CASIO **forum**

Schul- und Grafikrechner • Ausgabe 2/2016

Österreich Special

Inhalt

Editorial

Liebe Lehrerinnen und Lehrer,

im CASIO forum zeigen Kolleginnen und Kollegen Anregungen und Beispiele für den gewinnbringenden Unterrichtseinsatz unserer Rechner.

Wir informieren Sie in dieser Ausgabe über einige neue Möglichkeiten, die durch die Weiterentwicklung unserer technisch-wissenschaftlichen Rechner entstehen. Mathematik, die das Herz erfreut, erwartet Sie als Erstes – wie Sie rechts sehen. Neben Messwerterfassung mit dem Strohhalm, der Erstellung nützlicher eActivities, einem Tipp für Zufallssimulationen und einer geschickten Nutzung der Wertetabelle ist mal wieder ein Blick ins Ausland gewagt worden, diesmal nach Japan.

Sie finden weiterhin spannende Entdeckungen, ja sogar Untersuchungen zu Menschenwürde, Gleichheit und Gerechtigkeit und das erste Mal ein Rätsel. Ihre Lösung können Sie mit dem Erscheinen der nächsten Ausgabe mit der in der Materialdatenbank vergleichen.

Zum Ausprobieren der Beispielaufgaben im Unterricht können Sie unsere Grafikrechner im Klassensatz einschließlich Zubehör kostenlos für vier Wochen ausleihen. Einen Überblick über dieses und weitere Angebote finden Sie auf unserer Internetseite im Bereich Lehrersupport. Über Rückmeldungen zur Umsetzung der Aufgaben im Unterricht oder Anregungen zu bestimmten Themen freuen wir uns! Auch Beiträge sind herzlich willkommen, gern als E-Mail an **education@casio.de**

Ihr Redaktionsteam

CASIO Educational Projects

Unterrichtsidee für den ClassPad II

Kurven mit Herz

Autor: Armin Baeger, Kurfürst-Balduin-Gymnasium Münstermaifeld

Das Thema Kurven ist in Schule und Hochschule kaum noch präsent. Nur ganz selten werden sie in Schulbüchern thematisiert, obwohl heute verfügbare mathematische Werkzeuge in der Lage sind, sie mit einfachen Mitteln zu veranschaulichen.

Dabei können Kurven im Rahmen der Differenzierung vor allem für leistungsstärkere Schüler ab der 8. Klasse ein spannendes Explorationsgebiet darstellen, zumal sie in diesem Zusammenhang auch die Parameterdarstellung von Funktionen kennenlernen. Im Folgenden soll der grafische Taschenrechner oder das CAS eine Herzkurve darstellen. Das Herz erfreut sich nicht nur als Symbol der Liebe seit alters her großer Beliebtheit, es wird immer häufiger auch von Fußballprofis nach einem Torerfolg mit den Händen gezeigt. Ein erster Versuch führt in die Welt der Wurzelfunktionen. Werden die beiden Funktionen

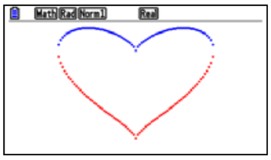
$Y1=\sqrt{1-x^2}+\sqrt[3]{x^2}$ und $Y2=-\sqrt{1-x^2}+\sqrt[3]{x^2}$

mit der Fenstereinstellung

$x_{min}=-1{,}6$, $x_{max}=1{,}6$, $y_{min}=-1{,}2$ und $y_{max}=1{,}6$

mit dem FX-CG20 dargestellt, so ergibt sich folgendes Bild:

Fortsetzung auf Seite 2



Mit den Schülern sollte die Pixeligkeit an den Rändern diskutiert werden. Ein junger, sehr verliebter, aber auch sehr schüchterner Mathematikstudent schickte seiner Angebeteten eine Karte folgenden Inhalts:

$$x(t) = \pm(-3t^2 + 2t + 1) \cdot \sin(t)$$

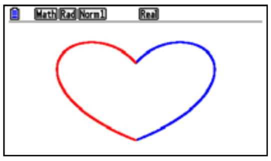
$$y(t) = (-3t^2 + 2t + 1) \cdot \cos(t)$$

$$0 \le t \le 1$$

Die junge Dame schaute verblüfft und griff zu ihrem grafischen Taschenrechner. Mit den passenden Einstellungen

(z.B.: $x_{min} = -1$, $x_{max} = 1$, $y_{min} = -0{,}1$, $y_{max} = 1{,}5$, $t_{min} = 0$, $t_{max} = 1$, ptch = 0,001)

zeigte er zu ihrer großen Freude:

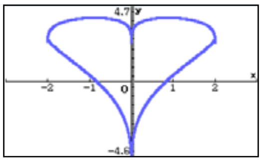


Noch mehr Herzblut legte ein portugiesischer Kollege an den Tag, als er folgenden Vorschlag unterbreitete:

$$x(t) = 2\sin^7(t)$$

$$y(t) = -4{,}5\cos(t) \cdot (1 + 1{,}2\cos(t)) + (\cos^2(t))^{\frac{1}{8}} + 2{,}5$$

Das Ergebnis ist trotz des großen Aufwands eher ein trauriges Herz, passend zu den Worten des portugiesischen Dichters Luís de Camões (1524-1580): „A tristeza no coração é como traça no pano.[1]"



Besonders schön dagegen ist dieses Herz in 3D, das mit dem Classpad erstellt wird. Dazu wird im Main-Fenster zunächst die Funktion

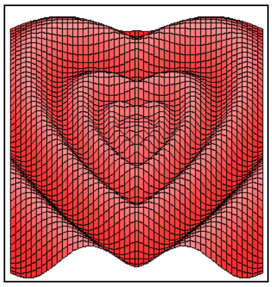
$$r(x, y) = \sqrt{x^2 - 1{,}2 \cdot |x| \cdot y + y^2}$$

definiert, die den Kreisradius festlegt. Anschließend wird im 3D-Menü die Funktion

$$z = (\sin(15 \cdot r(x,y)^{0,2}))^2 \cdot r(x,y)^{0,6}$$

eingetragen. Mit den Fenstereinstellungen für x und y zwischen -6 π und +6 π und einem Gitterwert von jeweils 50 sowie -10 ≤ z ≤ +10

ergibt sich das folgende Bild:



Toll, oder? Und wer es ganz einfach haben will, erinnere sich an die klassische Kardioide. Man gibt einen festen Kreis vor und rollt einen gleich großen Kreis auf ihm ab. Markiert man auf der Kreislinie des beweglichen Kreises einen Punkt und verfolgt während eines Umlaufs den Weg dieses Punktes, so beschreibt er die Kardioide. Das entstehende Herz ist aber rund und nicht wie gewohnt spitz.

Experiment mit dem ClassPad II

Das Stechheber-Experiment – Viele Möglichkeiten

Autoren: Irene Grafenhofer, Vanessa Klöckner, Universität Koblenz-Landau

Das Experiment.

Für den Versuch werden zwei gleiche Messzylinder und Stechheber (z.B. Strohhalme) mit unterschiedlichen Durchmessern benötigt. Einer der Zylinder wird mit Wasser gefüllt, der andere bleibt zu Beginn leer. Mithilfe eines Stechhebers wird Wasser aus dem ersten Zylinder in den zweiten gefüllt und gleichzeitig Wasser aus dem zweiten in den ersten. Immer wird der Stechheber dabei bis auf den Boden des Messzylinders eingetaucht. Es werden die neuen Volumina des Wassers in den beiden Zylindern notiert. Dieser Vorgang wird mehrere Male wiederholt.

Dieses Modellexperiment wird im Chemieunterricht gezeigt, um Gleichgewichtsreaktionen zu veranschaulichen. Bei ihnen findet so lange ein dynamischer Austausch der Substanzen statt, bis sich ein Gleichgewicht einstellt. Im Fall des Modellexperiments können Bestand und Änderung einer Flüssigkeit direkt beobachtet werden, bis keine Änderungen mehr zu erkennen sind. Im Mathematikunterricht kann es ohne größeren Aufwand eingesetzt werden. Der bei jedem Schritt übertragene Wasseranteil kann gut durch einen Koeffizienten beschrieben werden, dem Übertragungskoeffizient. Er ist das Verhältnis der Grundfläche des Stechhebers zur Grundfläche des Messzylinders.

Die Möglichkeiten.

