# Ist Mathematik die Sprache der Natur?

**2008 -** Das Jahr der Mathematik, ein Wettbewerb der sich mit Mathe in der Natur beschäftigt und drei Jungen die hier ihre Ergebnisse zur Fragestellung "Ist Mathe die Sprache der Natur?" vorstellen wollen...
Mit dieser Seite haben wir zwei Fliegen mit einer Klappe geschlagen. Einmal ist es unser Beitrag beim CasioVektoriaAward 2008, aber gleichzeitig auch unsere Hausarbeit in Mathe-Info.
In der letzten Zeit ist uns erstmals bewusst geworden wie viel die Natur mit Mathe zu tun hat. Deshalb können wir einfach nur jeden dazu motivieren, sich zu einem Waldspaziergang aufzumachen und die Augen genau offen zu halten, ob vielleicht wirklich Mathematik hinter dem vermeindlichen Chaos der Natur steckt.
Oder aber, und das kann durchaus gemütlicher sein, Sie schauen sich einfach mal auf unserer Seite um!!!

**Doch nun wollen wir ersteinmal die Chance nutzen und uns vorstellen!**
Wir als Gruppe bestehen aus drei Teammitgliedern:
Sven Kuhlmann (14), Lukas Schrumpf (14) und Philipp Neuens (15)
Wir besuchen gemeinsam die Klasse 9a des Gymnasiums Vogelsangs, in Solingen.
Und zwar, zumindestes bis jetzt noch, mit Erfolg. So das wars mit der Einleitung!
Viel Spaß beim Besuch unsere Website!

## Inhaltsangabe

# Mathe in der Natur

Diese Seite ist uns ganz besonders wichtig, da sie kleine, aber prägnante Artikel zu verschiedenen Themen enthält die man mehr oder weniger selber beobachten kann, wenn man die Augen und Ohren offen hält.

## Symmetrie

Symmetrie - Ihr begegnet man im Prinzip überall in der Natur. Gerade bei Pflanzen und ihren Blättern und Blüten kommt sie besonders häuftig vor. Nehmen wir als Beispiel ein Ahornblatt:


Abb. 1

**Eine kleine Aufgabe:**
Schauen sie sich das Blatt mal aus nächsten Nahe an und versuchen sie zu erkennen wo kleinere oder größere Asymmetrien bestehen.
Sicher haben Sie schon auf den zweiten Blick solche Punkte gefunden. Doch trotzdem haben Sie vermutlich auf den ersten Blick das Blatt für symmetrisch gehalten. So ging es mir jedenfalls.

## Kräfte

Wenn man von Kräften in der Natur spricht, sollte man in unseren von Weltuntergangstheorien geplagten Zeiten natürlich zuerst an die Kräfte denken, die der Umwelt keinen Schaden zufügen. Deshalb habe ich mich an dieser Stelle entschlossen auf das Thema: "Wasserkraft" zu sprechen zu kommen.
Die Elektrizität, die aus der Kraft des fließenden Wassers gewonnen wird, lässt sich wie folgt errechnen:

$$P = Q \cdot h \cdot 7\,\mathrm{kN}/\mathrm{m}^3$$

Abb. 2

P beschreibt hierbei die Leistung, die sich aus dem Wasserdurchfluss (Q) mal der Fallhöhe (h) multipliziert mit 7 Kilo Newton (kN) durch Kubikmeter ($m^3$) ergibt. Für die umweltverliebten Leser unter uns sei hier noch angemerkt, dass sich rund 90% der aufgewandten Wasserkraft in elektrischen Strom umwandeln lassen. Der Rest geht während des Umwandlungsprozesses verloren.

## Zikaden

Zikaden sind Insekten, die ihre Nahrung aus Pflanzen heraussaugen. Aufgrund dieser Eigenschaft werden sie von Biologen zu den Schnabelkerfen gezählt. Die Singzikaden, eine in den USA lebende Unterart der Ziakden, haben ein geniales, auf Primzahlen basierendes mathematisches System "entwickelt", das ihr Fortbestehen auf lange Zeit sichern wird. Sie vermehren sich alle 13 oder 17 Jahren schlagartig auf dem gesamten Globus, was sie für fast alle Fressfeinde auf der ganzen Welt so gut wie unangreifbar macht. Denn: Würden sie zum Beispiel einem 12 Jahres Rhythmus folgen, so wären sie von allen natürlichen Feinden, die im 1,2,3,4,6 oder 12 Jahres Rhytmus erscheinen, akkut bedroht. Bei ihrem 13 beziehungsweise 17 Jahres Zyklus sind sie akkut nur von den im 1,13 oder 17 jährig erscheinenden Räubern bedroht, sowie von denen, die sich zwangsläufig nach einiger Zeit mit ihrem Rhytmus überlagern (zum Beispiel sind sie in jedem 2. Rhytmus, also nach 34 Jahren auch von denjenigen bedroht, die im 2-Jahres-Takt auftauchen).

