v-2y)=$

   b) $(7a-5)(6-12a)=$

   c) $12y^2-y(3-5y)=$

   d) $9(5y-3x)-(7y-3)(6x+1)=$

   e) $(5a-4b)(a+3b)-2(3a-2b)^2=$

5) Forme in ein Produkt mit möglichst vielen Faktoren um

   a) $-3x-3y=$

   b) 72xy+24xz

   c) $-5x^2+10xy=$

   d) $\frac{s}{4}+\frac{s^2}{2}-\frac{3}{2}rs=$

   e) $16x^2-81y^2=$

   f) $64a^2-192ab+144b^2=$

6)

$\frac{(x^2-25)}{x+5}$ 0 $\frac{(x^2-25)}{x-5}$ Undefined	Erkläre die Umformungen, die der ClassPad durchführt bzw. den Hinweis für den zweiten Term.

Arbeitsblatt zur Prozent- und Zinsrechnung

1. Erstelle mit Hilfe der Tabellenkalkulation eine Tabelle für die Grundwerte 25, 50, 75, … , 350 zur Bestimmung der jeweiligen Prozentwerte. Probiere verschiedene Prozentsätze aus. Damit es bezüglich des Prozentsatzes variabel bleibt, musst du beim Bezug auf die Zelle, in der der Prozentsatz steht mit Hilfe des $-Zeichen kennzeichnen (zum Beispiel $B$1). Wenn du den Wert für den Prozentsatz änderst, ändern sich automatisch auch die anderen Werte.

Führe Divisionen der Prozentwerte durch die Grundwerte durch. Es ergibt sich ein konstanter Wert. Begründe dies.

Stelle die Entwicklung grafisch dar, indem du ein Säulendiagramm erstellst. Dazu musst du die entsprechende Spalte markieren und wählen. Wenn du Grundwerte und Prozentwerte aufeinander beziehen willst, müssen beide Spalten markiert werden. Damit das möglich ist, müssen die Spalten nebeneinander stehen. Für die Darstellung ist dann zu wählen. Die Einteilung der x-Achse entspricht jetzt den Grundwerten. Zuvor hat sich die Einteilung auf die Zellennummerierung bezogen.

2. Wir wollen die Entwicklung des Kapitals zum einen für einen Zinssatz von z = 3% und zum anderen von z = 6% vergleichen. Beginne zum Beispiel mit einem Anfangswert von jeweils K = 100 Euro. Für einen grafischen Vergleich müssen die beiden Spalten nebeneinander stehen. Dies erreichst du zum Beispiel dadurch, indem du den Prozentsatz in die erste Zelle der jeweiligen Spalte schreibst und dich immer auf diesen beziehst.

Tipp: Anstatt $K_{neu} = z \cdot K_{alt} + K_{alt}$ lässt sich die Rechnung vereinfachen:

$K_{neu} = (z + 1) \cdot K_{alt}$

Beschreibe, was du an Hand der Werte beobachtest.
Für die grafische Darstellung benutze

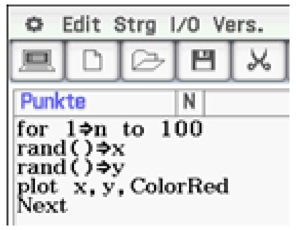
3. Dir wird folgendes Spiel angeboten: Du erhältst 100 Punkte. Es wird eine Münze geworfen. Bei Zahl vermehren sich die Punkte um 50%; bei Kopf hast du einen Verlust von 40%. Dieses wird insgesamt 10 mal durchgeführt. Wenn du am Ende mehr als die anfänglichen 100 Punkte hast, verdoppelt sich dein Einsatz; sind es weniger verlierst du ihn.

Was hältst du von diesem Spiel?

Mit Hilfe der Tabellenkalkulation kannst du dies simulieren. Der Befehl *=rand(0,1)* wählt zufällig die Zahl 0 oder 1 aus. Fülle die erste Spalte mit 10 Zufallszahlen. Beginne in der Spalte daneben mit 100. Wir identifizieren Zahl mit der 1 und entsprechend Kopf mit 0. Je nachdem, ob 1 oder 0 muss die 100 entweder mit 1,5 oder 0,6 multipliziert werden. Das gelingt mit folgendem Befehl: *=piecewise(A2=1,B1·1.5,B1·0.6)* Der Befehl bedeutet: Wenn A2 den Wert 1 hat, dann wird der Wert aus B1 mit 1,5 multipliziert, sonst wird B1 mit 0,6 multipliziert und in Zelle B2 gespeichert. *Mit Edit → Kopieren* und danach *Edit → Einfügen* kannst du die Spalten füllen; musst natürlich vorher die entsprechenden Zellen markiert haben. Interpretiere und erkläre deine Ergebnisse.

Arbeitsblatt zum Term Verständnis

Mit Hilfe des folgenden Programms werden Zufallspunkte erzeugt, die als Eckpunkte von Rechtecken interpretiert werden. Als weiterer Eckpunkt dient der Koordinatenursprung (0,0).



Die *for*-Schleife sorgt dafür, dass 100 Punkte erzeugt werden. Der Befehl *rand()* erzeugt Zufallszahlen z, für die gilt: $0 < z < 1$.

Der *plot*-Befehl setzt die Punkte in rot in das Zeichenfenster.

Aufgaben:

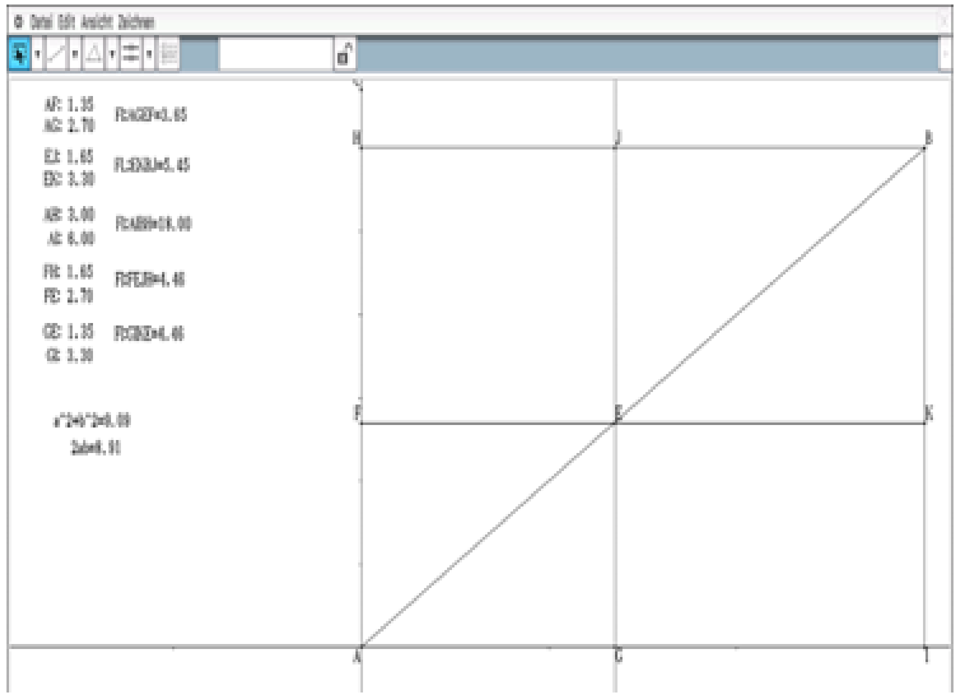
1. Gib das obige Programm ein.
2. Füge nach der 3. Zeile *x*y⇒f* als neue Zeile und vor die letzte Zeile *plot x,f,ColorBlue* ebenfalls als neue Zeile ein.
3. Beschreibe und begründe die Lage der „blauen" Punkte. Was wird durch diese Punkte visualisiert?
4. Ändere das Programm so ab, dass die Umfänge der gedachten Rechtecke in Abhängigkeit der x-Koordinate dargestellt werden. Denke daran, dass du für die Punkte und Umfänge verschiedene Farben wählst.
5. Beschreibe und begründe die Lage der Punkte, die den Umfang beschreiben.
6. Stelle den Flächeninhalt in Abhängigkeit des Umfangs dar. Gib Terme für die Graphen an, die die Ränder beschreiben. (Hinweis: Für die obige Randfunktion musst du dich mit Parabeln auskennen).
7. Ersetze die beiden *rand()*-Befehle durch *2*rand()* bzw. *3*rand()* usw. und beschreibe und begründe die sich ergebenen Änderungen.

Arbeitsblatt zu Binomischen Formeln

Gib die ausmultiplizierten Terme für $(a+b)^2$, $(a+b)^3$, $(a+b)^4$ usw. an.

Hinweis: Wenn ein Term ausmultipliziert werden soll, benutze den Befehl *Umformungen - Expand*. Für das Zusammenfassen in Faktoren, benutze den Befehl Umformungen - faktoris - factor.

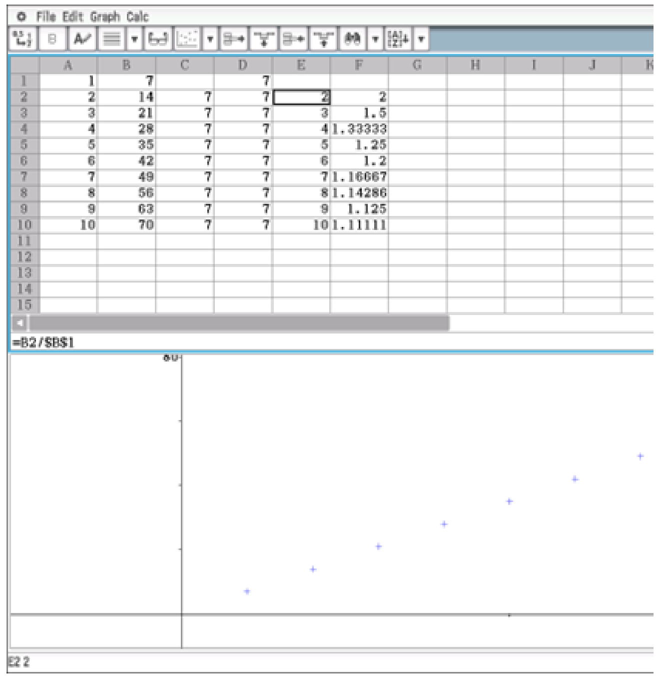
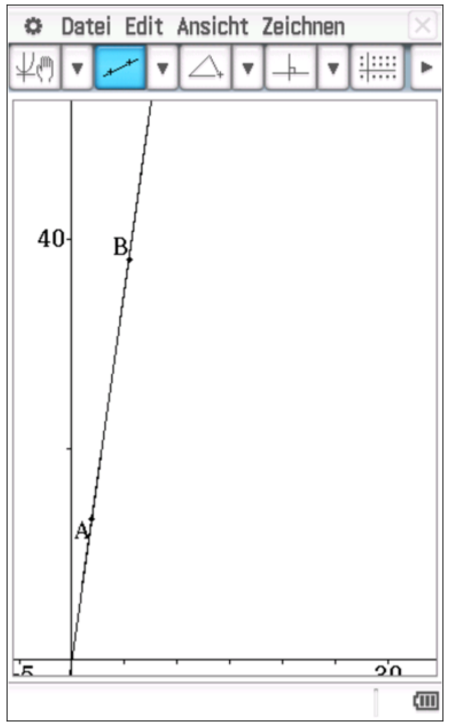
1. Beschreibe die Struktur der sich ergebenden Terme. Kannst du aus der Entwicklung von $(a+b)^4$ direkt auf die Entwicklung von $(a+b)^5$ schließen?
2. Die folgende Abbildung visualisiert die erste binomische Formel