Die Änderungen der Volumina in den Messzylindern nach jeder Wasserübertragung können notiert und als rekursive Folgen dargestellt werden (vgl. Humenberger 2013). Durch das wiederholte Durchführen der Wasserübertragung kann zunächst der dynamische Aspekt des Grenzwerts deutlich gemacht werden (Greefrath et al. 2016). Der Wasserbestand in den Zylindern ändert sich bei jedem Durchgang immer weniger, er nähert sich immer weiter einem bestimmten Wert an. Das Stechheber-Experiment wird beendet, sobald keine Veränderung des Wasserbestands im Zylinder mehr erkennbar ist: Ab jetzt fallen alle weiteren Messwerte in eine bestimmte Umgebung. Damit wird auch der statische Aspekt (Greefrath et al. 2016) deutlich. Er ist die Grundlage der Umgebungsvorstellung, die wichtig ist für den verständnisorientierten Zugang zur Definition des Grenzwerts (vgl. Greefrath et al. 2016). Mit der Tabellenkalkulation können Ergebnisse ausgewertet und gut visualisiert werden. Beispielhaft wird ein „Versuch" ausgewertet mit den Startvolumina 100 ml (Zylinder a) und 0 ml (Zylinder b) und einem Übertragungskoeffizienten von 0,1 (vgl. Abb.1).

Datei Edit Graph Calc

	A	B	C
1	0	100	0
2	1	90	10
3	2	82	18
4	3	75.6	24.4
5	4	70.48	29.52
6	5	66.384	33.616
7	6	63.107	36.893
8	7	60.486	39.514
9	8	58.389	41.611
10	9	56.711	43.289
11	10	55.369	44.631
12	11	54.295	45.705
13	12	53.436	46.564
14	13	52.749	47.251
15	14	52.199	47.801
16	15	51.759	48.241

0

A1 0

Abbildung 1: Werte der Zylinder in der Tabelle

[1] „Traurigkeit im Herzen ist wie eine Motte im Gewand."

Für den hier dargestellten Vorgang lassen sich die beiden Gleichungen zur Beschreibung der jeweiligen Änderungen der Volumina zusammenfassend darstellen:

$$a_{n+1} = a_n - a_n \cdot 0{,}1 + b_n \cdot 0{,}1$$
$$b_{n+1} = b_n - b_n \cdot 0{,}1 + a_n \cdot 0{,}1$$

oder

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$$

Sowohl in der Tabelle als auch in der Grafik (Abb. 1 und Abb. 2) ist erkennbar, dass sich die Volumina in den Zylindern einem Wert (in diesem Beispiel dem Wert 50 ml) nähern.

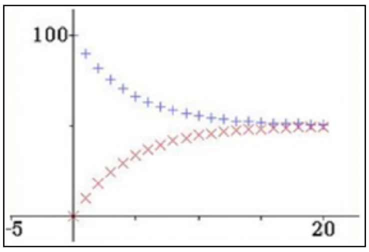


Abbildung 2: Grafische Darstellung der Ergebnisse

Um den Grenzwert beider Folgen rechnerisch zu bestimmen, können Übergangsmatrizen benutzt werden:

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}9 \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}$$

Mithilfe des Casio CP400 lässt sich die Matrix für große Werte von n bestimmen. Durch eine kleine Änderung der Versuchsbeobachtung wird eine weitere Eigenschaft deutlich: Die Folge hat zwei Häufungspunkte. Notiert wird dafür das Volumen in einem Zylinder jeweils nach Entnahme mit dem Stechheber und nach Auffüllen mit Wasser aus dem anderen Zylinder (Abb. 3).

Es wird deutlich, dass es zwei Werte sind, denen sich der Wasserstand annähert, je nachdem, ob gerade Wasser entnommen oder hinzugefügt wurde.

Die Folgenglieder können auch iterativ ermittelt werden:

$a_{n+1} = 0{,}9 \cdot a_n$
(Wasserstand nach Entnahme aus dem ersten Zylinder)

$b_{n+1} = b_n + 0{,}1 \cdot a_n$
(Wasserstand nach Auffüllen des zweiten Zylinders)

$b_{n+2} = 0{,}9 \cdot b_{n+1}$
(Wasserstand nach Entnahme aus dem zweiten Zylinder)

$a_{n+2} = a_{n+1} + 0{,}1 \cdot b_{n+1}$
(Wasserstand nach Auffüllen des ersten Zylinders)

Durch Einsetzen ergeben sich 4 gekoppelte Teilfolgen: die geraden sowie die ungeraden Folgeglieder von a und b. Sie beschreiben die Wasserstände in den beiden Zylindern zu gleichen Zeitpunkten des Versuchs. Die Teilfolgen $A_n=a_{2n}$ und $B_n=b_{2n}$ stellen die Wasserstände in den Zylindern nach n kompletten Durchgängen dar, wohingegen die Teilfolgen $\tilde{A}_n=a_{2n+1}$ und $\tilde{B}=b_{2n+1}$ die Wasserstände nach n kompletten Durchgängen und einem Umfüllvorgang von Zylinder A nach B darstellen.

Es gilt:

$$\tilde{A}_{n+1} = 0{,}9 \cdot \tilde{A}_n + 0{,}09 \cdot \tilde{B}_n$$
$$\tilde{B}_{n+1} = 0{,}91 \cdot \tilde{B}_n + 0{,}1 \cdot \tilde{A}_n$$

und

$$A_{n+1} = 0{,}91 \cdot A_n + 0{,}1 \cdot B_n$$
$$B_{n+1} = 0{,}9 \cdot B_n + 0{,}09 \cdot A_n$$

Angenommen, die 4 Teilfolgen konvergieren jeweils gegen die Werte a bzw. b sowie ã bzw. b̃, dann gilt:

$$\tilde{a} = 0{,}9 \cdot \tilde{a} + 0{,}09 \cdot \tilde{b}$$
$$\tilde{b} = 0{,}91 \cdot \tilde{b} + 0{,}1 \cdot \tilde{a}$$

sowie

$$a = 0{,}91 \cdot a + 0{,}1 \cdot b$$
$$b = 0{,}9 \cdot b + 0{,}09 \cdot a$$

Die Lösungen dieser Gleichungssysteme sind $a = \tilde{b} = \frac{10}{19}$ und $b = \tilde{a} = \frac{9}{19}$; der Wasserstand in den beiden Zylindern springt immer zwischen den beiden Werten hin und her. Im Versuch mit einem Startwert von 100 ml im ersten Zylinder ergeben sich die Häufungspunkte 52,643 ml und 47,368 ml. Diese Werte stimmen in guter Näherung mit Tabelle und Grafik überein. Dass es zu diesen Werten kommt, hängt mit dem Übertragungskoeffizienten von 0,1 zusammen. Wenn sich das Gleichgewicht eingestellt hat, werden jedes Mal etwa 5,275 ml von einem in den anderen Zylinder übertragen.

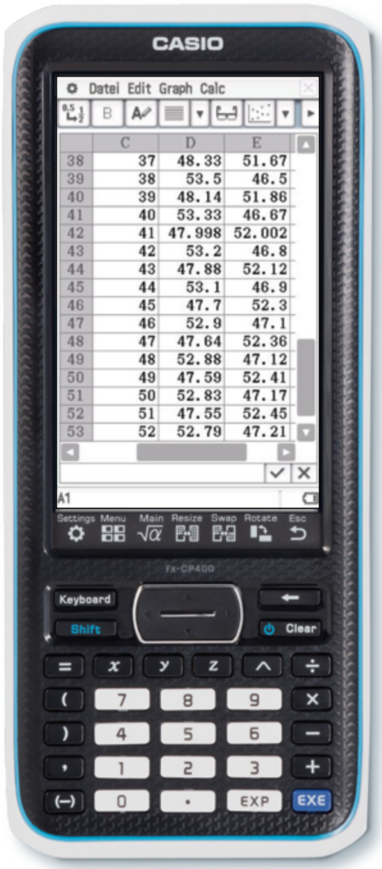


Abbildung 3: Wasserstände im ersten (Spalte D) und zweiten Zylinder (Spalte E) bei veränderter Versuchsauswertung

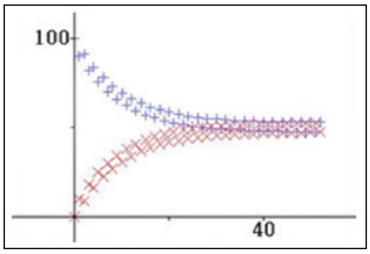


Abbildung 4: Grafische Darstellung der Veränderung im ersten (blau) und zweiten Zylinder (rot) bei veränderter Versuchsauswertung

Das Stechheber-Experiment kann auch in anderen Kontexten genutzt werden. Dabei ist zu beachten, dass aus einem diskreten Problem durch Modellieren ein stetiges wird. Digitale Werkzeuge wie der Casio ClassPad II sind auch in diesen Fällen sehr hilfreich:

- **Momentane Änderungsrate:**
  Mithilfe der Messergebnisse in einem Zylinder kann eine Funktion approximiert werden, die den Vorgang beschreibt. Nach Berechnung der mittleren Änderungsrate kann durch die Verkleinerung der Intervalle zur momentanen Änderungsrate übergegangen werden (Greefrath et al. 2016).