## Flüsse

Ein anderes Phänomen in der Natur ist das "π(Pi)-Phänomen" bei Flüssen. Hier geht es darum, dass die Länge eines Flusslaufes (von der Quelle zur Mündung) geteilt durch die Luftlinie dieses Flusses (von der Quelle zur Mündung) ungefähr π ergibt.
Um das nocheinmal klarer auszudrücken nehmen wir den Nil als Beispiel:
Der Nil ist 6671 km lang. Er hat eine Luftlinie von 2120 km. Also müsste, dieser These nach zufolge 6671 / 2120 ≈ π sein. Doch viele, die von diesem "Phänomen" gehört haben, halten es für Unsinn!
Machen wir einfach mal den Test:

**π=3,14159...**
**6671 / 2120 = 3,14669...**
**3,14159... ≈ 3,14669...**

Diesem Beispiel nach zu Folge stimmt die These.
Doch das scheint nicht bei allen Flüssen so zu sein (Rhein):

**Länge: 1320km**
**Länge der Luftlinie: 672km**
**1320 / 672 = 1,9642...**
**Und 1,9642... ist nun wirklich nicht so ähnlich wie 3,14...**

Doch scheint trotzdem etwas an dieser Formel dran zu sein, da man nicht nur beim Nil sondern auch bei anderen Flüssen auf ähnliche Ergebnisse kommt. Doch in wie fern stimmt diese These?
Letztendlich kann ich weder diese Theorie eindeutig beweisen noch kann ich sie eindeutig widerlegen! Doch ich bin zum Entschluss gekommen, dass irgendwas an der Theorie dran sein muss. Den wohl wichtigsten Gedanken dazu hatte ich, als ich zum ziechstenmal sämtliche Internetforen durchkrammte und aus den ganzen Kommentaren nicht ganz schlüssig worden. Doch dann las ich in einem Artikel von Wissen macht Ah! zum Thema π ein interessantes Wort: "[...]naturbelassen[...]"!
Im Gegensatz zum Rhein wurde am Nil nicht viel am Flusslauf geändert also ist der Nil noch relativ "naturbelassen". Und ich denke genau, dass ist der Punkt. Diese

Theorie gilt nur für:
- Flüssen an deren Flusslauf nichts verändert würde
- Flüssen, die eine gewisse Länge erreicht haben und so einen ausgeprägten, kurvenreichen Flusslauf gebildet haben

Denn um so kurvenreicher, um so mehr Kurven, die sich gegenseitig "ausgleichen".

**Also kommt das Ergebnis der Länge eines Flusses geteilt durch die Luftlinie von Quelle zur Mündung dann π am nächsten wenn der Fluss lang, kurvenreich und naturbelassen ist.**

# Musterbildung

Von einfachen Zellestrukturen bis zum Aufbau komplexer Zebra-, Leoparden- oder Giraffenmuster. überall in der Natur können wir das Phänomen der Musterbildung beobachten und gleichzeitig mit der Mathematik versuchen es zu erklären. Doch auf welche Weise entstehen sie? Ist die Natur auf sie angewiesen? Und wenn ja warum? Können wir diese Muster mit der Mathematik erklären oder sind und bleiben sie eben nur Versuche einer Erklärung? Doch zuerst einmal…

## Was sind Muster?

"Unter einem Muster versteht man ein sich wiederholendes, flächenfüllendes Element […]"
Ausschnitt aus einem Artikel von Wikipedia:
de.wikipedia.org/wiki/Muster_(Textil)

"Als Muster bezeichnet man sichtbare Oberflächenzeichnungen oder -strukturen.[…]"
Ausschnitt aus einem Artikel von Wikipedia:
de.wikipedia.org/wiki/Muster_(Struktur)

Das sind zwei Definitionen, die jeweils ein bestimmtes Themengebiet der Muster abdecken! Einmal die Textilproduktion und einmal Musterstrukturen. Anhand dieser Zitate wollen wir selber einen Definitionsversuch wagen:

**Als Muster bezeichnet man eine sich auf einem Gegenstand, ein Fläche oder Lebewesen befindende sich wiederholende Struktur, die einen Sinn in ihrem Sein erfüllt, oder einfach gut aussehen soll.**

## Warum gibt es Muster?

Die Musterbildung auf Tieren bzw. Tierfellen hat im Prinzip nur eine Funktion, die Verbesserung der Lebensbedingungen dieser Tiere. Dazu gehören:
Die Tarnung zum Schutz vor Feinden und zum Heranpirschen an Beute ist einer der Hauptgründe, wieso Tiere Muster besitzen. Außerdem, und dies gilt nicht nur für Tiere sondern auch für Pflanzen, verdeutlichen bestimmte Farben oder Muster, bestimmte Nachrichten. So meint zum Beispiel Phyllobates terribilis bzw. der "schreckliche Pfeilgiftfrosch" mit seiner Farbe das er äußerst giftig ist.