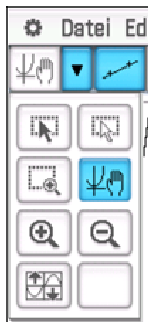


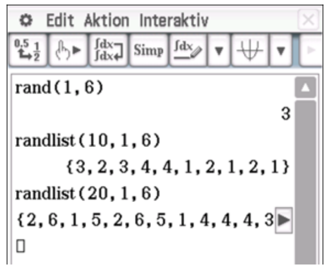
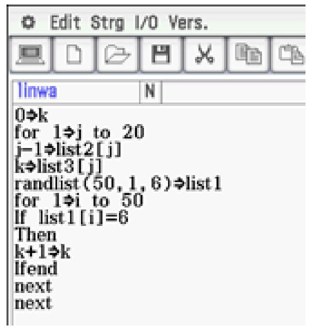
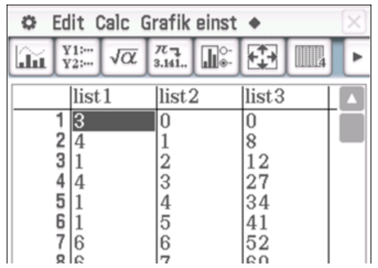
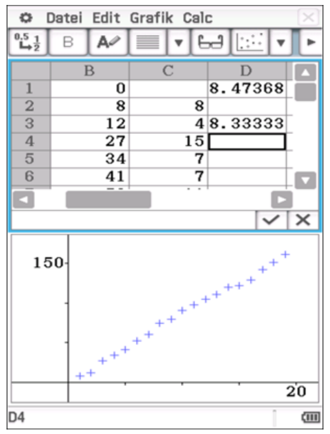
3. Stelle eine entsprechende Figur her und erkläre den Zusammenhang zur ersten binomischen Formel.
4. Gib die ausmultiplizierten Terme für $(a-b)^2$, $(a-b)^3$, $(a-b)^4$ usw. an.
5. Beschreibe die Struktur der sich ergebenden Terme.
6. Ändere die obige Abbildung so ab, dass du sie auch zur Visualisierung der zweiten binomischen Formel nutzen kannst.

Funktionen

Funktionen

Bezug zum Lehrplan	Screenshot
– proportionale und antiproportionale Zuordnung: Zuordnungsvorschrift, Graph, Tabelle, Wortform, **Quotientengleichheit**, **Proportionalitätsfaktor**, **Produktgleichheit**	 

Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
In den Spalten A und B wurde eine proportionale Zuordnung erzeugt und diese mit Hilfe des Befehls grafisch dargestellt. Dazu sind die Spalten A und B vorher zu markieren. Man könnte die Werte von Spalte B natürlich auch direkt mit oder als Blockdiagramm darstellen. Die Einteilung der x-Achse bezieht sich dann aber auf die jeweilige Zeilennummer. Hier würde es keine Bedeutung haben, da die Werte in Spalte A identisch mit der Zeilennummer sind.	Schülerinnen und Schüler erkennen, dass bei gleichen Abständen in der Spalte A die Differenzen bzw. der Zuwachs konstant sind bzw. ist. Das Gleiche gilt, wenn der Quotient aus Spalte B und A gebildet wird (D1: *=B2/A1*). Ziel ist es, dass die SuS erkennen, dass die Werte auf einer Ursprungsgeraden liegen. Ob es sich bei Zuordnungen um eine Proportionalität handelt wird ja im Allgemeinen überprüft, indem die Werte grafisch dargestellt werden.
Zur Erzeugung der Spalte C wurden die Differenzen zweier aufeinander folgender Werte der Spalte B gebildet (C2: *=B2 – B1*). Zur Erzeugung der Spalte D wurden die Quotienten gebildet (D1: *=B2/B1*). Die Spalte A erhält man zurück, wenn die Werte der Spalte B durch den Wert von B1 dividiert werden (E2: =B2/$B$1). Die Spalte F gibt die Quotienten zweier aufeinander folgender Werte der Spalte B an. Hier ergibt sich natürlich kein konstanter Wert. Man erhält Zahlen, die sich der 1 annähern.	Dies kann für Schülerinnen und Schüler erstaunlich sein und somit das Verständnis insofern vertiefen, dass schon der Unterschied zum exponentiellen Wachstum vorbereitet wird.
Wenn man die Werte mittels einer Geraden darstellen möchte, ist dies im Geometrie Bereich möglich. Dazu werden die ersten beiden Spalten A und B markiert. *Edit* → *Kopieren* → Wechsel in die Geometrie  Die Größe lässt sich mit Hilfe des Menüs links entsprechend einstellen. Allerdings ist es im Geometrie Modul nicht möglich, auf x- und y-Achse die Einheiten getrennt festzusetzen.	Alternativ können natürlich auch realitätsbezogene Daten aufgenommen werden; wie z. B. Preise von Lebensmitteln, Ausdehnungen einer Feder, Füllstände oder Massen von Rechtecken gleicher Breite. Bei den letztgenannten hat man es mit Messfehlern zu tun. Wenn man mit gemessenen Daten arbeitet, lässt sich natürlich eine lineare Regression durchführen. Das wäre auf die Klasse 8 bezogen die Benutzung des ClassPads als Black Box.

Bezug zum Lehrplan	Screenshot
Stochastik Inhaltliche Schwerpunkte: – Wahrscheinlichkeiten und Zufallsexperimente: einstufige Zufallsversuche Die Schülerinnen und Schüler (4) simulieren Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen mit einem stochastischen Modell auch mithilfe digitaler Medien Proportionale Zuordnungen Quotienten Gleichheit	   

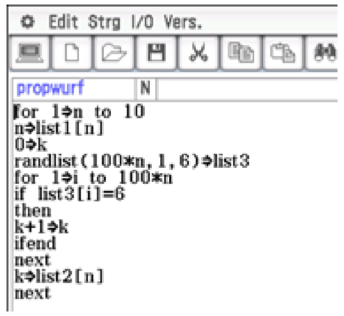
Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
Mit Hilfe des *rand* Befehls lassen sich Zufallszahlen erzeugen. Wenn nur *rand()* eingegeben wird, werden Zufallszahlen aus dem Bereich (0,1) erzeugt. Der Befehl links erzeugt Würfelzahlen. Der Befehl *randlist(20,1,6)* erzeugt eine Serie von Würfeln der Länge 20. Möchte man das Zählen vereinfachen sind die Werte in das Stochastik-Modul zu übertragen. Dort lassen sich die Werte der Größe nach ordnen und dann deutlich leichter zählen. Noch komfortabler lässt sich das ganze durchführen, wenn man ein Programm schreibt. Im Menü wird *Programm* gewählt. *Edit → Neue Datei* Der einzugebende Name darf maximal 8 Zeichen haben, wobei das „ü“ für 2 Zeichen steht. Danach gelangt man automatisch in den Editor und kann das Programm eingeben. Zum Übersetzen wählt man und erhält eventuell Fehlermeldungen, die einen automatisch wieder in den Editor führen. Die Änderungen sollten gespeichert werden. ▶ sorgt dafür, dass das Programm ausgeführt wird. In *list1* findet man die jeweilige Serie. In *list2* die Nummer der Serie und in *list3* die summierten Anzahlen. Das Übertragen der Werte in die Tabellenkalkulation funktioniert mit dem Befehl *Import*, den man im Menü *Datei* findet. Als Variablen sind dann natürlich *list2* und *list3* einzusetzen. Die vorgeschlagene Zelle gibt den Beginn der jeweiligen Spalte an. In der Abbildung links B1, Der Durchschnittswert lässt sich mit *=mean(C2:C20)* berechnen. Man findet den Befehl in *Calc → Listenstatistik → mean*	Ein anderer möglicher Zugang zu proportionalen Zuordnungen bieten Würfelserien. Man geht von einer Anzahl von Würfen z. B. 100 aus und erhöht diese immer um die gleiche Anzahl z. B. 50. Nach jeder Serie wird die Anzahl der „6“ notiert und in eine Tabelle eingetragen. Dies lässt sich natürlich händisch durchführen. Man benötigt allerdings hinreichend viele Würfel. Alternativ lassen sich Würfelserien natürlich auch mit dem ClassPad simulieren (s. Abb. links) Das Zählen ist dann aber mühselig. Es wird simuliert, dass mit 50 Würfeln jeweils die Anzahl der „6“ gezählt wird und diese Zahlen werden aufaddiert. Die gewonnenen Daten werden in der Liste 3 und, um eine Zuordnung zu erhalten, werden die Ordnungszahlen des Wurfes in der Liste 2 gespeichert. Man hat jetzt die Möglichkeit, die Daten im Statistik-Modul und mit der Tabellenkalkulation weiter zu bearbeiten. In der Statistik lässt sich dann auch eine lineare Regression durchführen, was aber für die Klassenstufe sicher nicht angemessen ist. Alternativ lassen sich die Werte in die Tabellenkalkulation übertragen und dort entsprechend bearbeiten. Die Proportionalität lässt sich natürlich theoretisch begründen, wenn man voraussetzt, dass es sich um eine Laplace-Wahrscheinlichkeit handelt. Man erkennt, dass sich in etwa eine Ursprungsgerade ergibt. Die entsprechenden Werte findet man in den Spalten A und B . Der Zuwachs ist in Spalte C berechnet. In D1 findet man den durchschnittlichen Zuwachs und in D3 den theoretischen Wert (50/6).

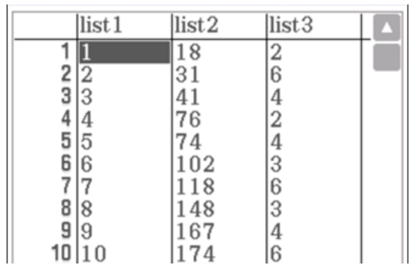
<table>
<tr><th>Bezug zum Lehrplan</th><th>Screenshot</th></tr>
<tr><td>Stochastik

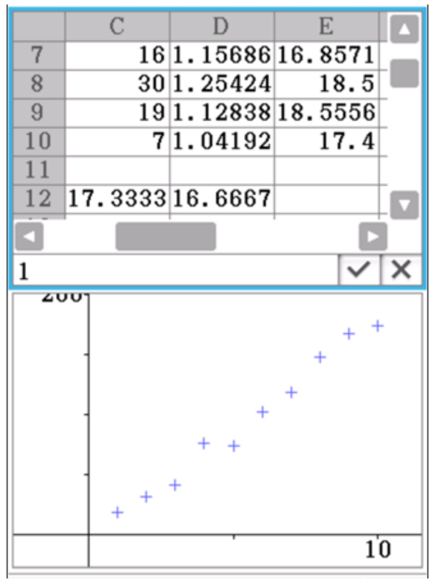
Inhaltliche Schwerpunkte:
– Wahrscheinlichkeiten und Zufallsexperimente: einstufige Zufallsversuche
(4) simulieren Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen mit einem stochastischen Modell auch mithilfe digitaler Medien

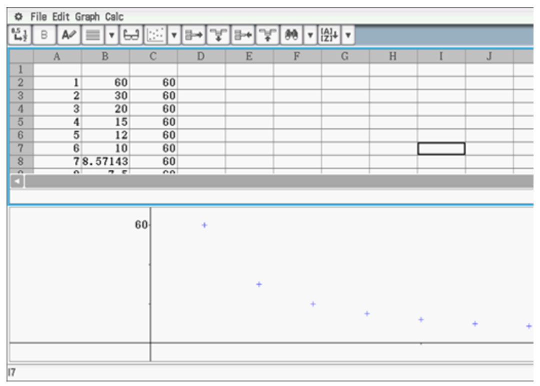
Proportionale Zuordnungen

Quotientengleichheit

Inhaltliche Schwerpunkte:
– antiproportionale Zuordnung: Zuordnungsvorschrift, Graph, Tabelle, **Produktgleichheit**</td>
<td>