- **Rekonstruktion von Größen:**
  Die Änderung des Volumens in einem Zylinder wird durch eine Funktion approximiert. Durch die Berechnung des Volumens mithilfe des bestimmten Integrals in einem vorgegebenen Intervall wird die Zu- oder Abnahme des Volumens in einem gewissen Zeitraum in den Zylindern bestimmt. Ein negatives Ergebnis (bezogen auf den ersten Zylinder) kann in diesem Kontext als Abnahme des Volumens interpretiert werden; ein Beispiel dafür, was es bedeuten kann, wenn der Wert eines Integrals negativ ist (Greefrath et al. 2016).

Literatur:
Greefrath, G.; Oldenburg, R.; Siller, H.-St.; Weigand, H.-G.; Ulm, V. (2016). Didaktik der Analysis. Wiesbaden: Springer.
Humenberger, H. (2013). Einen Grenzwert erfahren – mit Glasröhrchen und Tabellen zu Gleichgewichten. In: mathematik lehren 180, 34–37.

Verwendung von eActivities mit dem ClassPad II

Autor: Ramona Behrens, Universität Würzburg

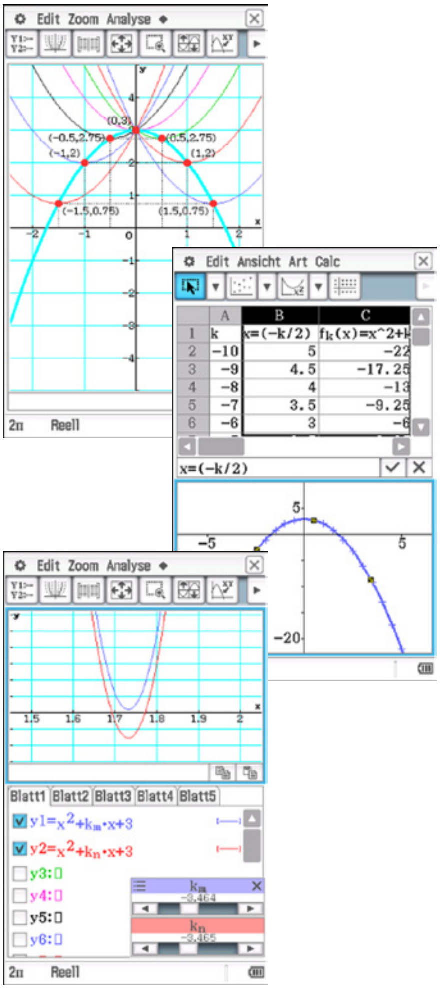
Untersuchen einer Parabelschar

Aufgabe:
Gegeben ist eine Schar von Parabeln f_k mit $f_k(x)=x^2+k\cdot x+3$ mit $k,x \in \mathbb{R}$.

a) Zeichnen Sie fünf dieser Parabeln in das Koordinatensystem.
b) Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel p, die durch die Scheitelpunkte der Parabeln der Parabelschar verläuft. (Abb. 1 und 2)
c) Bestimmen Sie die Parabeln der Schar, die genau eine Nullstelle haben. (Abb. 3)

Die Gleichungen der fünf Parabeln werden gespeichert, um sie in anderen Grafikfenstern zu verwenden. Im Aufgabenteil b) können die Scheitelpunkte der Parabeln der Schar allgemein berechnet und daraus die gesuchte Parabelgleichung ermittelt werden. Die Berechnungen sind in der eActivity enthalten. Einerseits ist es möglich, die Scheitelpunkte von drei Parabeln aus der Zeichnung zu entnehmen (Abb. 1) und mit diesen Werten ein Gleichungssystem aufzustellen.

Andererseits können die abgelesenen Werte in das Tabellenkalkulationsfeld eingegeben werden. Ein anderer Weg ist die Berechnung dieser Werte; aus ihnen wird dann eine Streuungsgrafik erstellt. Eine quadratische Regression ergibt die gesuchte Parabelgleichung: $p(x)=-x^2+3$ (Abb. 2). Eine Kontrollmöglichkeit ist es, die Parabel *p* in die gespeicherte Grafik einzuzeichnen.



Auch für die Bearbeitung von c) gibt es mehrere Wege. Der ClassPad kann die gesuchten Werte für *k* näherungsweise bestimmen. Dafür werden zwei Schieberegler für *k* verwendet, die Schrittweite fortlaufend entsprechend verkleinert und der Bereich um die x-Achse, in denen die gesuchten Parabeln der Schar verlaufen, vergrößert (Abb. 3).

Die einzelnen Bearbeitungsebenen sind vernetzt, sodass die in einer eActivity gespeicherten Variablen für die gesamte Bearbeitung in dieser eActivity erhalten bleiben. Hierbei ist zu beachten, dass durch Verwendung eines Schiebereglers für *k* der dabei zuletzt eingegebene Wert für *k* im weiteren Verlauf benutzt wird. Durch Verwenden von Indizes tritt dieses Problem nicht auf. Mit dem Variablenmanager kann eine festgelegte Variable zurückgesetzt werden.

Werden innerhalb einer eActivity die einzelnen Menüs des ClassPad II aufgerufen, werden die verschiedenen Arbeitsbereiche miteinander verbunden. Neben Berechnungen können auch Textzeilen, beispielsweise für Kommentare, Hinweise und Aufgabenstellungen, eingegeben werden. Anders als im Main-Menü ist es möglich, diese auch zu speichern und wiederholt zu verwenden. Die jeweils ausgewählten Menüs werden als Anwendungsdatenfelder in die eActivity-Datei eingefügt, sodass die Reihenfolge der Bearbeitung nachvollziehbar ist. Zudem können Texte und mathematische Terme innerhalb der eActivity verschoben werden. So kann zum Beispiel ein Term markiert und dann in das Grafikfenster gezogen werden.

Es sind verschiedene Einsatzmöglichkeiten von eActivities denkbar: Bearbeitungen und Lösungen dokumentieren, Aufgabenstellungen, Erläuterungen und Formeln hinzuzufügen, Zeichnungen, grafische Darstellungen und Tabellen erzeugen. Eine Aufgabenstellung zur Förderung einer Dokumentation wäre: *Erstellen Sie eine eActivity so, dass jemand, der sie bearbeitet, Ihre Vorgehensweise verstehen kann.*

Eine eActivity ist auch in der Form eines dynamischen Arbeitsblattes möglich. Sie kann fertige Zeichnungen mit voreingestellten Animationen erhalten. Sie sind hilfreich, wenn die Zeit für experimentelles Arbeiten gebraucht wird statt für die Erstellung der Zeichnungen. Mögliche Aufträge: Formulieren mathematischer Fragestellungen bezüglich der Zeichnung, Veränderungen in der Zeichnung vornehmen, entdeckte Gesetzmäßigkeiten dokumentieren.

Möglich ist es auch, einen Geometrie-Link in die eActivity einzufügen, dadurch wird eine dynamische Verknüpfung der Daten im Geometriefenster mit den entsprechenden Daten in der eActivity erzeugt. Beispielsweise kann eine Geradengleichung eingegeben, markiert und in das Geometrie-Anwendungsdatenfeld gezogen werden. Änderungen in der Gleichung führen zu einer Änderung der Geraden im Geometrie-Anwendungsdatenfeld und umgekehrt.