Abb. 3

## Wie entstehen Muster im Sand?

Das Beispiel, um die Musterbildung am einfachsten zu verdeutlichen, ist wohl das der Bildung der Sandrippel (kleine Wellen bzw. Hügel im Sand) beziehungsweise Dünen. Das Prinzip ist einfach und beruht auf den Gesetzen der Physik. Die Oberfläche des Sandes als solche ist instabil und so bereits durch schwache Umwelteinflüsse leicht zu verändern. Wenn also zum Beispiel ein leichter Wind in der Wüste oder eine sanfte Welle unter Wasser auf kommt, so verändert sich die gesamte Struktur des Sandes, wobei ein Sandkorn, das im Windschatten einer Muschel oder etwas vergleichbarem liegt, weniger stark bewegt wird als ein frei herumliegendes. Dies ist ein Beispiel der nicht zufälligen, wenn auch relativ willkürlichen Musterbildung. Eine zufällige Musterbildung wäre beispielsweise die der Fraktrale.


Abb. 4

## Der Goldene Schnitt

Der Golden Schnitt ist im wesentlichen nicht schwer zu verstehen. Teilt man eine Strecke, AB, am Punkt C, so dass die größere Strecke AC dividiert durch die Strecke BC dasselbe ergibt wie AC addiert mit BC und dann dividiert durch AC, steht die Strecke AC zur Strecke BC im Verhältnis des Goldenen Schnittes

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$$

Abb. 5

Dies gilt sowohl für Größen als auch für Zahlen. In der Natur ist der Goldene Schnitt z.B. Blattrosetten behilflich. Die aufeinanderfolgenden Blätter sind genau im "Golden Winkel" angeordnet. Der "Golden Winkel" wiederum ist der Winkel, der entsteht wenn man einen Kreis im Verhältnis des Goldenen Schnitts teilt. Nämlich ca. 137,5° zu 222,5°, wobei 137,5° der berühmt berüchtigter Winkel Psi ist.

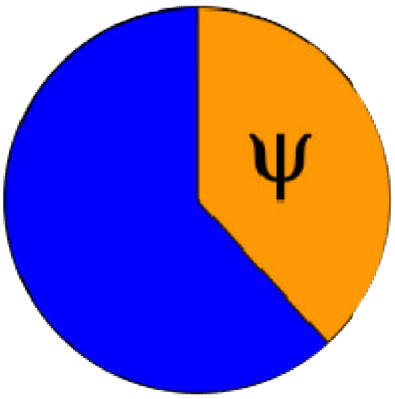
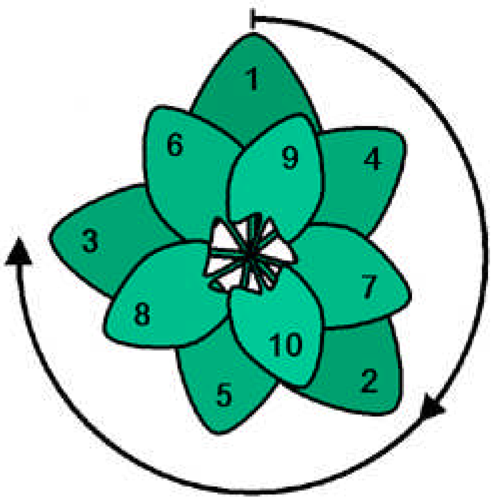
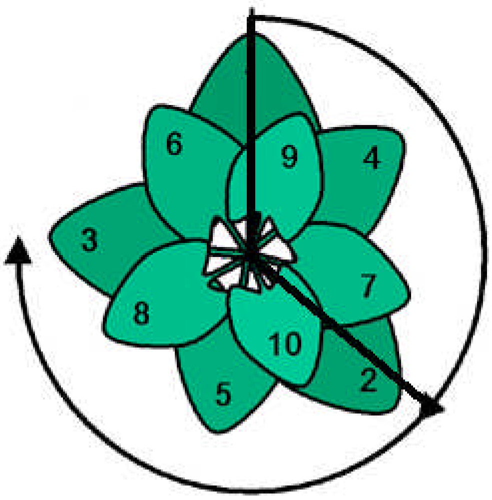



Abb. 6

Und genau in diesem Winkel 137,5°, auch Psi genannt, wachsen bei vielen Pflanzen das eine Blatt zu nächsten




links Abb. 7; rechts Abb. 8

Auf dieser Grafik kann man gut sehen das die Blatt 1 im Winkel Psi zu Blatt 2 steht.