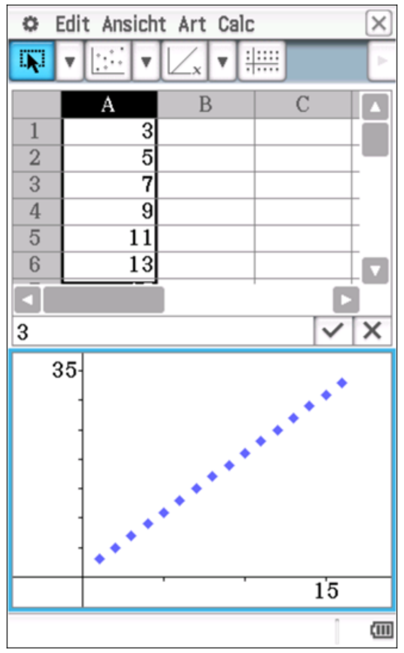
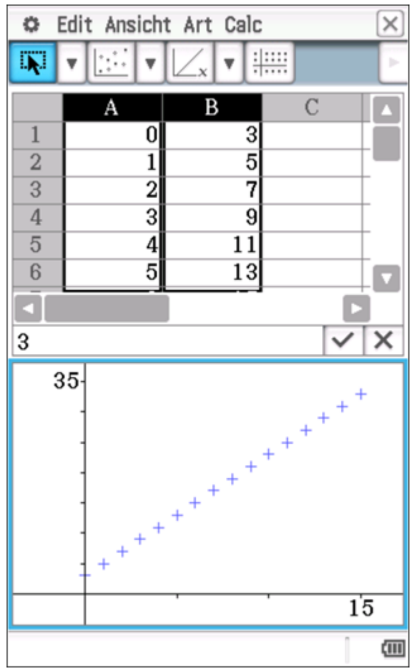




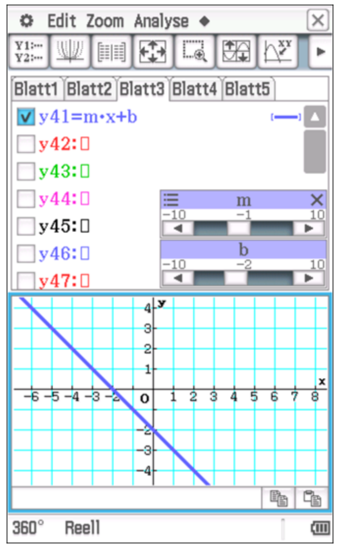
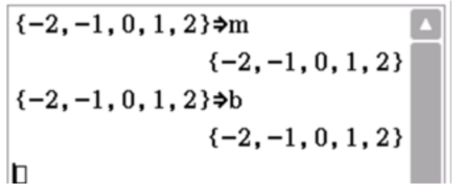
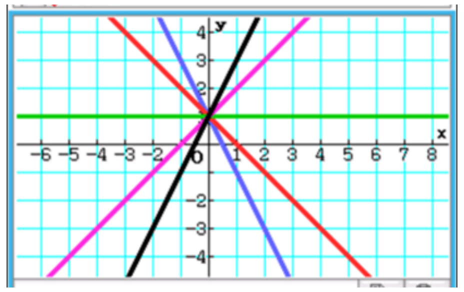
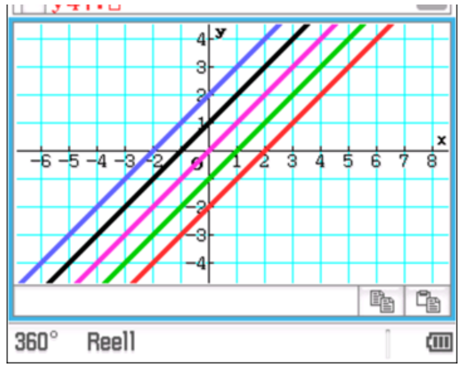
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Hinweise zur Bedienung</th><th>Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik</th></tr>
<tr><td>Erzeugung und Ausführung des Programms wie oben.

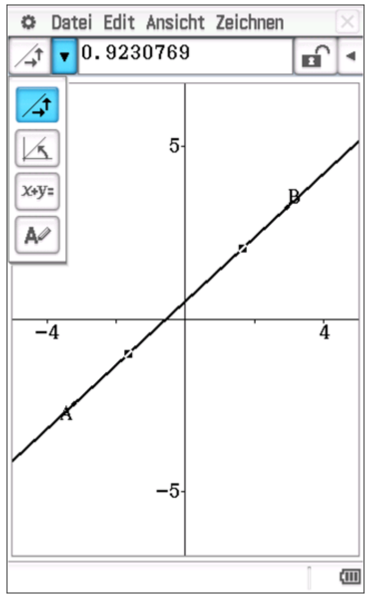
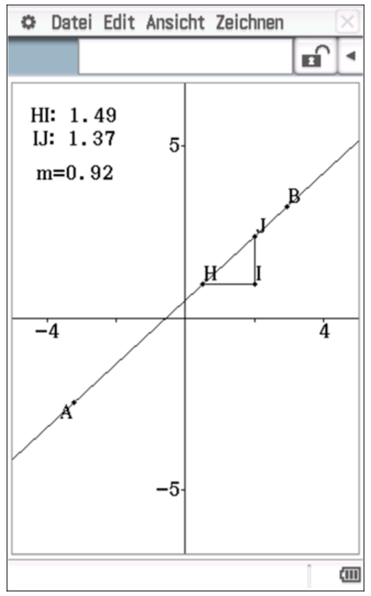
In der Spalte A wurden die Zahlen 1 bis 10 erzeugt. Die Spalte B ist durch die Division des Wertes in der Spalte C durch den in der Spalte A entstanden.</td>
<td>Alternativ kann man sich ja auch die Daten erzeugen lassen, indem man die Wurfserien direkt betrachtet. Es wird 100, 200, 300 usw. mal gewürfelt und die Anzahl der „6“ jeweils ermittelt. Die Abbildung links zeigt den Quelltext für das entsprechende Programm.
Wie oben lassen sich die Daten wieder mit dem Statistik-Modul erfassen und in die Tabellenkalkulation übertragen.
Man hat jetzt auf Grund der größeren Datenmenge beim Würfeln die Möglichkeit, die Daten in der Tabellenkalkulation zu bearbeiten. Jetzt macht es auch Sinn, Differenzen aufeinander folgender Werte zu bilden (s. Abb. links). Die Differenzen sind in der C-Spalte aufgeführt und der sich ergebende Mittelwert steht in der Zelle C12. Dazu wurden zusätzlich Quotienten in Bezug auf die Anzahl der Werte beim „ersten“ Wurf gebildet. Diese stehen in der Spalte D. Aus der sich näherungsweise die Proportionalität erkennen lässt. Noch deutlicher wird es, wenn man die Quotienten von Spalte B und A bildet. Die Werte findet man in Spalte E und erkennt, dass der Durchschnittswert (s. Abb. links C12) sehr nahe am erwarteten Wert (s. Abb. links) ist.
Auch für das Verständnis der Antiproportionalität kann die Verwendung einer Tabellenkalkulation hilfreich sein (s. Abb.links). Auch hier zeigt sich wieder, dass die Werte in B von zwei Variablen abhängig sind.
Ein Vergleich mit proportionalen Zuordnungen zeigt, dass im Grunde genommen eine Gleichung der Art: $x \cdot y = z$ diskutiert wird. Im Fall der Proportionalität wird eine Funktion der Art $z = f(x,y)$ behandelt, wobei eine der Variablen x oder y vorgegeben wird. Für antiproportionale Zuordnungen wird die Funktion $x = f(y,z)$ bzw. $y = f(x,z)$ betrachtet. Auch hier ist eine Variable y bzw. x vorgegeben. Diese Betrachtungsweise wird durch die Benutzung einer Tabellenkalkulation unterstützt, da sich für beide Zuordnungen die Gleichung $x \cdot y = z$ in der Tabelle wieder finden lässt.</td></tr>
</table>

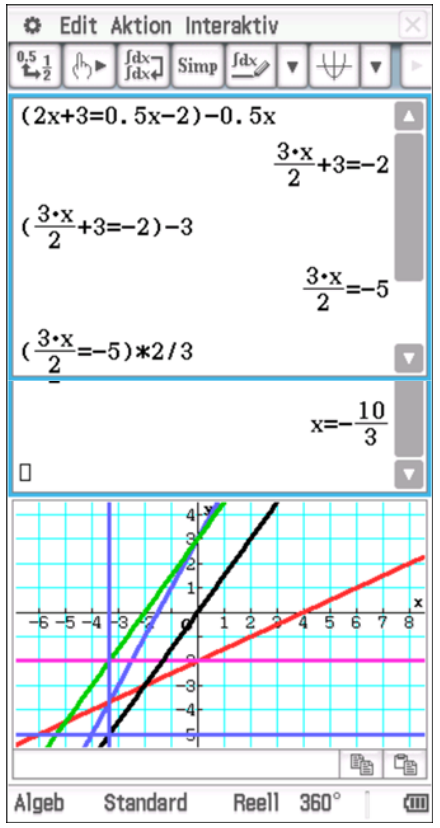
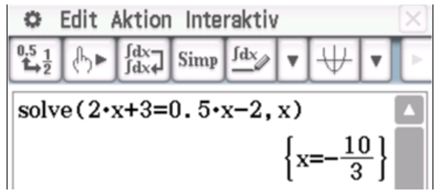
Bezug zum Lehrplan	Screenshot
Inhaltliche Schwerpunkte: **lineare Zuordnungen**: Zuordnungsterm, Graph, Tabelle, Wortform Die Schülerinnen und Schüler: (4) stellen Zuordnungen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und als Terme dar, nutzen die Darstellungen situationsangemessen und wechseln zwischen den Darstellungsformen auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge, (5) interpretieren Graphen von Zuordnungen und Terme linearer Zuordnungen, (7) lösen innermathematische und alltagsnahe Probleme mithilfe von Zuordnungen auch mit digitalen Mathematikwerkzeugen (Taschenrechner, Tabellenkalkulation und Multirepräsentationssysteme),	 

Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
Dazu wird in A1 eine beliebige Zahl (z. B. 3) eingegeben. Zu dieser Zahl wird eine Zahl (z. B. 2) dazu addiert. Dazu ist in A2: =A1+2 einzugeben. Um die Werte grafisch darzustellen bietet der ClassPad verschiedene Möglichkeiten unter dem Symbol an. Da wir nur eine Spalte der Tabellenkalkulation benutzt haben, ist es nur eine indirekte Zuordnung, die sich aus der Struktur der Tabellenkalkulation ergibt. Dies lässt sich ändern, wenn man in Spalte A die Zahlen 0, 1, 2, 3, … eingibt. Die Spalte B wird wie oben gefüllt. Es ergibt sich natürlich wie oben als Schaubild eine gepunktete gerade Linie. Jetzt wurde die neue Spalte A hinzugefügt und man hat mit Hilfe des Symbols	Zunächst ist ja zu erklären, was unter einer linearen Zuordnung zu verstehen ist. Im Unterricht wird man eher von realitätsbezogenen Beispielen ausgehen. Als Einstiege bieten sich Füllstände, Massen von Rechtecken, bei denen eine Seite fest ist und die andere variiert wird, Ausdehnungen von Federn und Gummibändern usw. an. Wenn gemessen wird, ergeben sich in der Regel Messfehler. Von daher kann es am Anfang für die Schülerinnen und Schüler einfacher sein, wenn man von einem rein mathematischen Beispiel ausgeht Man kann mit Hilfe der Tabellenkalkulation eine lineare Zuordnung erstellen und erfassen. Das Ziel ist dabei die Hinführung zur allgemeinen Gleichung einer linearen Funktion: f(x)=m·x+b Schülerinnen und Schüler können jetzt den Zusammenhang zwischen den Werten in Spalte A und B erkennen. Es ergibt sich z. B. in Zeile 4:9=3·2+3 Allgemein erhält man also: B4=A4·2+3 oder die üblichere allgemeine Form: f(x)=m·x+b