Es können (Haus-)Aufgabenbearbeitungen an Mitschüler verteilt werden, sodass im Unterricht alle mit derselben eActivity arbeiten; verschiedene Lösungswege werden am Ende in einer eActivity gesammelt. Zur Unterstützung des selbstständigen Lernens können Aufgabenstellungen zusätzlich durch aufrufbare Hinweise sowie mögliche Lösungen ergänzt werden. Ein entsprechender Arbeitsauftrag: *Erstellen Sie mithilfe einer eActivity ein Arbeitsblatt für die Parallelklasse, fügen Sie Hinweise ein, die bei Schwierigkeiten weiterhelfen.*

Die gesamte eActivity „P_Schar“ und auch weitere eActivities können unter www.classpadmathe.mathematik.uni-wuerzburg.de heruntergeladen werden. Dort stehen auch Hinweise für das Arbeiten mit dem ClassPad II sowie Unterrichtsmaterialien des Projektes Casio ClassPad-MATHE zur Verfügung.

Dort besteht auch die Möglichkeit, Video-Tutorien und Beispiele mit Screenshots zur Erstellung von eActivities anzuschauen sowie fertige eActivities zum Einsatz im Unterricht herunterzuladen. In der eActivity zu „Eine Zeichnung als Ausgangspunkt für variierende Aufgabenstellungen“ steht eine Zeichnung mit voreingestellter Animation zur Verfügung, in der unter anderem der größtmögliche Flächeninhalt eines Rechtecks bestimmt werden kann, das in einem Dreieck eingeschlossen ist. Diese eActivity kann auch als dynamisches Arbeitsblatt zum Erkunden der gegebenen Situation durch Stellen eigener Fragen und Variationen der Zeichnung eingesetzt werden.

Sie möchten bei dem Projekt mitwirken? Wenden Sie sich an: ramona.behrens@mathematik.uni-wuerzburg.de

Eine spannende Entdeckung bei Polynomen 4. Grades

Autor: Arnold Zitterbart, Schwarzwald-Gymnasium Triberg

Bei einer ganzrationalen Funktion 4. Grades sind die beiden Flächen zwischen Funktionsgraph und der Geraden durch die beiden Wendepunkte, die unterhalb der Geraden liegen, zusammen so groß wie die Fläche oberhalb dieser Geraden. Dabei entstehen Geradenabschnitte, die sich im Verhältnis des Goldenen Schnitts teilen (vgl. CASIO forum 1/2009). Gleichzeitig entstehen zwischen Gerade und Funktionsgraph drei Flächen, von denen die mittlere Fläche doppelt so groß ist wie jede der beiden Außenflächen.

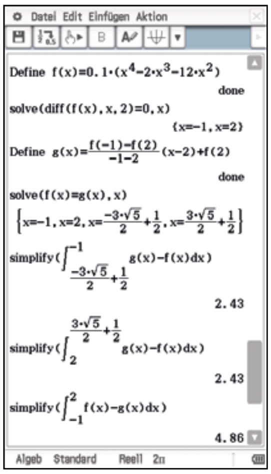


Abb. 1

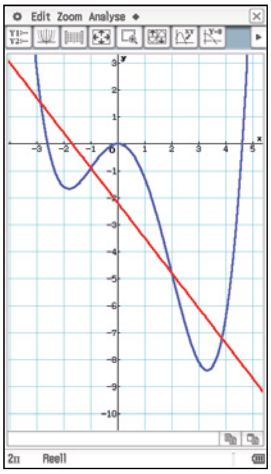
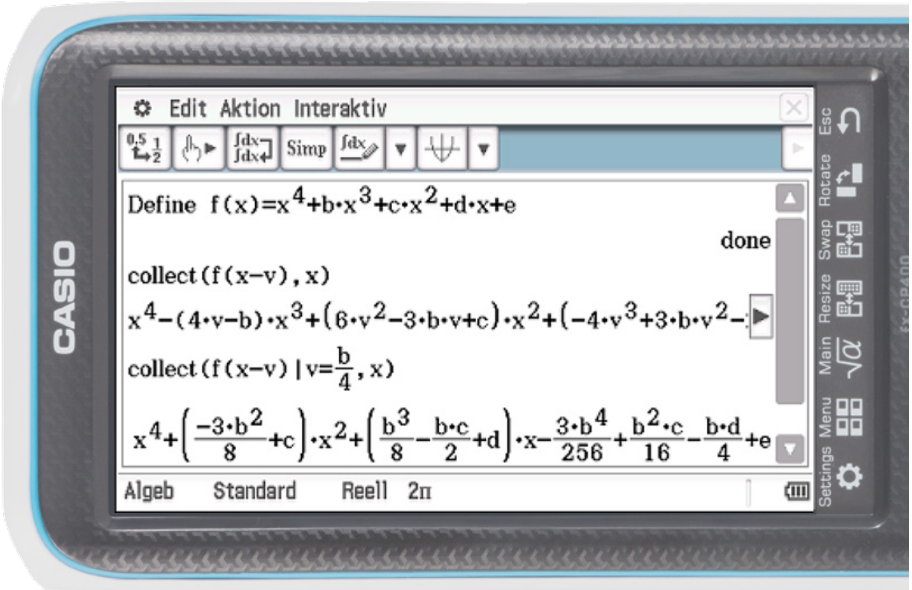


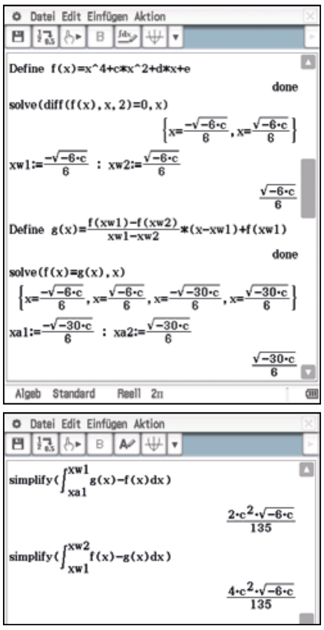
Abb. 2

Dieser Zusammenhang für diese Flächen gilt allgemein. Wer bei der Überprüfung allerdings zu stark auf die Macht des CAS vertraut, wird sehr schnell unübersichtliche Terme erhalten[1]. Ein anderer Zugang besteht darin zu erkunden, durch welche Transformationen die allgemeine ganzrationale Funktion 4. Grades aus einfacheren Funktionen 4. Grades entsteht. Unmittelbar einsichtig ist, dass die Betrachtung auf Polynome 4. Grades der Gestalt $f(x) = x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ beschränkt werden kann, weil aus ihnen durch vertikale Streckung/Stauchung das allgemeine Polynom 4. Grades entsteht und sich dabei Wendestellen und die Flächenverhältnisse nicht verändern. Diese Polynome können durch eine horizontale Verschiebung aus Polynomen der Gestalt $f(x) = x^4 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ entstehen:



ClassPad II mit 4,8 Zoll Bilddiagonale

Letztlich genügt also die Untersuchung des Zusammenhangs bei Polynomen der Gestalt $f(x) = x^4 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$



ClassPad II Manager

Ergänzung: Polynome der Gestalt $f(x) = x^4 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ könnten aus Polynomen der Gestalt $f(x) = x^4 + c \cdot x^2$ durch „additive Ergänzung um einen linearen Term" entstehen. Dabei verändern sich die Wendestellen nicht und die Gerade durch die Wendepunkte wird durch den gleichen linearen Term ergänzt, sodass sich die Fläche zwischen Funktionsgraph und Wendepunktgerade durch diese Transformation nicht verändert. Begründung: Wenn x_1 und x_2 die beiden Wendestellen sind, gilt für die Gerade durch die beiden Wendepunkte vor der Transformation:

$$g(x) = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}(x - x_1) + f(x_1)$$

Nach der Transformation:

$$g_{neu}(x) =$$

$$\frac{[f(x_1) + d \cdot x_1 + e] - [f(x_2) + d \cdot x_2 + e]}{x_1 - x_2}(x - x_1)$$

$$+ [f(x_1) + d \cdot x_1 + e]$$

$$\Rightarrow g_{neu}(x) = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}(x - x_1) + f(x_1) + d \cdot x + e$$

Es genügt also sogar, den Zusammenhang zwischen den Flächen für Polynome 4. Grades der Gestalt $f(x) = x^4 + c \cdot x^2$ zu untersuchen. Die Funktionsgraphen dieser Polynome sind aber symmetrisch zur y-Achse. Daraus folgt sofort, dass die beiden Außenflächen gleich groß sind.