Doch welche Vorteile bringt diese Anordnung der Blätter?
Wenn die Blätter nun z.B. im Winkel 120° zu einander stehen würden, so würde jedes Blatt einanders Blatt für Sonnenlicht abdecken. So würde Blatt 1 von Blatt 4 verdeckt; Blatt 2 von Blatt 5; Blatt 3 von Blatt 6; und Blatt 4 wiederum von Blatt 7; usw. Dies wäre eine sehr schlechte Bedingung für die, in den Blättern stattfindende, Photosynthese, bei der sehr viel Sonnenlicht benötigt wird und für die Pflanze überlebenswichtig ist. Weil die aufeinanderfolgenden Blätter, wie in der Abbildung, im 137,5° Winkel angeordnet sind und so nur möglist wenig von den Blättern die unter sich liegen verdecken.

## Die Fibonacci-Folge

"Lilien haben drei Blütenblätter, Butterblumen fünf, Ringelblumen 13, Astern 21 und die meisten Gänseblümchen 34, 55 oder 89. Andere Zahlen findest du nur selten,[…]".
(Quelle: http://math-www.uni-aderborn.de/~mathkit/Inhalte/Folgen/data/manifest28/Sonnenblume.html)
Dies schrieb Ian Stewart in einem Artikel für "Spektrum der Wissenschaft" und spielt damit auf die Bedeutung der Fiboncci-Zahlen in der Natur an.

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$$

Abb. 9

Das f(n) steht für diejenige unbekannte Zahl, die an n-ter Stelle in der Fibonacci Folge.
Das f(n-1) steht demnach für eine Zahl, die eine Stelle vor f(n) steht.
So ist f(n-2) die Zahl, die zwei Stellen vor f(n) steht.
Um diese Formel besser zu verstehen, wenden wir sie doch gleich mal an:
Wir wollen auf die Zahl in der Fibonacci-Folge kommen, die an 8. Stelle steht.
Also f(8):

n = 8
f (n) = f (n-1) + f (n-2)

**f (8) = f (8-1) + f (8-2)**
**f (8) = f (7) + f (6)**
**f (8) = 13+8**

Doch um nochmal auf das Zitat einzugehen. Ian Stewart geht in seinem Artikel auf die Zusammenhänge der Fibonacci-Folge mit der Natur ein. Er nennt als Beispiel verschiedene Blumen und ihre Anzahl von Blütenblättern. Doch wir wollen ersteinmal ein anderes Beispiel bringen. Nämlich das von der Anordnung der Samenreifen einer Sonnenblume.

Abb.10

Dieses Bild stellt Aufbau von Samenreihen dar, wobei man bei genauem Hinsehen die Spiralen erkennt, die entweder rechts- oder linksrum laufen.
Man sieht sehr gut, dass die Samenreifen in Spiralen aufgebaut sind. Wenn man jetzt die Anzahl der rechtsdrehenden und die Anzahl der linksdrehenden Spiralen zählt:

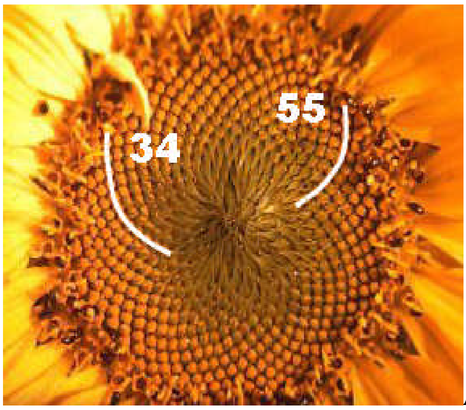


Abb. 11

Bei diesem Bild ist jetzt die Anzahl rechts- bzw. der linksdrehenden Spiralen gekennzeichnet.