Bezug zum Lehrplan	Screenshot
Inhaltliche Schwerpunkte: **lineare Zuordnungen**: Zuordnungsterm, Graph, Tabelle, Wortform Die Schülerinnen und Schüler: (4) stellen Zuordnungen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und als Terme dar, nutzen die Darstellungen situationsangemessen und wechseln zwischen den Darstellungsformen auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge, (5) interpretieren Graphen von Zuordnungen und Terme linearer Zuordnungen, (7) lösen innermathematische und alltagsnahe Probleme mithilfe von Zuordnungen auch mit digitalen Mathematikwerkzeugen (Taschenrechner, Tabellenkalkulation und Multirepräsentationssysteme),	   

Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
Zur Klärung lassen sich für die Koeffizienten Schieberegler anlegen oder man definiert die Funktion als f: $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ und legt für die Koeffizienten Listen an. Die Abbildung zeigt zunächst die Schieberegler-Methode. Für die Abbildung ist dann [Symbol] wählen. Listen werden mit geschweiften Klammern dargestellt. Die Zuordnung erfolgt über den Zuordnungspfeil, den man in der Math1-Tastatur findet. Für die Diskussion sollte man natürlich nicht beide Listen gleichzeitig benutzen. In der Abbildung wurde m variiert und b = 1 gesetzt. In der zweiten Abbildung wurde m =1 gesetzt und b variiert.	Im Folgenden lässt sich der Weg umkehren. Das heißt, man geht von der allgemeinen Gleichung der linearen Funktion aus und lässt die Schülerinnen und Schüler die Bedeutung der Variablen m und b erkunden. Zunächst sollte die grafische Bedeutung der Koeffizienten in der allgemeinen Gleichung f(x) = m·x + b für die lineare Funktion geklärt werden. Auch hier handelt es sich im Grunde genommen um eine Funktion der Art f(m,b,x). Die Methode mit den Schiebereglern zeigt einen eher dynamischen Zugang, während man mit der anderen Methode die verschiedenen Graphen besser vergleichen kann. Schülerinnen und Schüler sollten erkennen, dass die Variation der Variablen b eine Verschiebung in y Richtung zur Folge hat. Eine Variation der Variablen m führt zu einer Drehung der Geraden um den Punkt (0,b). Aus diesem Ansatz ergibt sich das Problem, die Variable m als Steigung der Geraden zu interpretieren. Auf der anderen Seite wird aber auch so eine Verknüpfung von Drehwinkel und Steigung hergestellt. Für die Klärung des Zusammenhangs konstruiert man ein Steigungsdreieck an den Grafen einer linearen Funktion im Geometrie-Modul.

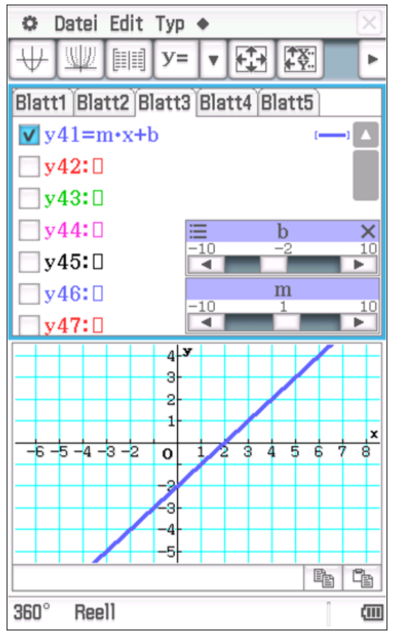
Bezug zum Lehrplan	Screenshot	Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
Inhaltliche Schwerpunkte: lineare Zuordnungen: Zuordnungsterm, Graph, Tabelle, Wortform Die Schülerinnen und Schüler: (4) stellen Zuordnungen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und als Terme dar, nutzen die Darstellungen situationsangemessen und wechseln zwischen den Darstellungsformen auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge, (5) interpretieren Graphen von Zuordnungen und Terme linearer Zuordnungen, (7) lösen innermathematische und alltagsnahe Probleme mithilfe von Zuordnungen auch mit digitalen Mathematikwerkzeugen (Taschenrechner, Tabellenkalkulation und Multirepräsentationssysteme),		In der Abbildung wird eine Gerade durch zwei Punkte festgelegt. Im Messfenster kann man sich die Gleichung der Gerade, die Steigung oder den Winkel zwischen Gerade und x-Achse anzeigen lassen.	Durch Ziehen am Punkt B lässt sich die Gerade um den Punkt A drehen, und es wird deutlich, wie sich dadurch die Steigung verändert. Es sollte aber an dieser Stelle nicht versäumt werden, das Steigungsdreieck einzuzeichnen.
		Die Konstruktion des Steigungsdreiecks ist etwas aufwendig. Um Parallelen zu den Achsen zu erzeugen, muss man zunächst Geraden auf die Achsen legen. Dann lassen sich zu diesen Geraden Parallele durch die Punkte H und J konstruieren. Der Schnittpunkt I ist zu kennzeichnen. Um die Konstruktion übersichtlich zu gestalten, wurden die Parallelen ausgeblendet und durch Strecken ersetzt. Die beiden Streckenlängen lassen sich messen und mit dem Stift auf die Zeichenfläche ziehen. Mit dem Befehl *Formelterm* wird der Quotient, der die Steigung angibt, erzeugt. Dadurch lassen sich die Veränderungen direkt beobachten. Die Veränderung des Winkels ließe sich natürlich noch zusätzlich beobachten.	Da zum jetzigen Zeitpunkt für die Schülerinnen und Schüler keine formelmäßige Beziehung zwischen Steigung und Winkel hergestellt werden kann, sollte hier unter Umständen darauf verzichtet werden. Da es mit dem ClassPad aber möglich ist, Winkel zu bestimmen, ist dies ein eindeutiger Hinweis, dass es eine solche Beziehung geben muss. Es ist natürlich möglich, diese Beziehung durch Messen tabellarisch zu erfassen. Als eine Differenzierung kann die Frage diskutiert werden, wie die Verhältnisse sich ändern, wenn man als „Drehpunkt“ nicht nur den Punkt A sondern auch einen Punkt auf der y-Achse wählt.

Bezug zum Lehrplan	Screenshot
Inhaltliche Schwerpunkte: – Lösungsverfahren: algebraische Lösungsverfahren linearer Gleichungen Die Schülerinnen und Schüler (5) deuten Variablen als Veränderliche zur Beschreibung von Zuordnungen, als Platzhalter in Termen und Rechengesetzen sowie als Unbekannte in Gleichungen, (7) stellen Gleichungen zur Formulierung von Bedingungen in Sachsituationen auf, (10) ermitteln Lösungsmengen linearer Gleichungen sowohl durch systematisches Probieren als auch algebraisch und deuten sie im Sachkontext.	 

Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
Um den Rechner die Äquivalenzumformung durchführen zu lassen, ist die Gleichung einzuklammern und die Aktion anzugeben. Diese steht dann hinter der Klammer. Für die grafische Darstellung wird jeweils eine Seite der Gleichung markiert und in das Zeichenfenster gezogen.	Die Äquivalenzumformungen werden den Schülerinnen und Schülern in der Regel mit Hilfe des Waagen Modells nahe gebracht. Mit dem ClassPad lassen sich die jeweiligen Umformungen grafisch veranschaulichen. Daneben bietet ein CAS die Möglichkeit, die einzelnen zu machenden Schritte vom Rechner ausführen zu lassen. So können Schülerinnen und Schüler ihre Umformungen kontrollieren. Dies ist vor allem in Bezug auf den folgenden häufig auftretenden Fehler eine große Hilfe: 3x = 9 | -3 x = 6 Es ist zu erkennen, dass der x-Wert der jeweiligen Schnittpunkte sich nicht ändert (s. Abb. links). Es bietet sich jetzt an zu diskutieren, was die Äquivalenzumformungen grafisch bedeuten. Relativ einfach zu verstehen ist die Addition bzw. Subtraktion einer Zahl. Dies wurde ja schon im Zusammenhang mit der grafischen Darstellung linearer Funktionen diskutiert. Komplizierter zu verstehen sind die Addition bzw. Subtraktion von x-Werten und die Multiplikation bzw. Division mit Zahlen. Der Ausgangspunkt ist hier, dass eine lineare Gleichung immer so interpretiert werden kann, dass es sich um die Bestimmung eines Schnittpunkts zweier Geraden handelt. Der Ansatzpunkt ist ja, dass zu gleichen y-Werten x-Werte bestimmt werden. Da ja dann auch die x-Werte identisch sind, wird der Schnittpunkt um den Wert a·x in y-Richtung verschoben; gleichzeitig verändern sich natürlich auch die Steigungen der Geraden. Entsprechendes gilt für die Multiplikation bzw. Division mit Zahlen. Natürlich kann ein CAS jede lineare Gleichung direkt lösen.

Arbeitsblatt 1: Lineare Funktionen 1

Wähle den Bereich Grafik & Tabelle
Gib als Funktion ein und wähle dann .
Es erscheint das Bild unten. Mit dem Schieberegler lassen sich die Variablen m und b verändern.



Aufgaben:

1. Beschreibe, wie sich der Graf ändert, wenn man die Variable m verändert.
2. Beschreibe, wie sich der Graf ändert, wenn man die Variable b verändert.
3. Die Variable m beschreibt die Steigung, die Variable b den y-Achsenabschnitt. Begründe, dass die Wahl der Begriffe sinnvoll ist.

Wenn du mehrere Geraden gleichzeitig auf dem Bildschirm haben möchtest, kannst du für y_1, y_2 usw. verschiedene Geraden angeben. Einfacher ist es, wenn man vorher im Bereich main eine Liste anlegt. Dies geschieht, indem du z.B. {1,2,3,-1,-2}⇒m eingibst. Du musst dann noch die Variable b z.B. durch 2 ersetzen. Deine Aufgabe ist es dann, die Geraden richtig zuzuordnen.

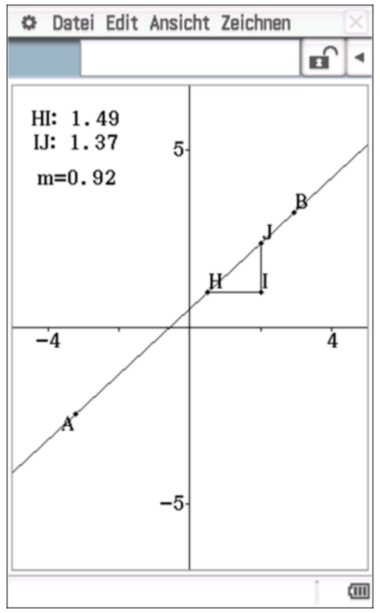
Arbeitsblatt 2: Lineare Funktionen

Um die Steigung einer Geraden besser zu verstehen, wählen wir das Geometrie-Modul.