[1] Die zugehörigen Screenshots finden Sie im ungekürzten Artikel in der CASIO-Materialdatenbank.

Die Entwicklung der Sustainable Development Goals (SDGs)

Autor: Antonius Warmeling, Fichte-Gymnasium Hagen

Die zum Anfang des Jahrtausends von der Staatengemeinschaft im Rahmen der Vereinten Nationen beschlossenen Millenniums-Entwicklungsziele „machen das Versprechen, die Grundsätze der Menschenwürde, der Gleichheit und Gerechtigkeit zu wahren und die Welt von extremer Armut zu befreien. Mit ihren acht Einzelzielen und einem Katalog messbarer, befristeter Zielvorgaben schufen [sie] ein Konzept für die Bewältigung der dringendsten Entwicklungsprobleme unserer Zeit.“ (Ban Ki-Moon 2014[1]).

Diese auf das Jahr 2015 zielenden MDGs (Millennium Development Goals) sind mittlerweile von 17 Sustainable Development Goals (SDGs) abgelöst worden, die die UN Ende 2015 mit dem Zieljahr 2030 beschlossen haben. Zur Überprüfung sind – noch nicht abschließend – mehr als 200 Indikatoren benannt worden. Im Mathematikunterricht kann man im Sinne einer Bildung für eine nachhaltige Entwicklung die Zeitreihen einzelner Indikatoren mithilfe von Funktionen untersuchen und auf dieser Basis eine Prognose für die Erfüllung der Ziele bis zum Jahr 2030 wagen. Im Orientierungsrahmen „Globale Entwicklung“ (unter goo.gl/6MzR1i kostenlos als digitale oder Papier-Version zu bestellen) habe ich im Mathematikbeispiel dies für 4 Indikatoren beispielhaft aufgezeigt, deren Entwicklung im weitesten Sinne als linear angesehen werden kann und die daher schon ab Klasse 8 bearbeitet werden können. Dieser Beitrag zielt aber eher auf die Oberstufe, wenn verschiedene Funktionstypen bekannt sind und damit zusätzlich eine Abwägung erfolgen muss, welcher Typ für die geplante Modellierung verwendet werden kann.

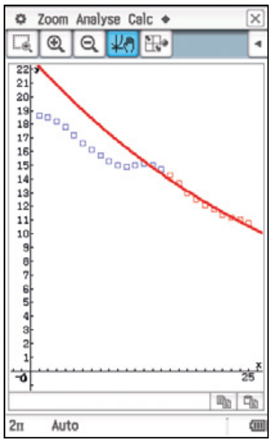
Die Bearbeitung setzt voraus: Gutes Datenmaterial, Englisch-Kenntnisse und ein geeignetes Werkzeug zur Datenverarbeitung. Große und aktuelle Zeitreihen liefert die Weltbank (http://databank.worldbank.org/data/databases.aspx), deren Datenbank allerdings auf Englisch ist. Dies sollte in der Oberstufe kein großes Problem sein, allerdings ist es durchaus günstig, wenn bei einem ersten Versuch der Lehrende den Schülern einen Hinweis darauf gibt, welche Datenbank und welchen Indikator er oder sie untersuchen soll. Damit die Datenrecherche nicht im Frust endet, gibt es ein Arbeitsblatt[2], das die Nutzung der Weltbank-Datenbanken ausführlich beschreibt. Das nötige Handwerkszeug liefern sowohl der CG20 als auch der CP II, deren Stärken zum Beispiel im Regressionsmodul in den aktuellen Lehrplänen kaum genutzt werden. An einem Beispiel[3] wird nun der Ablauf erläutert, ein weiteres findet sich in der Casio-Materialdatenbank.

Das Millenniumziel 1 forderte u.a. die Halbierung des Hungers in der Welt, in den SDGs ist als neues Ziel 2 ZERO HUNGER verankert. Als Indikator wird u.a. der Anteil der unterernährten (undernourished) Menschen erhoben. Der Anteil wird deshalb verwendet, weil mit einer wachsenden Weltbevölkerung die Anzahl der Unterernährten nicht aussagekräftig wäre. Die Daten finden sich in der Datenbank „Health Nutrition and Population Statistics“, der Indikator heißt „Prevalence of undernourishment (% of population)“. Die gesammelten Daten können entweder als Excel-Datei exportiert oder direkt vom Bildschirm in den Rechner eingegeben werden.

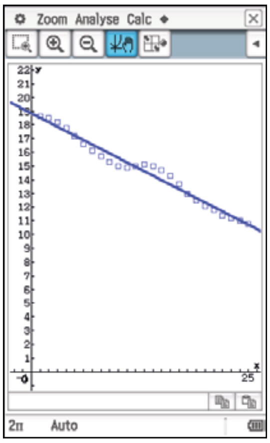
Jahre (seit 1990)	1	2	3	4
Anteil (%)	18,6	18,5	18,2	17,8

Jahre (seit 1990)	5	6	...	25
Anteil (%)	17,2	16,6	...	10,8

Die Tabelle zeigt nur einen Ausschnitt des Datensatzes. Es wird aber sofort deutlich, dass das Halbierungsziel nicht ganz erreicht wurde. Ich ziehe es vor, bei diesen Tabellen nicht die Jahreszahl, sondern die Zeit ab dem Anfangsjahr als unabhängige Größe zu wählen, weil damit die y-Achse für die Schüler sofort sichtbar ist. Was ist nun für 2030 erwarten, wenn es so weitergeht?



Von der Stagnation während der ersten Jahre des neuen Jahrtausends (und unmittelbar nach der Verkündung der Millenniumziele) abgesehen, kann weitgehend von einer linearen Entwicklung gesprochen werden. Die Trendgerade hat den Funktionsterm $f1(t) = -0{,}3249t + 18.844$.
Für x = 40 ergibt sich als Zielprognose für das Jahr 2030 ein Anteil von 5,85 %. Wie schon 2015 wird also das Ziel für 2030 nicht erreicht, wenn von einer unveränderten Entwicklung ausgegangen wird.



Aber halt: Ist die Entwicklung seit 2016 nicht in etwa exponentiell?

Um das zu prüfen, gebe ich die Daten der letzten 10 Jahre noch einmal neu in eine Liste ein, lasse beide zeichnen und berechne die Regressionsfunktion nur für diesen Zeitraum. Die Funktion lautet:

$f2(t) \approx 22{,}885 \cdot e^{-0{,}03097t}$

Mit x = 40 ergibt sich damit für 2030 ein Anteil von 6,63 %. Auch wenn eine Exponentialfunktion zur Untersuchung einer Absenkung auf null nicht geeignet ist, so bleibt doch dieselbe Erkenntnis wie schon beim linearen Versuch: Ohne zusätzliche Anstrengungen wird das Ziel 2 der SDGs nicht zu erreichen sein.

Natürlich kann die Entwicklung der MDGs und SDGs auch für Regionen und sogar einzelne Länder untersucht werden. Dabei können die Schüler z.B. entdecken, dass selbst bei den Millenniumzielen wie Halbierung der extremen Armut, das weltweit schon vor 2015 erreicht wurde, noch dringender Handlungsbedarf besteht. In den Ländern südlich der Sahara ist die Halbierung selbst auf hohem Ausgangsniveau noch lange nicht erreicht.

[1] Aus dem Vorwort zu: Vereinte Nationen (2014): Millenniums-Entwicklungsziele, Bericht 2014, http://www.un.org/depts/german/millennium/MDG%20Report%202014%20German.pdf
[2] Siehe CASIO-Materialdatenbank [3] Das zugehörige Arbeitsblatt findet sich in der CASIO-Materialdatenbank

Saturn-V-Rakete – und Leonhard Euler?

Der neue Aufgabenpool des bifie enthält Typ-2-Aufgaben, für die „besondere Technologie erforderlich“ ist. Ein bekanntes Beispiel ist die „Saturn-V-Rakete“, bei dem es sich mit dem ClassPad II lohnt, genauer hinzuschauen.

Eine Mehrstufenrakete besteht aus mehreren, oft übereinander montierten „Raketenstufen“. Jede Raketenstufe ist eine separate Rakete mit Treibstoffvorrat und Raketentriebwerk. Leere Treibstofftanks und nicht mehr benötigte Triebwerke werden abgeworfen. Auf diese Weise werden höhere Geschwindigkeiten und somit höhere Umlaufbahnen als mit einstufigen Raketen erreicht.