So kommt man bei den rechtsdrehenden auf 34; und bei den linksdrehenden auf 55.
Oh Wunder 2 Zahlen in der Fibonacci-Folge aufeinander folgende Zahlen.
…; 21; 34; 55; 89;…

**Warum das so ist, liegt auf der Hand:**
**Mit diesem "Code" kann die höchst mögliche Zahl an Samen auf kleinstem Platz untergebracht werden.**

## Entstehung komplexer Punktmuster

Dank dem Briten Alan Turing können wir heute diese Vorgänge erklären. Dieser hochintelligente Mensch und begnadete Mathematiker, der unter anderem den Verschlüsselungscode der Enigma knackte, erfand im Jahre 1952 eine Maschine, von der er behauptete, dass sie jedes mathematische Problem lösen könne, solange es auf einem Algorithmus beruhe. Durch die Erfindung dieses beinahe Computers machte die Mathematik bedeutende Fortschritte und kam unter anderem zu folgender Erkenntnis, welche die Musterbildung betrifft: Es gibt Stoffe die über weitere Entfernungen wirkten, die sogenannten Aktivatoren, sowie ihre eigene Entwicklung (was man Autokalyse nennt) und die ihres Pendants, der Inhibitoren, fördern. Diese Verbindung ist jedoch stark instabil. Wenn man mehr Aktivatoren hinzufügt, wächst auch die Menge der Inhibitoren an. Generell gilt, das sich der Inhibitor schneller ausbreitet, sodass er sich schnell vom Aktivator entfernt. Dadurch kann der Inhibitor die Autokalyse des Aktivators nicht aufhalten, sie allerdings auf die nähere Umgebung des Aktivators begrenzen. Es entsteht ein Hof um den Aktivator, der später als Punkt sichtbar wird. Auf diese Weise entstehen Punktmuster.

## Unsere Meinung

Im Laufe der letzten Wochen ist uns, während wir an diesem Thema arbeiteten, bewusst geworden, dass hinter dem vermeintlichen Chaos der Natur oftmals ein System steht. Diese Systeme folgen der auf unserer Logik aufgebauten Mathematik. Die Mathematik, wie wir sie definiert haben, beruht schlicht auf unserer "Version" der Logik. Als Beispiel ist es für uns doch logisch, dass 1+1= 2 ergibt. Und da wir ein Teil der Natur sind und noch kein Naturwissenschaftler bewiesen hat, dass 1+1 etwas anders als 2 ergibt, so ist anzunehmen, dass die Natur und wir, die wir ja beide bis jetzt mit unserer logischen Herangehensweise überlebt haben, derselben Logik folgen. Im Rückschluss würde dies also bedeuten, dass Mathematik die "Sprache der Natur" ist. Ein weiteres Argument, dafür dass die Natur auf Mathe basiert ist, dass wir die Natur in die für uns logischen Mathematik einordnen können. Einige Beispiele für solche Einordnungen finden oder haben sie bereits auf den vorangegangenen Seiten gefunden. Doch auch wenn wir einige Vorgänge in der Natur nicht nachvollziehen bzw. mit der Mathematik nicht erklären können, so ist es trotzdem möglich, dass auch diese Phänomene irgendwann gelöst werden.

**Und damit möchten wir dieses sicherlich sehr interessante Thema für den Umfang dieser Website schließen und uns herzlich für ihren Besuch bedanken.**

## Bildnachweis

**Abb. 1:**
© Haefele KEG Institut fuer Design, Durchfuehrung und Evaluation von Erwachsenenbildung Vorarlberg

**Abb. 2:**
Quelle: www.wikipedia.org/wiki/wasserkraftwerk

**Abb. 3:**
Quelle:
http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Bild:Gelbgeb%C3%A4nderter_Baumsteiger_Dendrobates_leucomelas.jpg&filetimestamp=20050501095813

**Abb. 4:**
Quelle:
http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Bild:Oszillationsrippel.JPG&filetimestamp=20070812151020

**Abb. 5:**
Bildauschnitt Quelle:
http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Bild:Goldener_Winkel.svg&filetimestamp=20080324105958

**Abb. 6:**
Quelle:
http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Bild:Goldener_Winkel.svg&filetimestamp=20080324105958

**Abb. 7:**
Quelle:
http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Bild:Goldener_Schnitt_Blattstand.png&filetimestamp=20070526105123

**Abb. 8:**
Unbearbeitetes Bild:
http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Bild:Goldener_Schnitt_Blattstand.png&filetimestamp=20070526105123

**Abb. 9:**
Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Fibonacci-Folge

**Abb. 10:**
Quelle:
http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Bild:Helianthus_annuus_a1.jpg&filetimestamp=20060502090208

**Abb. 11:**
Quelle:
http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Bild:Goldener_Schnitt_Bluetenstand_Sonnenblume.jpg&filetimestamp=20040705132336