Da wir Geraden im Koordinatensystem betrachten wollen, betätigen wir die Taste so lange, bis ein Koordinatensystem mit Einheiten auf dem Bildschirm zu sehen ist. Bei einer weiteren Betätigung erscheinen blaue Punkte bzw. ein blaues Gitter. Dies hat zur Folge, dass gesetzte Punkte nur noch ganzzahlige Koordinaten haben können.
Lege einen Punkt auf (0,1). Falls du nicht genau triffst, kannst du durch Markieren des Punktes diesen im Messfenster nachkorrigieren, oder du wählst kurzzeitig das Koordinatensystem mit Gitterpunkten.
Wähle einen zweiten Punkt und verbinde die beiden durch eine Gerade.
Markiere die Gerade. Im Messfenster kannst du die Steigung durch Wahl ablesen.
Markiere den Wert der Steigung und ziehe den Wert auf den Bildschirm.
Variiere jetzt den Punkt B so, dass du als Steigung die folgenden Werte erhältst und trage die Koordinaten für den Punkt B ein.

Steigung	1	3	0,5	-1	-1,5	0
x-Wert						
y-Wert						

Gib eine Regel an, mit deren Hilfe du den y-Wert vom Punkt B bestimmen kannst, wenn die Steigung und der x-Wert gegeben sind.
Konstruiere zu deiner Geraden ein Steigungsdreieck (s. Bild unten).



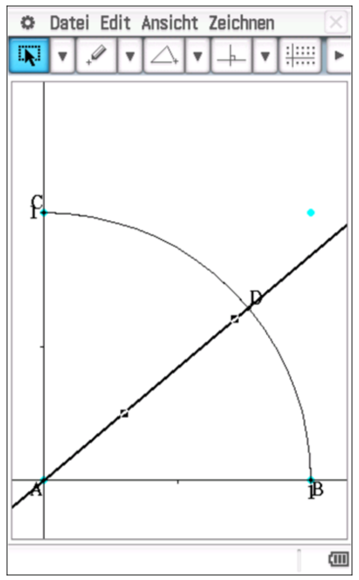
Hinweis: Den Quotienten EB/AE erhält man durch *Zeichnen – Formelterm* und die Eingabe @1/@2. Die Streckenlängen EB und AE müssen dazu vorher auf das Zeichenfenster gezogen sein. Mit Hilfe von @ kann man auf die verschiedenen Terme zugreifen.

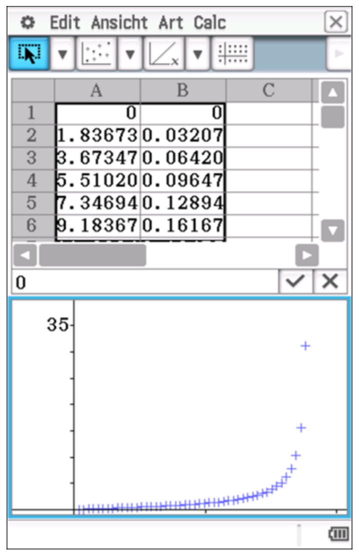
Arbeitsblatt 3: Steigung und Winkel linearer Funktionen

Wir wollen im Folgenden den Zusammenhang zwischen der Steigung und dem Winkel zwischen der Geraden und der x-Achse untersuchen.

1. Ein Mitschüler behauptet, dass eine Steigung von 100% =1 einem Winkel von 90° entspricht, das heißt also, dass die Gerade senkrecht verläuft. Was meinst du dazu?

2.





Für die konkrete Untersuchung, stelle im Geometrie Modul das linke Bild her. Gib dazu die Punkte A(0,0), B(1,0) und C(0,1) ein.

Du wirst Probleme haben, diese genau einzuzeichnen. Trage sie daher zunächst an der vermuteten Stelle ein. Markiere den Punkt mit und wechsle in das Messfenster. Dort kannst du die angegebenen Koordinaten entsprechend korrigieren.

Lege dann einen Viertelkreis durch die Punkte A, B und C und lege den Punkt D beliebig auf diesen Viertelkreis. Lege eine Gerade durch die Punkte A und D. Markiere diese Gerade. Im Messfenster kannst du dann den Winkel und die Steigung ablesen.

Für den Zusammenhang benötigen wir mehr Werte. Markiere den Punkt D und den Viertelkreis.

Edit → Animieren → Animation hinzufügen

Edit → Animieren → Ablaufen (einmal)

Wenn du jetzt wählst, erhältst du dir die während der Animation durchlaufenen Winkel und Steigungen in Tabellenform.

Um einen Graf zu erhalten, übertragen wir die Werte in die Tabellenkalkulation. Markiere dazu die im Geometrie Modul erhaltene Tabelle und

Edit → Kopieren

Wechsel in die Tabellenkalkulation

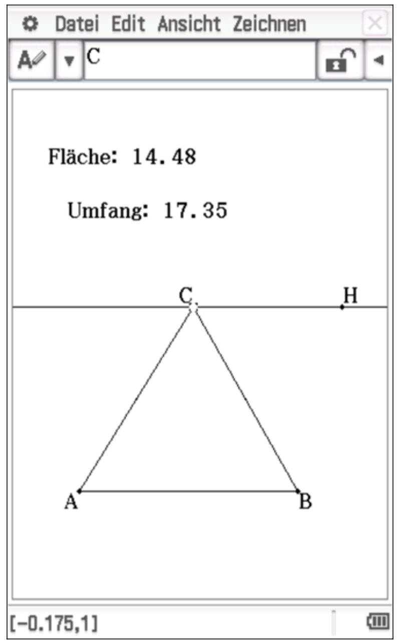
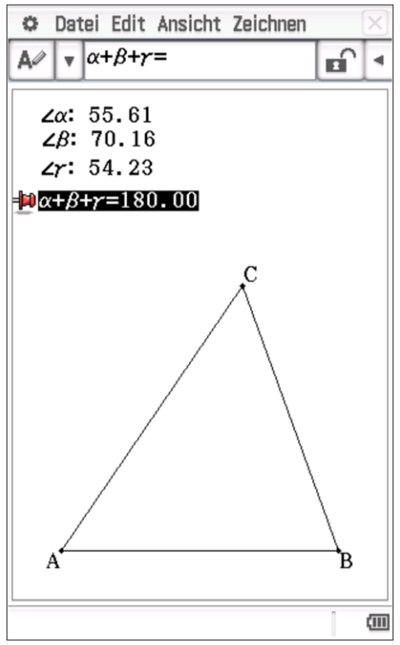
Edit → Einfügen

Und stelle die Werte grafisch dar.

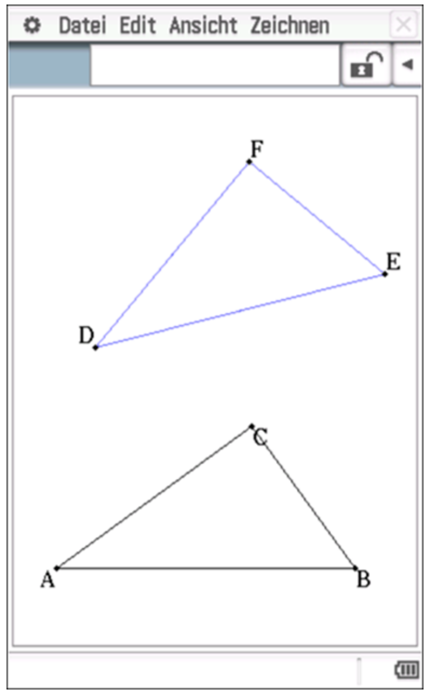
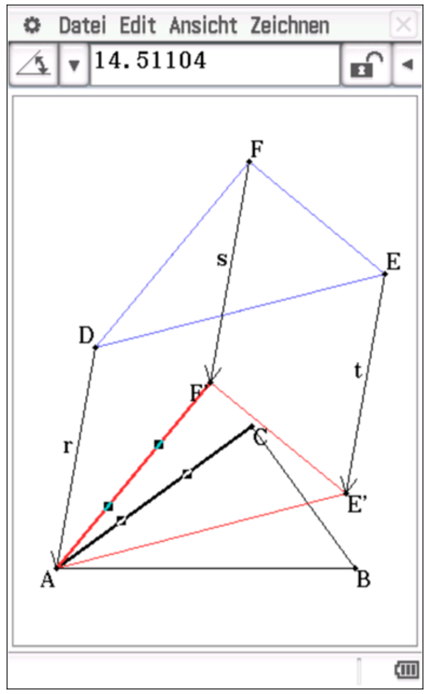
Interpretiere den Grafen

Geometrie

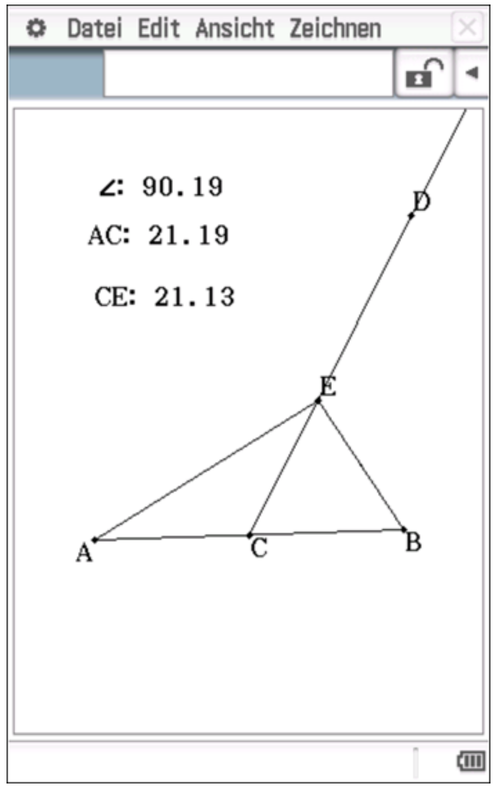
Geometrie

Bezug zum Lehrplan	Screenshot
– Umfang und Flächeninhalt: Dreieck, Viereck, zusammengesetzte Figuren Die Schülerinnen und Schüler (2) berechnen Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren und entwickeln Terme zu ihrer Berechnung, – geometrische Sätze: Neben-, Scheitel-, Stufen- und Wechselwinkelsatz Innenwinkelsatz (Dreieck, Viereck), **Kongruenzsätze** Die Schülerinnen und Schüler (4) begründen die Beweisführung zur Summe der Innenwinkel in einem Dreieck,	 

Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
Man konstruiert zunächst die Strecke AB. Der Punkt H ist ein Hilfspunkt mit beliebiger Lage. Wichtig ist, die drei Punkte A, B und H zu fixieren. Dies geschieht, indem man zunächst den Punkt jeweils markiert und danach das Schloss im Messfenster oben rechts anklickt. Danach wird eine Parallele zu der Strecke AB durch H gezeichnet und auf diese der Punkt C gelegt. Der Punkt C ist dadurch an die Gerade gebunden und lässt sich nur auf dieser verschieben. Durch das Markieren der Punkte A, B und C lässt sich im Messfenster sowohl der Umfang als auch der Flächeninhalt bestimmen. Wenn man den jeweiligen Wert im Messfenster markiert, lässt sich dieser mit dem Stift in das Geometriefenster ziehen. Nun kann man beobachten, wie sich die Werte von Umfang und Flächeninhalt ändern, wenn man den Punkt C auf der Parallelen bewegt. Möchte man den Innenwinkelsummensatz für Dreiecke trotzdem an Beispielen überprüfen, so kann man folgendermaßen vorgehen: Man zeichnet zunächst ein beliebiges Dreieck. Durch das Markieren zweier Schenkel lässt sich der eingeschlossene Winkel im Messbereich angeben. Der Wert wird markiert und in den Geometrie Bereich hineingezogen. Eine Kennzeichnung der jeweiligen Winkel ist für die Unterscheidung sinnvoll. Die griechischen Buchstaben erhält man über die abc-Tastatur. Unter Zeichnen findet man die Rubrik Formelterm. Es erscheint Term= versehen mit einer Zahl auf dem Bildschirm. Die angegebenen Winkel-terme erhalten ebenfalls eine Nummer. Die Summe lässt sich bestimmen, indem man eingibt: @1+@2+@3, wobei sich die Zahlen auf die jeweiligen Winkelterme beziehen.	Der Flächeninhalt ändert sich nicht, das heißt, er hängt nur vom Abstand der Parallelen von der Strecke AB und der Länge der Strecke AB ab. Ändert man die Länge der Strecke AB, so ergibt sich natürlich für den Flächeninhalt ein anderer Wert. Das heißt, man kann den Punkt C so verschieben, dass die Strecke AC senkrecht zur Strecke AB ist. Daraus wird deutlich, dass man das Dreieck ABC durch ein Dreieck gleich großer Fläche zu einem Rechteck ergänzen kann. In diesem Fall gilt: $\overline{AC} = h$ Daraus ergibt sich zur Berechnung des Flächeninhalts die Formel: $F = \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot h$ Des Weiteren können die Schülerinnen und Schüler herauszufinden, dass bei gegebenen Flächeninhalt ein gleichschenkliges Dreieck den kleinsten Umfang hat, woraus durch eine zusätzliche Variation der Grundseite folgt, dass bei gegebenem Flächeninhalt ein gleichseitiges Dreieck den kleinsten Umfang hat. Die Flächeninhalte und Umfänge vom Viereck ergeben sich aus der Aufteilung des Vierecks in zwei Dreiecke Mit Hilfe der Messfunktion des ClassPad sind die Neben-, Scheitel-, Stufen- und Wechselwinkelsätze für die Schülerinnen und Schüler leicht erkennbar. Bzgl. des Innenwinkelsatzes empfehlen wir eine Rechnerfreie Herangehensweise. Man könnte natürlich beliebige Dreiecke zeichnen und die Winkelsumme bilden lassen. Dies hätte aber zur Folge, dass die Beweisbedürftigkeit für die Schülerinnen und Schüler kaum einsehbar ist. Lässt man sie hingegen Dreiecke zeichnen und die Winkelsumme händisch bestimmen, hat man in der Regel Werte, die nicht genau 180° ergeben. Es ist also ein Beweis erforderlich.

Bezug zum Lehrplan	Screenshot
– geometrische Sätze: Neben-, Scheitel-, Stufen- und Wechselwinkelsatz Innenwinkelsatz (Dreieck, Viereck), **Kongruenzsätze**	 

Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
Die Konstruktion ist etwas aufwendig. Man zeichnet zunächst ein beliebiges Dreieck ABC. Danach wird eine beliebige Strecke DE gezeichnet. Damit diese die gleiche Länge wie die Seite AC hat, wird die Seite AC im Messbereich gemessen. Mit Edit und Kopieren lässt sich der Wert auf DE übertragen. Dazu wird DE markiert, der angegebene Messwert gelöscht und mit Edit und Einfügen die Länge von AC übertragen. Damit DE die neue Länge erhält ist noch das Schloss zu betätigen. Als nächstes übertragen wir den Winkel α. Die Seiten AC und AB werden markiert, der angegebene Wert kopiert (Edit und Kopieren), die Strecken DE und DF markiert, der angegebene Wert gelöscht und der Wert von α übertragen. (Das Schloss oder EXE nicht vergessen.) Da wir im Prinzip den Kongruenzsatz SwS benutzen, ist noch die Länge von AB zu übertragen. Dies geschieht auf die gleiche Weise, wie wir es mit der AC gemacht haben.	Um die Kongruenz der beiden Dreiecke (s. Abb. links) zu zeigen, könnte man die drei Eckpunkte D, E und F markieren und das das Dreieck DEF auf das Dreieck ABC ziehen. Dies würde aber dem händischen Vorgehen entsprechen, bei dem ein Dreieck z. B. ausgeschnitten und auf das andere gelegt wird. Im Folgenden wird eine Möglichkeit angegeben, wie man die Kongruenz zweier Dreiecke mit Hilfe geometrischer Abbildungen direkt zeigen bzw. nachvollziehen kann. Da dies sehr aufwendig ist, ist dies eventuell ein zusätzliches Argument, die Kongruenzsätze nicht zu beweisen, sondern sie in Bezug auf die Konstruierbarkeit von Dreiecken zu verifizieren.
Wir verschieben das Dreieck DEF so, dass der Punkt D auf den Punkt A verschoben wird. Dies gelingt durch  das Anlegen eines Vektors vom Punkt D zum Punkt A. Dieser Vektor r lässt sich wieder entsprechend oben auf die Punkt E und F übertragen. Im Messbereich werden nach dem Markieren des Vektors die Koordinaten angezeigt. Die Vektoren s und t sind zunächst beliebig und werden danach mit *Edit Kopieren* und *Edit Einfügen* zu einem identischen Vektor. So ergibt sich das Dreieck AE´F´. Eine Drehung um den Punkt A zeigt die Kongruenz. Die Drehung muss nicht unbedingt ausgeführt werden. Es reicht, die Winkel BAE´ und CAF´ zu messen und die entsprechenden Seitenlängen zu vergleichen. Die Gleichheit der Winkelgrö-ßen und Seitenlängen zeigt die Kongruenz.	Im Folgenden bilden wir das Dreieck DEF mit den entsprechenden Abbildungen auf das Dreieck ABC ab Wir sind nicht der Meinung, dass man dieses doch eher aufwendige Verfahren mit den Schülerinnen und Schülern durchführen sollte. Vor allem, da ja noch weitere erforderliche Abbildungen hinzukommen könnten. Stattdessen empfehlen wir die Kongruenzsätze im Zusammenhang mit der Konstruierbarkeit von Dreiecken zu behandeln. Schülerinnen und Schüler erhalten so die Möglichkeit, entweder händisch oder mit Hilfe eines DGS selbst herauszufinden, was gegeben sein muss, damit ein Dreieck eindeutig konstruierbar ist. Im Anhang findet man ein entsprechendes Arbeitsblatt.

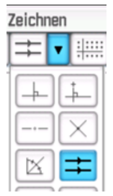
Bezug zum Lehrplan	Screenshot
Satz des Thales Die Schülerinnen und Schüler (8) erkunden geometrische Zusammenhänge mithilfe dynamischer Geometriesoftware	

Hinweise zur Bedienung	Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik
Man kann zwar den rechten Winkel bei dem Punkt E fest einstellen (Die beiden anliegenden Seiten markieren, im Messbereich 90° einstellen und den Wert fixieren.). Wenn man jetzt am Punkt E zieht, bleibt der rechte Winkel erhalten. Mit dem ClassPad ist es aber leider nicht möglich, die Spur für den Punkt E einzustellen. Das heißt, man müsste aus den nur einzeln vorliegenden Lagen von E auf den Kreis schließen. Spuren darzustellen ist nur im Rahmen von Animationen möglich. Um eine solche zu erstellen, müsste der Punkt E z. B. an eine Strecke oder einen Kreis gebunden werden. Daher schlagen wir folgendes Vorgehen vor: Man zeichnet eine Strecke AB und legt den Mittelpunkt fest. Von diesem wird eine Halbgerade mit dem Hilfspunkt D konstruiert. Auf diese Halbgerade legen wir den Punkt E, der dadurch nur auf dieser verschiebbar ist. Es ergibt sich das Dreieck ABE. Wir messen jeweils den Winkel bei E und die Streckenlängen AC und CE. Man stellt fest, dass die beiden Längen in etwa gleich sind, wenn der Winkel in etwa 90° beträgt.	Um den Satz des Thales zu verifizieren, könnte man über eine Strecke einen Halbkreis legen und auf diesen den Punkt C legen. Es ergibt sich ein rechtwinkliges Dreieck. Wenn man C auf dem Halbkreis beliebig verändert, ändert das nichts daran, dass sich ein rechtwinkliges Dreieck ergibt. Damit ergibt sich ähnlich wie beim Innenwinkelsummensatz das Problem der Beweisbedürftigkeit. Dies legt die Vermutung nahe, dass alle möglichen Punkte E auf einem Halbkreis liegen. Durch Ziehen an D lässt sich die Lage der Halbgeraden verändern. Dies ist zwar die Umkehrung des Satzes: Wenn der Winkel am dritten Punkt ein rechter ist, liegt der dritte Punkt auf einem Halbkreis mit der Strecke AB als Durchmesser. Alternativ könnte man untersuchen, welcher Winkel sich ergibt, wenn die Strecken AC und CE gleich lang sind. Daraus würde dann der Satz des Thales folgern. Dieser ist natürlich noch zu beweisen.

Arbeitsblatt zu Flächeninhalten und Umfang von Dreiecken

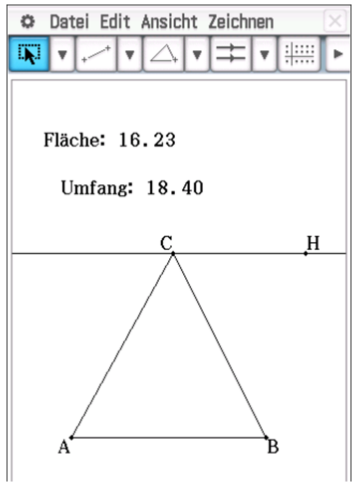
Stelle im Menü das Geometriefenster ein und zeichne eine Strecke AB. Fixiere im Messfenster die beiden Punkte. Markiere dazu zunächst den Punkt A, schalte um in den Messbereich, stelle die Koordinaten von A ein und klicke auf das Schloss:
Verfahre ebenso mit dem Punkt B.
Erzeuge einen weiteren Punkt, den wir H nennen wollen. Zunächst bekommt er den Namen C. Eine Umbenennung erfolgt im Messbereich.

Markiere dazu den Punkt C und wähle das A. Der Punkt lässt sich jetzt umbenennen, indem du das C durch H überschreibst. Der Punkt H muss dann ebenfalls fixiert werden.



Markiere die Strecke AB und den Punkt H und konstruiere die Parallele zu AB durch H.
Lege einen Punkt auf diese Parallele und nenne ihn C.
Verbinde jetzt die Punkte A, B und C durch Strecken, so dass ein Dreieck entsteht.

Wenn du jetzt die 3 Punkte kennzeichnest, kannst du dir im Messbereich den Flächeninhalt und den Umfang angeben lassen. Markiere jeweils den Wert im Messbereich und ziehe ihn mit dem Stift in das Geometriefenster.

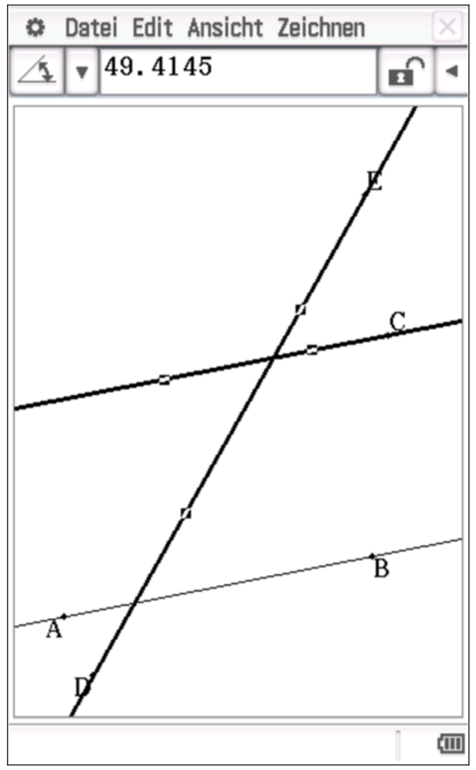


Das Bild sollte in etwa wie das Bild links aussehen.