Die Familie der Saturn-Raketen gehört zu den leistungsstärksten Trägersystemen der Raumfahrt, die jemals gebaut wurden. Sie wurden im Rahmen des Apollo-Programms für die US-amerikanische Raumfahrtbehör-de NASA entwickelt. Die Saturn V ist die größte jemals gebaute Rakete. Mithilfe dieser dreistufigen Rakete konnten in den Jahren 1969 bis 1972 insgesamt 12 Personen auf den Mond gebracht werden. 1973 beförderte eine Saturn V die US-amerikanische Raumstation Skylab in eine Erdumlaufbahn in 435 km Höhe.

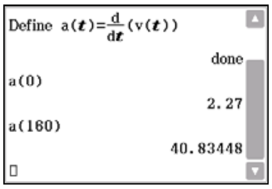
Eine Saturn V hatte die Startmasse $m_0 = 2{,}9 \cdot 10^6$ kg. Innerhalb von 160 s nach dem Start wurden die $2{,}24 \cdot 10^6$ kg Treibstoff der ersten Stufe gleichmäßig verbrannt. Diese ersten 160 s werden als Brenndauer der ersten Stufe bezeichnet. Die Geschwindigkeit $v(t)$ (in m/s) einer Saturn V kann t Sekunden nach dem Start während der Brenndauer der ersten Stufe näherungsweise durch die Funktion v mit

$$v(t) = 0{,}0000000283 \cdot t^5 - 0{,}00000734 \cdot t^4 + 0{,}000872 \cdot t^3 - 0{,}00275 \cdot t^2 + 2{,}27 \cdot t$$

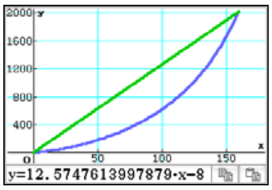
beschrieben werden.

Aufgabe: Berechnen Sie die Beschleunigung einer Saturn V beim Start und am Ende der Brenndauer der ersten Stufe! Geben Sie an, ob die Beschleunigung der Rakete nach der halben Brenndauer der ersten Stufe kleiner oder größer als die mittlere Beschleunigung (= mittlere Änderungsrate der Geschwindigkeit) während der ersten 160 Sekunden des Flugs ist! Begründen Sie Ihre Antwort anhand des Graphen der Geschwindigkeitsfunktion!

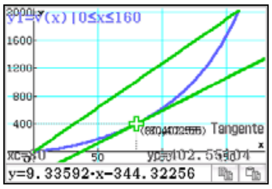
Die Geschwindigkeit $v(t)$ und deren Ableitung die Beschleunigung $a(t)$ werden zunächst in der Main-Anwendung definiert. Hiermit ergeben sich die gefragten Beschleunigungen $a(0)$ am Start und $a(160)$ am Ende der Brenndauer der ersten Stufe.



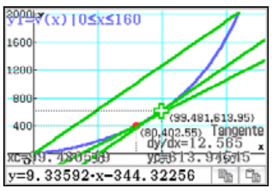
Die mittlere Beschleunigung lässt sich in der Grafik-&-Tabelle-Anwendung über das Analyse-Menü unter „Skizze“ mit „Strecke“ durch einfaches Antippen von Start- und Endpunkt visualisieren.



Die Genauigkeit im Vergleich zur exakten Lösung ist für die qualitative Begründung völlig ausreichend. Die Beschleunigung nach der halben Brenndauer wird über das Analyse-Menü mit „Tangente“ unter „Skizze“ und Drücken von EXE an der Stelle $x = 80$ in der zugehörigen Gleichung angezeigt.

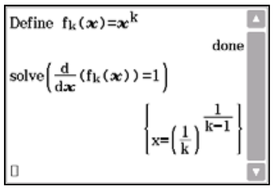


Sie ist kleiner als die durchschnittliche. Alternativ kann die Tangentensteigung dauerhaft eingeblendet werden, wenn im Einstellungs-Menü ⚙ unter Grafikformat bei „Ableitung/Anstieg“ ein Haken gesetzt wird. Durch Variieren des Berührpunktes zeigt sich, dass die Tangente erst bei etwa $x = 100$ parallel zu der eingezeichneten Strecke ist.

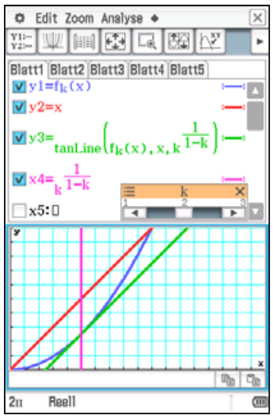


Für frühere Zeitpunkte ist die Beschleunigung wegen der positiven Krümmung kleiner.

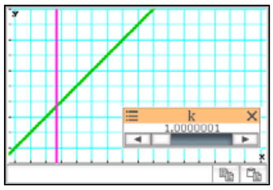
Anmerkung: Die Steigung in der Mitte eines Intervalls ist bei linksgekrümmten Funktionen nicht zwingend kleiner als im Durchschnitt. Einfaches Gegenbeispiel ist die Parabel, bei der die Steigung in der Mitte exakt mit der mittleren übereinstimmt. Potenzfunktionen x^k mit allgemeinem Exponenten k auf dem Intervall [0;1] lassen sich einfach mit dem ClassPad II untersuchen. Zunächst wird die Stelle bestimmt, an der die Steigung mit der durchschnittlichen, also 1, übereinstimmt.



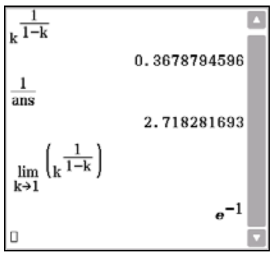
Das Ganze wird mit einem Schieberegler für den Exponenten visualisiert in einem Koordinatensystem mit $0{,}1 \times 0{,}1$-Gitter.



Dabei ist die Stelle des Berührpunktes durch die senkrechte Gerade gekennzeichnet. Diese liegt für $k > 2$ rechts von der Mitte bei $x = 0{,}5$ und für $1 < k < 2$ links. Für $k = 1$ läge eine Gerade vor, die überall die Steigung 1 hätte. Für Werte von k nahe bei 1 nähert sich die Stelle des Berührpunktes einer unteren Grenze bei ungefähr 0,37.



Ein genauerer Zahlenwert hilft nicht unbedingt weiter, allerdings sieht der Kehrwert vertraut aus. Eine Berechnung des Grenzwertes zeigt, dass es sich in der Tat um den Kehrwert der eulerschen Zahl handelt.



Weitere Aufgaben aus dem Pool bzw. den Matura-Klausuren des bifie und die Lösungen mit dem ClassPad II finden Sie unter **www.casio-schulrechner.at**

Quelle der Aufgabe: Bundesinstitut bifie, https://aufgabenpool.bifie.at/srp_ahs/download.php?qid=499&file=Saturn-V-Rakete.pdf

Mathematikunterricht in Japan

Autor: Hiroko Uchino, Tokyo Gakugei Universität, International Secondary School

Diese Schule in Tokyo ist sehr forschungsorientiert, weil sie Teil der Universität in Tokyo ist. Wie einige andere Schulen ist sie Teil der universitären Lehrerausbildung und eingebunden in die Weiterentwicklung der Lehramtsstudiengänge und des Bildungssystems. Die Schule bietet seit 9 Jahren als erste öffentliche Schule in Japan den Bildungsgang zum Internationalen Abitur an. Ein Drittel der Schülerschaft kommt aus dem Ausland oder hat schon ausländische Schulen besucht.

Da die Besonderheiten des Mathematikunterrichts in Japan im In- und Ausland selten beachtet werden, freue ich mich über die Gelegenheit, die deutsche Öffentlichkeit darüber zu informieren.