Markiere den Punkt C und verschiebe ihn auf der Parallelen.

1. Was beobachtest du hinsichtlich der Werte?
2. Hebe die Fixierung vom Punkt H auf und verändere die Lage von H. Wie ändern sich dadurch die Werte vom Flächeninhalt?
3. Wie lässt sich offensichtlich der Flächeninhalt eines Dreiecks bei gegebener Länge der Strecke AB bestimmen?
4. Bei der Verschiebung des Punktes C auf der Parallelen ändert sich der Wert des Umfangs. Beschreibe die Form des Dreiecks, für die der Umfang den kleinsten Wert hat.

Arbeitsblatt zu Neben-, Scheitel-, Stufen- und Wechselwinkelsatz

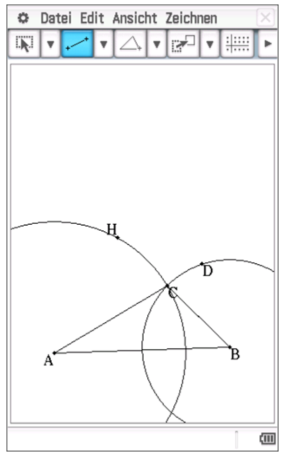


Die Gerade durch C ist parallel zur Geraden AB. Die Gerade DE ist beliebig, schneidet aber die beiden Parallelen. Es entstehen 8 Winkel. Kennzeichne diese 8 Winkel.

1. Notiere alle möglichen Aussagen über diese Winkel.
2. Um die Winkel besser unterscheiden zu können, hat man die Begriffe Nebenwinkel, Scheitelwinkel, Stufenwinkel, und Wechselwinkel für je 2 Winkel eingeführt. Übertrage die Zeichnung in dein Heft. Gib Paare für die einzelnen Winkeltypen an.

Arbeitsblatt zur Konstruierbarkeit von Dreiecken und zur Kongruenz

1. Konstruiere ein Dreieck ABC mit den Seitenlängen AB = 6, BC = 4,5 und CA = 3.
Gehe dazu in den Geometriebereich und zeichne eine beliebige Strecke AB.
Markiere diese Strecke, gehe in den Messbereich (Pfeil oben rechts) und verändere den angezeigten Wert auf 6. Tippe das Schloss an oder *EXE*. Händisch würde man jetzt um den Punkt A einen Kreis mit dem Radius r = 3 und um B mit 4,5 schlagen. Mit dem ClassPad ist eine Angabe des Radius direkt nicht möglich. Kreise werden durch die Eingabe des Mittelpunktes und eines Punktes auf dem Rand erzeugt. Das heißt, du wählst den Punkt A als Mittelpunkt und zunächst einen beliebigen Punkt C und lässt einen Kreis zeichnen. A und C



werden markiert und die Streckenlänge AC im Messbereich angezeigt. Genau wie oben ändern wir den Wert auf 4,5. Damit es nicht zu Verwechslungen kommt, solltest du den Namen des Punktes C auf z. B. H ändern. Verfahre ebenso mit dem Kreis um den Punkt B. Die Schnittpunkte der beiden Kreise ergeben mögliche Punkte C. Da wir die Benennung gegen den Uhrzeigersinn vornehmen, ist der obere der gesuchte Punkt. Dieser Punkt muss noch als Punkt durch Anklicken auf den optischen Schnittpunkt gekennzeichnet werden.
Du siehst also, dass dieses Dreieck durch die Angabe der drei Seitenlängen in der Regel konstruierbar ist.

2. Kann man immer ein Dreieck konstruieren, wenn die drei Seitenlängen gegeben sind?

3. Ist ein Dreieck eindeutig konstruierbar, wenn die drei Winkel gegeben sind?
4. Gegeben sind 2 Seiten und ein Winkel. Unterscheide verschiedene Fälle. Ist das Dreieck dann jeweils eindeutig konstruierbar?
5. Gegeben sind eine Seite und 2 Winkel. Ist das Dreieck dann jeweils eindeutig konstruierbar?
6. Überprüfe, ob die beiden Dreiecke zueinander kongruent sind. Begründe deine Aussage.

Dreieck 1: A(0/1), B(3/1), C(1/3)
Dreieck 2: D(5/1), E(8/1), F(7/3)
Gib zunächst einfach die Punkte A, B und C beliebig ein. Markiere den Punkt A, wechsle in den Messbereich und ändere die Koordinaten entsprechend. Verfahre ebenso mit den übrigen Punkten. Falls die Punkte nicht im Fenster zu sehen sind, kannst du im Bereich *Ansicht verkleinern* einstellen. Mit Hilfe den sichtbaren Bereich verschieben.

7. Verfahre ebenso mit den beiden Dreiecken:
Dreieck 1: A(3/1), B(6/7), C(7/10)
Dreieck 2: D(3/1), E((5,5/5,7), F(7/3)
Hinweis: Beachte, dass anstatt des Kommas ein Punkt gesetzt werden muss.

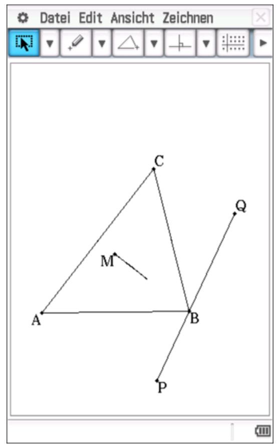
Arbeitsblatt zu Konstruktionsaufgaben von Dreiecken mit dem ClassPad

1. Konstruiere, falls möglich ein Dreieck aus den gegebenen Seitenlängen und Winkelgrößen.
   a) $a = 4$; $b = 3{,}5$; $\gamma = 55°$
   b) $a = 3{,}5$; $\beta = 47°$; $\gamma = 63°$
   c) $a = 3{,}8$; $b = 4{,}8$; $\beta = 47°$
   d) Was ändert sich, wenn man in Aufgabe b) $a = 4{,}8$ und $b = 3{,}8$ setzt?
   e) Sei $a = 4{,}8$ und $\beta = 47°$. Wie groß muss b mindestens sein, damit sich mindestens ein Dreieck konstruieren lässt?
   f) $a = 7$; $b = 3{,}5$; $c = 4{,}1$
   g) Sei $a = 7$; $b = 3{,}5$. Wie lang muss die Seite c mindestens sein, damit sich ein Dreieck konstruieren lässt?

2. Konstruiere ein Dreieck aus: $a = 5$; $b = 7$; $c = 6$. Konstruiere zusätzlich die jeweiligen Mittelsenkrechten. Es gibt dazu im Menü *Zeichnen → Konstruiere → Mittelsenkrechte* einen Befehl, mit dem dies einfach möglich ist. Konstruiere eine Mittelsenkrechte, ohne den Befehl zu benutzen und beschreibe dein Vorgehen.

Die Mittelsenkrechten schneiden sich in einem Punkt. Was ist das Besondere dieses Punktes? Wenn du zunächst keine Idee hast, ziehe an Eckpunkten und beobachte die Veränderungen.

3.



Zeichne eine beliebige Strecke und lege auf diese den Punkt B, der ein Eckpunkt des Dreiecks ABC sein soll und ergänze die Zeichnung, so dass ein Dreieck ABC entsteht. Konstruiere den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten. Denke daran, dass du diesen Punkt durch festlegen musst. Verberge die Mittelsenkrechten; aber nicht den Schnittpunkt. Markiere dazu die Mittelsenkrechten und wähle *Edit → Eigenschaften → Ausblenden*.

Markiere den Punkt B und die Strecke, auf der der Punkt B liegt.

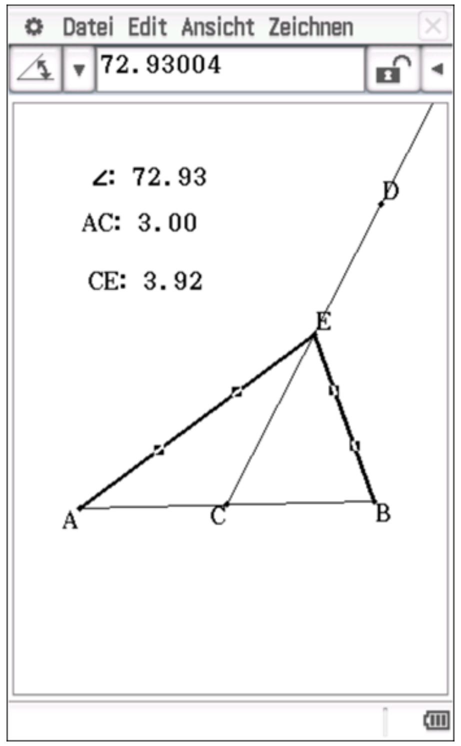
Erzeuge eine Animation. Wähle dazu *Edit → Animieren → Animation hinzufügen*

Nächster Schritt: *Edit → Animieren → Ablaufen (einmal)*

Damit die Spur von M dargestellt wird, muss noch eingegeben werden: *Edit → Animieren → Verfolgen* M bewegt sich offensichtlich auf einer Geraden.

Begründe dies.

Arbeitsblatt zum Satz des Thales



Stelle eine Konstruktion entsprechend der Abbildung links her. Zeichne dazu zunächst die Strecke AB. Die Länge ist dabei beliebig. Bestimme den Mittelpunkt C der Strecke. Lege von C aus eine Halbgerade durch den Punkt D, dessen Lage ebenfalls beliebig sein kann. Auf diese Halbgerade wird der Punkt E gelegt, der dadurch nur noch auf dieser Halbgeraden verschiebbar ist.

Folgende Größen sollen gemessen werden: der Winkel bei E, die Streckenlängen CE und AC. Damit man die Veränderungen beobachten kann, müssen die Werte in das Geometriefenster verschoben werden. Die Werte werden dazu im Messbereich markiert und mit dem Stift in das Geometriefenster gezogen.

Verschiebe E auf der Halbgeraden und beschreibe die Veränderungen der Werte für den Winkel und die Länge CE.

Was vermutest du?

Stochastik

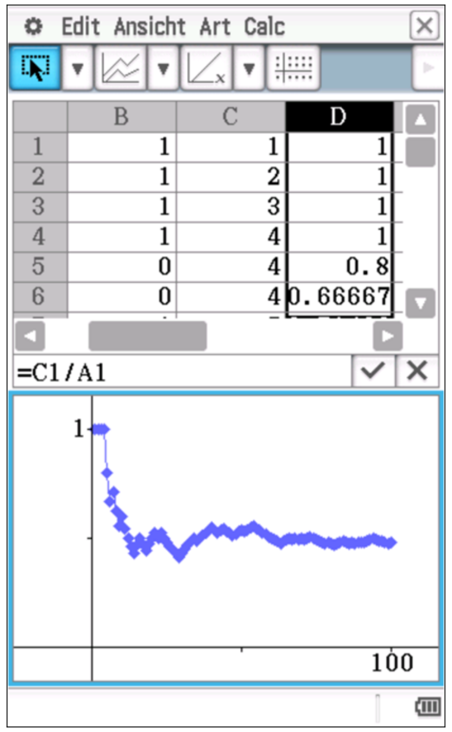
<table>
<tr><th>Bezug zum Lehrplan</th><th>Screenshot</th></tr>
<tr><td>

Inhaltliche Schwerpunkte:

– Wahrscheinlichkeiten und Zufallsexperimente: einstufige Zufallsversuche

– stochastische Regeln: **empirisches Gesetz der großen Zahlen**

</td><td>



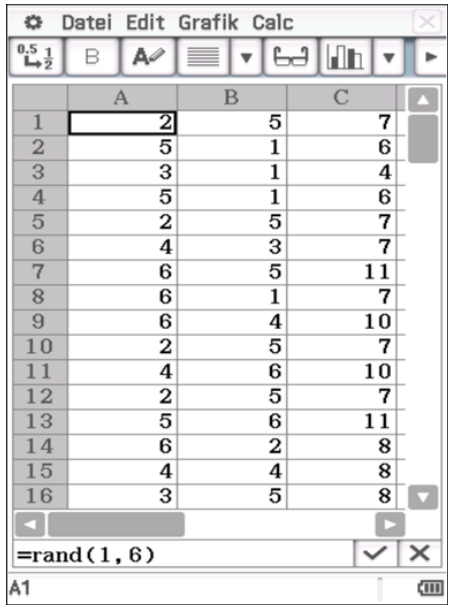
</td></tr>
<tr><td>

– statistische Daten und Kenngrößen: Quartile und Boxplots

Die Schülerinnen und Schüler

(5) **interpretieren Spannweite und Quartile in statistischen Darstellungen und stellen unter Verwendung dieser Kenngrößen Häufigkeitsverteilungen als Boxplots dar.**

</td><td>



</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Hinweise zur Bedienung</th><th>Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik</th></tr>
<tr><td>

In der Tabellenkalkulation wird die Spalte A mit den Zahlen 1, 2, …, 100 gefüllt. Dies gelingt am einfachsten, wenn man in A2: *=A1+1* einsetzt. Die Reihe erhält man dann mit: *Edit → Kopieren* und *Edit → Einfügen*, wobei vorher die Zellen *A3* bis *A100* markiert wurden

In Spalte B werden Zufallszahlen 0 oder 1 durch den Befehl *=rand(0,1)* erzeugt. Man gibt den Befehl dazu einmal in B1 ein und füllt die Spalte mit *Edit → Kopieren*, nachdem B1 markiert wurde, markiert B2 bis B100 und *Edit → Einfügen*

Die Spalte C dient dazu, die Anzahl der „1“ bezogen auf die jeweilige Zeile zu bestimmen. Die geschieht durch:

C1: *=B1*
C2: *=C1+B2*
Die restlichen Zellen werden mit *Kopieren* und *Einfügen* gefüllt.
Die Spalte D gibt die relativen Häufigkeiten an.

D1: =C1/A1
usw.
Die Spalte D wird markiert. Das Schaubild erhält man mit

</td><td>

Für das empirische Gesetz der großen Zahlen kann man einen Münzwurf simulieren. Die Münze wird zum Beispiel 100 mal geworfen. Dabei entspricht z. B. Kopf = „0“ und Zahl =“1“.

Es wird jeweils addiert, wie oft die Zahl gefallen ist. Teilt man diese Anzahl durch die Anzahl der Würfe, erhält man die relative Häufigkeit. Aus dem Schaubild ist zu erkennen, dass sich die relativen Häufigkeiten dem erwarteten Wert von $p = \frac{1}{2}$ annähern.

Des Weiteren ist zu erkennen, dass die Schwankungen umso geringer ausfallen, je größer die Anzahl der Würfe ist.

</td></tr>
<tr><td>

In den Spalten A und B wird *=rand(1,6)* eingegeben und entsprechend kopiert.

In C1: *=A1+B1* und in die übrigen Zellen kopiert.

Für die Erstellung von Boxplots müssen die Daten in das Statistik Modul übertragen werden. Dies ist nicht mit *Kopieren* und *Einfügen* möglich, da es sich um verschiedene Datentypen handelt. Eine Liste wird als ein Element interpretiert, während die Inhalte von Zellen in der Tabellenkalkulation einzeln verstanden werden.
Der ClassPad wandelt die verschieden Typen automatisch um, wenn man die *Import*- bzw. *Export*-Funktion wählt. Man findet diese im Menü *Datei*

</td><td>

Zur Untersuchung von statistischen Daten kann man die Addition zweier Würfelergebnisse simulieren.

</td></tr>
</table>

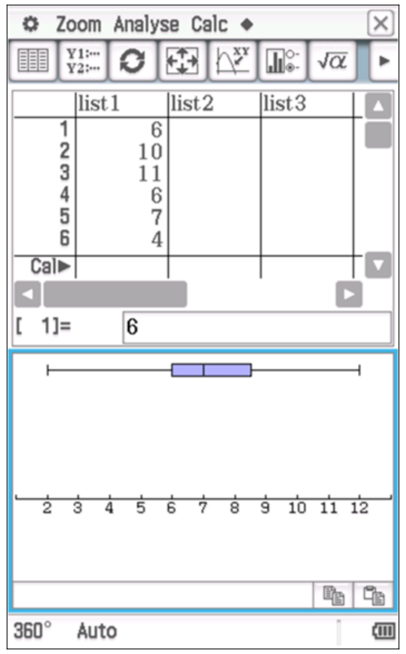
<table>
<tr><th>Bezug zum Lehrplan</th><th>Screenshot</th></tr>
<tr><td>

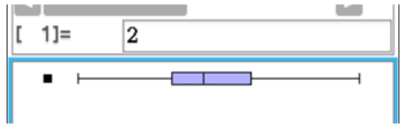
– statistische Daten und Kenngrößen: Quartile und Boxplots

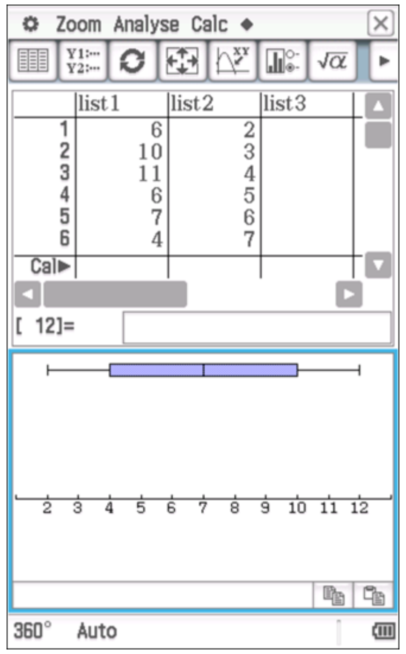
Die Schülerinnen und Schüler

(5) **interpretieren Spannweite und Quartile in statistischen Darstellungen und stellen unter Verwendung dieser Kenngrößen Häufigkeitsverteilungen als Boxplots dar.**

</td><td>







</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Hinweise zur Bedienung</th><th>Hinweise zum mathematischen Inhalt und zur Didaktik</th></tr>
<tr><td>

Um einen Boxplot zu erstellen, muss dieser zunächst für eine visuelle Darstellung gewählt werden . Man wählt:

Die Darstellung erhält mit

Wenn man *Zeige Ausreißer* aktiviert, erhält man die Abbildung links, die den Wert 2 als Ausreißer markiert

Für die theoretischen Werte gibt man die Zahlen 2, 3, …, 12 ein und erstellt bezogen auf list2 die Median-Box

</td><td>

Aus den Hinweisen zur Bedienung geht hervor, dass dem Boxplot die *Median-Box* entspricht. Die Schülerinnen und Schüler haben die Möglichkeit, die aus der Simulation hervorgegangenen Daten mit denen zu vergleichen, die sich bei einer Gleichverteilung ergeben würden.

Für die Gleichverteilung ergibt sich:

Median: 7
1.Quartil: 4
3.Quartil: 10

Die Schülerinnen und Schüler können jetzt darüber diskutieren, warum das Boxplot bezogen auf die Simulation sehr viel schmaler ist.
Für diesen Fall der Gleichverteilung gibt es natürlich keine Ausreißer.

</td></tr>
</table>

Arbeitsblatt zur Stochastik

1. Wir wollen einen Münzwurf simulieren und herausfinden, wie sich die Anzahl der „Zahl“ im Verhältnis der Anzahl der Würfe entwickelt.
   a) Äußere eine Vermutung

   Zur Überprüfung wähle die Tabellenkalkulation und gib in Spalte A die Zahlen 1, 2, …, 100 ein. Am einfachsten ist es, wenn du in A1: 1 und in A2: =*A1*+1 eingibst. Markiere A2 und wähle *Edit* → *Kopieren*. Markiere die Zellen A3 bis A100 und *Edit* → *Einfügen*. Der Befehl *rand(0,1)* ergibt zufällig die Zahl 0 oder die Zahl 1. Fülle 100 Zellen der Spalte B mit diesem Befehl. Wir interpretieren jetzt das Ergebnis 0 als Kopf und das Ergebnis 1 als Zahl. Wenn wir die Zahlen aus Spalte B jeweils aufaddieren, erhalten wir die Anzahl der geworfenen „Zahl“. Dies soll in Spalte C geschehen.

   b) Begründe, dass dies dadurch erreicht wird, dass man in C1 den Wert von B1 übernimmt und in C2: =*C1*+*B2* eingibt.
   Dieser Befehl wird dann entsprechend oft kopiert. Gib in Zelle D1: =*C1/A1* ein und kopiere entsprechend. Was gibt dieser Wert an?

   c) Stelle die Ergebnisse aus Spalte D grafisch dar, beschreibe und erkläre die Darstellung.

2. Das Würfeln mit zwei Würfeln soll simuliert werden, wobei die Summe der beiden Würfe gebildet werden soll. Dabei interessieren wir uns vor allem, wie sich die Ergebnisse auf die einzelnen Zahlen von 2 bis 12 verteilen. Der ClassPad hat für diese Untersuchung den Befehl *Median-Box.* Dieser Befehl gibt den Boxplot einer Verteilung an.
   Um herauszufinden, was dieser Befehl bewirkt, gehe zunächst in das Statistik Modul und gib in die Liste 1 die Zahlen von 1 bis 12 ein. Wähle dann aus dem Menü aus und stelle ein: Die Darstellung erhälst du mit

   a) Jetzt wollen wir das Würfeln simulieren. Gehe dazu in die Tabellenkalkulation und fülle die Spalten A und B mit „=*rand(0,6)*“ und bilde in Spalte C die Summe der beiden Ergebnisse. Zur weiteren Untersuchung müssen die Werte in das Statistik Modul übertragen werden. Dies geschieht mit dem *Export* Befehl, den du im Bereich *Datei* findest. Wähle *list2* aus; sonst wird *list1* überschrieben. Für die Darstellung des Boxplots gehe, wie in a) beschrieben, vor. Du musst nun natürlich *list2* auswählen. ‘

   b) Vergleiche die beiden Boxplots und erkläre den Unterschied.

3. Bei einer Vergleichsarbeit in Mathematik der 8. Klassen hat es folgende Durchschnittsnoten gegeben.

Klasse	8a	8b	8c	8d
Durchschnittsnote	2,84	2,93	3,10	2,95

Der Mathematiklehrer der 8c muss vor dem Schulleiter das schlechte Ergebnis seiner Klasse begründen. Der Klassenspiegel der 8c sah folgendermaßen aus:

1	2	3	4	5	6
2	7	10	8	0	2

An schlechten Noten gab es sonst nur in der Klasse 8d eine „5“. Kannst du dem Lehrer bezüglich einer Erklärung helfen?

Tipp: Benutze die Tabellenkalkulation, wenn du zum Beispiel die Inhalte der Zellen A1 bis A6 addieren willst, wähle eine Zelle aus zum Beispiel A8 und schreibe in diese: =*sum(A1:A6)*

123CPBUCH8-D

4 549526 616570

CALC

www.casio-schulrechner.de