Besonders charakteristisch für den japanischen Mathematikunterricht ist die Bedeutung, die die Förderung und Entwicklung des tiefen Verständnisses mathematischer Konzepte hat. Er ist gerade in den unteren Klassen geprägt vom Unterrichtsstil des gut strukturierten Problemlösens. Leider ist diese Unterrichtsform in höheren Klassen seltener zu beobachten. Trotzdem sind japanische Mathematiklehrer davon überzeugt, dass Problemlösen zur mathematischen Grundbildung gehört und nach 6 Schuljahren in der Mittelstufe beherrscht werden sollte. Zur mathematischen Grundbildung gehört es in Japan, das Wissen über Mathematik, Konzepte und Werkzeuge in verschiedenen Kontexten anzuwenden. Dazu zählt auch der angemessene und effektive Einsatz von technischen Hilfsmitteln, um neuen Ideen zu folgen oder Probleme zu lösen. Hier ein Beispiel zum Erkunden der Exponentialfunktion in der 10. Klasse:

Ist es sicher, aus einer angebrochenen PET-Flasche zu trinken? Angebrochene PET-Flaschen werden manchmal für längere Zeit herumgetragen, weil sie verschlossen sind. Beim Trinken werden durch den Kontakt zu den Lippen Bakterien übertragen. Abhängig von den Umgebungsbedingungen steigt die Anzahl der Bakterien in der Flasche an. In einem Fachbuch für Mikrobiologie steht:

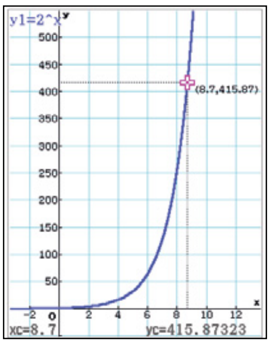
„Microorganisms grow very fast if the surrounding environment such as the temperature, humidity, nutrition, and oxygen are suitable for them. Growth rate (division rate) of bacteria can be shown as the time it takes for one cell to become two cells after the start of a cell division, which is called generation time (G). […] The value of this generation time becomes smaller as the growth rate becomes faster. The generation time (G) of E. coli and lactobacillus is normally 20 minutes, however, it becomes around 15 minutes in a very suitable growth media."[1]

Wenn ein Getränk sehr viele Bakterien enthält, kann der Konsum zu einer Lebensmittelvergiftung führen. Für erste Überlegungen zum Gesundheitsrisiko und über die Zunahme der Bakterien kann angenommen werden, dass die Wachstumsrate (Zellteilungsrate) eine Stunde beträgt.

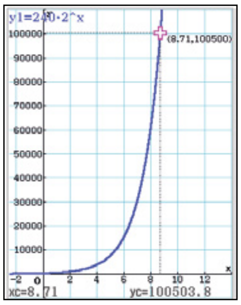
1 Steven hat einen Schluck grünen Tee aus einer Plastikflasche um 8 Uhr getrunken, die Flasche danach in seinen Rucksack gesteckt. Um 12 Uhr untersucht er die Anzahl der unerwünschten Bakterien, es sind 240 in 1 ml Tee. Schätze die Anzahl der Bakterien pro ml Tee um 13 Uhr und um 15 Uhr.
2 Berechne die Anzahl der Bakterien zur vollen Stunde zwischen 12 und 20 Uhr.
3 Stelle diese Werte grafisch dar.
4 Erst wenn die Anzahl der Bakterien mehr als 100.000 pro ml übersteigt, ist mit gesundheitlichen Problemen zu rechnen. Bestimme den Zeitpunkt, an dem diese Schwelle überschritten wird.
5 Ausgehend von Aufg. 2, kann die Anzahl der Bakterien x Stunden später als N(x) bezeichnet werden; $N(1) = 240 \cdot 2$, $N(2)=240 \cdot 2^2$, $N(3) = 240 \cdot 2^3$ usw. Leite daraus einen Term her, mit dem die Anzahl N(x) der Bakterien x Stunden später berechnet werden kann.

Diese Untersuchungen werden mit der Einführung der Logarithmusfunktion fortgesetzt: In der ersten Aufgabe wurde eine ungefähre Zeit ermittelt, ab der ein erhöhtes Gesundheitsrisiko beim Trinken aus einer angetrunkenen Flasche besteht. Dieser Zeitpunkt soll jetzt genauer ermittelt werden.

1 Angenommen, die Zeitspanne bis zum Überschreiten der 100.000-Marke sei x. Erstelle eine Gleichung, die diese Situation beschreibt.
2 Nutze deinen Rechner, um einen Wert für x zu bestimmen.



3 Bestimme den Zeitpunkt, ab dem das Trinken aus einer geöffneten Flasche gefährlich wird.



Die Lösung der ersten Aufgabe ist die Antwort auf die Frage, wie oft 2 mit sich selbst multipliziert werden muss, um den Wert $\frac{100000}{240}$ ($= \frac{1250}{3}$) zu erreichen. Die Frage 2 legt die Vermutung nahe, dass es sich um eine unendliche, nicht periodische Dezimalzahl handeln wird. Dieser Wert wird als $\log_2 \frac{1250}{3}$ ausgedrückt.

In der Gleichung $a^x = y$ heißt x der Logarithmus von y zur Basis a: $x=\log_a y$
Y wird auch als Antilogarithmus des Logarithmus von x zur Basis a bezeichnet.
Die Schüler werden ihren fx-CG20 für diese Untersuchungen einsetzen, ebenso um mehr über die Exponential- und die Logarithmusfunktionen zu erfahren. An unserer Schule wird der Rechner von Anfang an eingesetzt, jeder hat seinen eigenen Rechner.

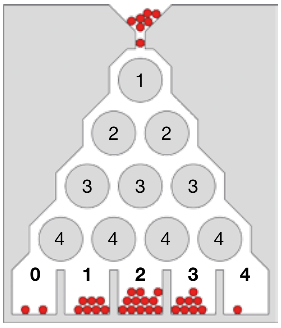
Abschließend möchte ich noch etwas vom neuen Curriculum berichten, das landesweit alle Schulformen betrifft. In den letzten drei Jahren wurde es im Ministerium geplant, jetzt wird es schrittweise veröffentlicht, ab 2018 wird es verbindlich. Eine große Auswirkung wird sein, dass die Aufnahmeprüfungen für die Universitäten geändert werden. Besonders in Mathematik wird es einen Wechsel von theoretischen zu kontextbezogenen Alltagsaufgaben geben. Studierende sollen zeigen, wie sie Wissen und Fertigkeiten in Alltagssituationen anwenden können. Antworten werden dann schriftlich formuliert und nicht mehr nur angekreuzt. Das wird die Lehrer anregen, ihre Aufgabenkultur und ihren Unterrichtsstil zu ändern.

Acknowledgement:
I am very grateful to the Germany branch of CASIO and Mr. Gerhard Glas who gave me this opportunity to write this article.

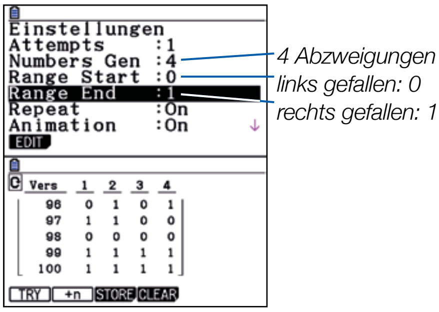
References: Stigler, J., & Hielbert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Free Press.
Überarbeitung und Übersetzung:
Gerhard Glas

[1] From Applied Microbiology for nutritionists, revised and written by Amo Mikio and Koishikawa Ninji, published by Koseikan

Das Galton-Brett

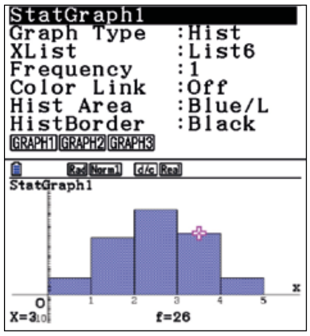


Mithilfe der Anwendung „Zufallssimulationen“ können Zufallsversuche anschaulich durchgeführt und die Verteilung der Ergebnisse untersucht werden. Neben Münz-, Würfel-, Glücksrad-, Urnen- und Kartenversuchen können auch Zufallszahlen gezogen werden, die sich zur Simulation eines Galton-Bretts eignen. Unter Zufallszahlen, Einstellungen (F6, Shift, Menu) werden dazu z.B. 100 mal je 4 Zufallszahlen aus der Menge {0;1} ausgewählt.



Als Ergebnis jedes Versuchs fällt die Kugel in eines der fünf Felder unten im Galton-Brett. Dabei ist es egal, wie sie an welcher Abzweigung genau heruntergefallen ist – es zählt die Anzahl, wie oft rechts und wie oft links. Deshalb kann das Ergebnis über die Summe der vier Zufallszahlen, der Anzahl der Abzweigungen nach rechts, ausgezählt werden: 0 bedeutet, die Kugel fiel nach ganz links, bei 4 fiel sie ganz nach rechts.

Bei der Übertragung der Versuchsdaten in die Statistik (Store, Exe) werden automatisch die Summen hinzugefügt. Aus diesen lässt sich ein Histogramm (Graph, Set und Exit, Graph1) erzeugen, das die Anzahl der Kugeln in den unteren Feldern veranschaulicht und im Trace-Modus die genaue Anzahl der Kugel angibt.



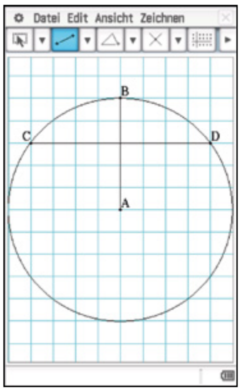
Japanische Denkaufgaben[2]

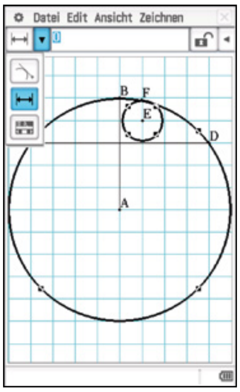
In der Zeit von 1603–1867 wurden in japanischen Schreinen und Tempeln handgemalte geometrische Rätsel als Opfergaben und als intellektuelle Herausforderung angeschlagen, sogenannte Sangaku. Hier ist eines von ihnen:

Aufgabe:
Gegeben sei ein Kreis K mit Radius R = 5, dem Mittelpunkt A und einer Sehne der Länge 8. Die Sehne werde vom Radius mittig geteilt. Dem rechten Teil zwischen Sehne und Kreisbogen werde der größtmögliche Kreis k einbeschrieben. Im linken Teil befinde sich das größtmögliche Quadrat repräsentiert durch seine Diagonale.

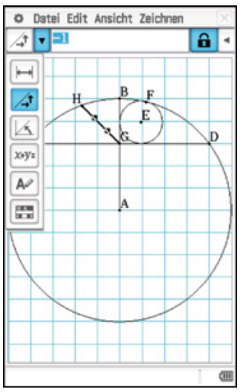
1. Bestimme den Radius r des einbeschriebenen Kreises und die Seitenlänge a des Quadrates.

Konstruktions- und Lösungshinweise: Im Menü „Geometrie“ den Kreis K, seinen Radius $\overline{AB}$, die Sehne $\overline{CD}$ und k zeichnen.





K und k auswählen und Abstand auf 0 setzen. An freie Stelle tippen. $\overline{CD}$ und k auswählen und Abstand auf 0 setzen. An freie Stelle tippen. $\overline{AB}$ und k auswählen und Abstand auf 0 setzen. An freie Stelle tippen. Diagonale zeichnen und Steigung auf -1 setzen.



2. Bestimmen Sie Größe von Kreis und Quadrat in Abhängigkeit von der Sehnenlänge.

Mathematik mit dem CASIO FX-991DE X

In diesem Werk sind viele Beispiele zum Einsatz des FX-991DEX im Unterricht zusammengetragen. Und dieser Taschenrechner entspricht allen Anforderungen[1] im Unterricht sehr gut: Er unterstützt beim Lösen vielfältiger Aufgaben und ermöglicht neue methodische Ansätze im Mathematikunterricht. Für beide Aspekte finden Sie zahlreiche Beispiele im vorliegenden Buch. Alle Beiträge sind aus dem Mathematikunterricht erwachsen und wurden schon vielfach mit Erfolg eingesetzt. Auch in Lehrerfortbildungen wurden sie eingesetzt, um die Einsatzmöglichkeiten des neuen Taschenrechners zu erfahren. Beim Vermitteln der verschiedenen Kompetenzen leistet er sehr gute Dienste; Beispiele für „Mathematisch modellieren“, „Probleme mathematisch lösen“ oder „Mathematisch argumentieren“ und andere finden Sie im vorliegenden Buch.

[1] Zulassungsrichtlinien der Bundesländer beachten.
[2] http://www.wasan.jp/english

Lehrer-Info-Service

Maßgeschneiderte Informationen für Mathematiklehrkräfte

Die kontinuierliche Bereitstellung von Unterrichtsmaterial, das zum einen mit den Anforderungen in österreichischen Lehrplänen harmoniert und zum anderen den Einsatz und die Bedienung der Schulrechner erleichtert, ist ein Herzstück des Lehrersupports von CASIO. Dafür steht CASIO in regelmäßigem Austausch mit Mathematiklehrkräften.

Informationsaussand zum Beispiel zu folgenden Themen:
- CASIO forum mit vielen Aufgabenbeispielen und Unterrichtseinheiten
- Informationen zu regionalen Veranstaltungen
- Neuerungen in den Zulassungsrichtlinien
- bundeslandspezifische Angebote
- Lehrerspezial holt reale Alltagsthemen in den Mathematikunterricht

Das Feedback aus der Lehrerschaft zeigt – ein Service, der geschätzt wird.

Anmeldung
Sie möchten ebenfalls maßgeschneiderte Informationen für Mathematiklehrkräfte erhalten. Dann sind Sie herzlich beim Lehrer-Info-Service von CASIO willkommen. Ob per Post oder per E-Mail – Sie entscheiden selbst, wie Sie von CASIO kontaktiert werden möchten und haben jederzeit die Gelegenheit, sich auch wieder abzumelden.

Anmeldung im Netz
Unter dieser Web-Adresse können Sie unsere Informationen abonnieren:
www.casio-schulrechner.at/lehrer-info-service

Anmeldung per QR-Code
Scannen Sie einfach den **QR-Code**.

Kontakt

Educational Team
Unsere Spezialisten rund um das Thema Schulrechner von CASIO und deren Einsatz im Mathematikunterricht stehen Ihnen bei Fragen jederzeit zur Verfügung:
Telefon: +49 (0)40/528 65-0
Fax: +49 (0)40/528 65-100
E-Mail: education-austria@casio.de

CASIO European Support Center
Für Beratung und technische Informationen wenden Sie sich an das CASIO European Support Center:
Telefon: +49 (0)40/528 65-802
Fax: +49 (0)40/528 65-888
E-Mail: support_center@casio.de

Anfragen zu Reparaturen
Bei Fragen rund um das Thema Reparatur stehen Ihnen Experten unter folgenden Kontaktdaten zur Verfügung:
Telefon: +49 (0)40/528 65-203
Fax: +49 (0)40/528 65-242
E-Mail: casio-repair@casio.de

Testsoftware und Updates zum Herunterladen

Übersicht über die aktuellen Betriebssystemversionen (OS)

Die Updates sowie die Testsoftware stehen zum kostenlosen Herunterladen auf unserer Internetseite bereit: **www.casio-schulrechner.at**

Gerät	OS-Version
ClassPad II	2.01
ClassPad 330 Plus	3.10.5000
ClassPad 330/300 Plus	3.06.5000
FX-CG20	2.02.0200
FX-9860GII	2.09
Software	
ClassPad II Manager Subscription	2.01
ClassPad Manager	3.06.3000
FX-CG20 Manager	2.02
FX-Manager Plus	2.09
ClassWiz Emulator Subscription	2.00

Stand: Juli 2016

Lehrersupport

CASIO Support für Lehrer!

Ob technisch-wissenschaftlicher Rechner oder Grafikrechner – mit dem umfangreichen Support-Programm von CASIO unterstützt Sie das Educational Team bestens bei der Auswahl des passenden Schulrechners bis hin zur Gestaltung Ihres Unterrichts.

Support-Programm
- Kooperationsschulen
- Lehrer-Workshops
- Lehrer-Info-Service (u.a. CASIO forum)
- Leihprogramme
- Prüfangebote
- Literatur

Impressum

Herausgeber:
CASIO Europe GmbH
Casio-Platz 1 • 22848 Norderstedt
Tel.: +49 (0)40/528 65-0
Fax: +49 (0)40/528 65-535

Bildquellen:
S. 1: M. Mettin, S. 8: K. Chagin, S. 9: IdS

Vertriebspartner Österreich:
Ivo Haas GmbH
Saalachstraße 36 • 5020 Salzburg
Tel.: 0662/430 567-0 • Fax: 0662/430 567-83
E-Mail: casio@ivohaas.com

Redaktion:
Gerhard Glas und Armin Baeger
CASIO Educational Team • education@casio.de

Design:
CONSEQUENCE
Werbung & Kommunikation GmbH, HH